

マッチング問題とその応用*
——大学入学者選抜の事例研究——

佐々木宏夫

早稲田大学商学部

(2004年3月)

e-mail: hsasaki@waseda.jp

要旨

Gale-Shapley (1962)の公刊以来、マッチング問題に関して多方面の理論研究が行われている。一方、Roth (1984)による米国の医学部卒業生の研修先を決定するメカニズムが、この問題の現実への興味深い適用例であることの発見は、マッチング問題がゲーム理論における数少ない実証研究のテーマになりうることを示唆している。本研究では、早稲田大学高等学院から早稲田大学各学部等への配分メカニズムがゲール＝シャプレイ・アルゴリズムの現実への適用例であることを明らかにした上で、具体的に得られた各プレイヤーの選好順位にもとづいて、この文脈における戦略的操作不可能性 (strategy-proofness) の概念の含意を検討した。

* 本研究にあたっては、早稲田大学商学部の嶋村紘輝教授と早稲田大学高等学院の山岡幹雄教諭、長尾謙一教諭のお世話になった。とりわけ山岡先生は長時間にわたってインタビューや資料等の検索のために貴重な時間を割いて下さった。これらの先生方に心から感謝申し上げたい。

1. はじめに

「マッチング市場(matching market)」とは、異なった2つの側があり、それぞれの側にそれに対応したタイプのプレイヤー(経済主体)たちがいて互いに対峙している市場である。そして、その市場ではそれぞれの側のプレイヤーが自分と異なった側のプレイヤーに対して順序付けを行っており、その順序付けにもとづいて、異なったタイプのプレイヤー同士の結合(これを「マッチング(matching)」と呼ぶ)が行なわれる。

マッチング市場には「1対1(one-to-one)」の市場と「1対多数(one-to-many)」の市場、および「多数対多数(many-to-many)」の市場がある。1対1のマッチング市場とは、そこで形成されるマッチングが各側一人ずつのプレイヤーから成っている市場である。その典型的な例は「結婚市場(marriage market)」と呼ばれている市場であって、そこでは一方の側のプレイヤーたちは「男性」と呼ばれ、他方の側のプレイヤーたちは「女性」と呼ばれている。そして男性1人と女性1人から成るマッチングが形成される。

それに対して、1対多数のマッチング市場とは、そこで形成されるマッチングが一方の側のプレイヤー1人と複数の他方の側のプレイヤーが結合するような市場であり、その典型的な例は「労働市場」である。労働市場においては、一方の側のプレイヤーたちは「企業(あるいは雇い主)」と呼ばれ、他方の側のプレイヤーは「労働者」と呼ばれる。この場合、雇用関係で結ばれる企業と労働者がマッチングを形成するが、一般に一つの企業は複数の労働者を雇うので、この市場で形成されるマッチングのパターンは1対多数になるのである。

マッチング市場の研究は、Gale and Shapley (1962) によって始められた。彼らの論文のタイトルが「大学入学者選考と結婚の安定性(College Admissions and Stability of Marriage)」であることからわかるように、彼らは、大学等の教育機関において入学者選抜等の結果生じる大学と学生のマッチングをマッチングの代表的な例の一つと考えた。この種のマッチングが形成される市場を本稿では「大学・学生市場」と呼ぶことにする。労働市場と並んでこの大学・学生市場も1対多数のマッチング市場の典型的な例である。¹

さらに多数対多数のマッチング市場とは、たとえば労働市場で労働者が複数の勤務先で働けるような場合に成立する市場である。²

現実社会には上に述べたようなさまざまなマッチング市場が存在しているが、その市場のゲーム論的な構造を明確に意識した上で、実証的にもしくはケース・スタディ的に研究を進めた論文は比較的少ない。その例外的な研究としては、A. Roth らによる米国の医学部

¹ 言うまでもなく大学・学生市場では、一方の側のプレイヤーは「大学」であり、他方の側のプレイヤーは「(大学に入学する)学生」である。

² 英国の医学部卒業生の卒後研修では各学生は2つのポジションで研修を受けることになっている。したがってこの場合には「多数対多数」のマッチング市場が形成されていることになる。(Roth and Sotomayor (1990)pp.153-156 および Roth (1991)参照。)

学生の卒後研修先の病院の配属を決めるメカニズムの研究が知られている。³ 米国では、第二次世界大戦直後より、全米医科大学協会などが中心となって医学部学生の卒後研修先を決定するために「全国インターン・マッチング・プログラム (NIMP)」⁴が組織され、「NIMPアルゴリズム」と呼ばれているアルゴリズムを用いて実際に研修先の決定が行なわれてきた。Rothはこの「NIMPアルゴリズム」が、実は「ゲール＝シャプレイ・アルゴリズム」とまったく同じマッチングを生み出すアルゴリズムであることを発見し、この種の合理的配分メカニズムがゲールとシャプレイの研究を端緒とするこの問題の理論的研究とは独立に、いわば必要性を母として生み出されたことを明らかにした。⁵

ところで、わが国において大学や高校などの受験制度の有り様は、その過大な競争的側面がたとえば「受験地獄」などと称されて社会問題視されるなど、国民的な関心事の一つになってきた。受験制度は、上記の大学・学生市場において大学と学生のマッチングを形成するための中心的制度であるから、その実態を実証的に把握した上で、マッチング問題についての理論的成果を用いてその市場構造を分析することはきわめて興味深い課題と言えるであろう。それにもかかわらず、その種の研究は私が知るかぎりにおいてほとんど行なわれて来なかったように思える。本稿において私は、その種の研究の端緒になることを期待しつつ、ある大学付属高校（早稲田大学高等学院）から大学（早稲田大学）への進学者選抜のあり方のケース・スタディを行ってみたい。

ところで Gale and Shapley (1962) の論文が発表されて以来、マッチング・モデルはゲーム理論や経済学の理論的研究対象としてさまざまな角度から研究が行われてきた。マッチング・モデルをプレイヤーたちが表明した選好にもとづく資源配分ゲームと考えた上で戦略的操作不可能性(strategy-proofness)に関する理論的考察を行うのはその一つである。その主な結論としては、①すべてのプレイヤーが真の選好表明をするのが支配戦略になるようなマッチング・メカニズム（資源配分メカニズム）は存在しない、②1対1や1対多数のマッチング市場では一方の側だけのプレイヤー全員が真の選好表明をするのが支配戦略になるようなメカニズムは存在すること、などをあげることができる。この種の誘因問題に関しては、実はわれわれが本稿でケース・スタディする早稲田大学高等学院が採用しているメカニズムは生徒が全員真の選好表明をするのが支配戦略になると理論的に証明で

³ Roth (1984) および Roth and Sotomayor (1990) (第5章)参照。

⁴ これは、後に「全国研修医マッチング・プログラム (NRMP)」と改称されたが、NIMPとNRMPの間には実質的な差異がないので、本稿では一括してNIMPと呼ぶことにする。

⁵ なお日本でも、厚生労働省や日本医師会などのイニシアティブの下に、日本医師会、(財)医療研修推進財団、全国医学部長病院長会議および臨床研修協議会が協力して、「医師臨床研修マッチング協議会」(http://www.jrmp.jp/index_main.htm)が組織され、平成15年度(2003年度)より臨床研修医の配属先病院を決めるマッチングが行われている。ただし、日本のこのシステムと米国のNRMPの間には、①原則全員参加である米国に対して、日本では希望者のみ(病院も医師も)の参加でしかないこと、②日本ではゲール＝シャプレイ・アルゴリズムが使用されていること、という違いがある。

きるメカニズムである。

このようにマッチング・モデルの誘因上の特性は理論的には非常に明確であるが、そもそも社会制度や資源配分メカニズムの設計にあたって、戦略的操作不可能性の成立を要求することは非現実的であるという主張も根強い。その種の非難の論点としては次のようなものをあげることができる。⁶第一に、現実に制度設計にあたって選好（効用関数）のような膨大な情報のやり取りを前提にするようなものが設計されるとは考えにくいこと。第二に、人間の合理的判断力には限界があるので、たとえ理論的には戦略的操作不可能なメカニズムであってもそのメカニズムを実際に作動させたときに果たして理論が期待する行動を人々がとることは必ずしも期待できないこと、などである。

しかしながら、たしかに無限にたくさんの選択肢がある無限分割可能財の資源配分問題においては選好（効用関数）に関する情報をやり取りする必要のあるメカニズムの設計は非現実的かもしれないが、マッチング・モデルの選好は有限人しかいない自分と反対の側にいるプレイヤーへの順序付けにすぎないのでプレイヤーたちがやりとりしなければならない情報量はきわめて少ない。したがってマッチングのケースでは「選好を表明する」ことを前提にしたメカニズム・デザインはある程度現実的であろう。また第二の点については注意深い考察が必要である。近年実験経済学者やゲーム理論家などを中心に、経済主体の合理性に疑問を投げかける人が少なくない。しかしながら現実の経済の観察から人間の合理性や理解水準の限界を指し示すデータを獲得するのはかなり困難である。なぜならばその種の観察のためには、個人の経済行動の原点に戻って、彼らの選好についてのデータを集める必要があるが、そのようなデータ収集は一般論としてかなり困難だからである。⁷近年実験経済学が盛んになりつつある理由の一つは、このような個々の経済主体の意思決定問題を実証的に分析することの困難さに由来している点が少なくないものと思われる。

本稿で私が紹介する事例では、現実の意思決定問題において表明された選好がデータとして明らかになっている。この種のデータに基づく実証研究は、これまで経済学やゲーム理論では私の知る限りまったくと言ってよいほど行われてこなかった。本稿でわれわれは、まず早稲田大学高等学院で用いられているメカニズムを説明した上で、選好データに基づ

⁶ 周知のように、選好に関する非常に一般的なドメインでは、若干の条件の下で、戦略的操作不可能なメカニズムは独裁制以外には存在しないことが知られている（Gibbard (1973) および Satterthwaite (1975)）。ただし、マッチング市場のような限定されたドメインの下ではこの定理はただちに適用できない。

⁷ 人々の現実の意思決定に則して、その意思決定時の選好を知る方法としてはアンケート調査などが考えられるが、アンケートを意思決定と同時にやることはほとんど不可能であり、それは意思決定が完了し、その意思決定の結果が明らかになった時点で行われるのが通例であろうから、そこから得られる情報は必ずしも正確でない可能性が高い。またその問題が無視し得るようなケースにおいても、アンケートの実施には莫大な手間がかかる上に、あまり複雑な意思決定問題についてはアンケートでは正しい情報が得られないといった問題がある。

いて戦略的操作不可能性の概念の妥当性やプレイヤーの合理性などについて実証的に検討を加えてみたい。

以下、第2章から第4章まででメカニズムについて説明し、第5章以降で戦略的操作不可能性等についての実証的検討を行ってみたい。

2. 早稲田大学高等学院からの推薦入学者受け入れの仕組みの概要

2. 1. 早稲田大学における附属校等からの推薦入学者受け入れの概要

この節では、早稲田大学における付属高校からの進学者受け入れの一般的な枠組みを概観しておきたい。早稲田大学には大学と強い関係を持つ4つの高等学校が存在している。それは、早稲田大学高等学院、早稲田大学本庄高等学院、早稲田実業学校、早稲田高等学校の4校であり、このうち最初の2校は大学と同一の学校法人（学校法人早稲田大学）に所属しており、大学の一部局を構成している。それに対して、あとの2校はそれぞれ独立した学校法人の下にある。早稲田大学では、同一の学校法人下にある前の2校を「附属校」と呼び、後の2校を「系属校」と呼び習わしている。（なお、以下では、高等学院を「学院」、本庄高等学院を「本庄学院」と略記することになる。）

大学への入学者選抜に関しては、系属の2校（早稲田実業学校と早稲田高等学校）についても一般推薦入学者⁸と別枠での推薦選抜が行われている。ただし系属校の場合にはかならずしも卒業生全員が推薦で進学できるわけではない。それに対して、附属の2校（学院と本庄学院）の卒業生は、原則として全員早稲田大学へ推薦入学することができる。学院の定員は各学年600名、本庄学院の定員は各学年240名であり、毎年ほぼその人数が早稲田大学に推薦で入学している。実際、たとえば、2002年度の入学者については、入学者総数が全学部合計で10,398名であるが、このうち544名が学院からの、そして242名が本庄学院からの推薦による進学者である。

2. 2. 学院における推薦者決定の仕組みの概要

前項で述べたように、毎年学院からはおよそ600名の卒業生が早稲田大学に進学している。大学への進学希望者を各学部割り当てる作業は学院側で行い、その結果作成された推薦者リストを学院長が各学部提出することになっている。各学部は、必要がある場合には面接等を行った上で⁹、原則的には推薦者リストに載っている生徒全員の入学を受け

⁸ 一般推薦入学制度については学部別に制度が定められている。多くの学部では全国のいくつかの高校を事前に指定し、それらの高校に推薦依頼を行なういわゆる「指定校推薦制」を採用している。

⁹ 大多数の学部では調査書等の資料に基づいて書面審査によって推薦合格を決めているので、面接等が実際に行われるのは例外的である。ただし、後述するように、ある学部で1995年度（1996年4月入学者）から第一志望優先制が採用されたのにもなって、当該学部ではそこを第一志望とする学生に対して面接を実施している。

入れている。¹⁰

学院における推薦者決定の作業は非常に入念に行われており、驚くべき事にかなり以前から事実上ゲール＝シャプレイ・アルゴリズムを用いての学部別割り当てが実施されている。¹¹卒業予定生徒による志願から推薦者名簿の決定に至るスケジュールはおよそ次のように進行している。

まず、1月初旬（1994年度の場合¹²は、1月8日）に「学部・学科・専修 志望票」（以下では、「志望票」と略記する）が卒業予定の生徒に対して配布され、生徒は自らの志望先を志望票に記入し、保護者の署名捺印による同意を得た上で1月中旬に同票を担任教諭に提出する。学院側では、提出された志望票に基づいて2月中旬（1994年度の場合は2月15日）にマッチング作業を行い、その結果は数日後（1994年度の場合は2月18日）に生徒に伝達される。

なお、1994年度までは上記のスケジュールで手続きが進行していたが、1995年度からある学部で第一志望優先制度が実施されたため日程が若干早まり、1月初旬に志望票が生徒から学院に提出されるようになった。なお、実際のマッチング作業は1992年度までは作業の行われる当日に関係の教諭が会議室等の部屋に集まって行われたが、1993年度からはコンピュータを用いてのマッチングが行われている。

次節では本項で要約した手順についてさらに詳述したい。

3. マッチングの手順

3.1. 「志望票」と志望先の分類について

前節で述べたように、早稲田大学への進学を希望する学院の3年生は、1月に「学部・学科・専修 志望票」を提出する。この志望票の形状は年ごとに微調整が施されることがあるが、たとえば1992年度の志望票では、第15志望までが記載できるようになっている。ただし、これは生徒が最高でも第15志望までしか記入できないことを意味しておらず、第16位以上の志望先も記入したい生徒に対しては欄外への記入が認められている。また、それとは反対に、15より少ない志望先しかない生徒は、志望票のすべての欄を埋

¹⁰ 学院における選考の仕組み等についての記述は、1996年9月24日（火）および9月28日（土）に行った学院元教務主任（以下、「A教諭」を表記する）へのインタビューおよび頂戴した資料にもとづいている。なお、以下の説明はインタビューした時点のもので、その後の変更等は反映していない。

¹¹ この制度がいつから採用されたのかについての経緯は不明であるが、A教諭が学院に赴任された1968（昭和43）年にはすでに実施されていたので、少なくとも40年近い歴史があるものと思われる。

¹² 学院側の推薦手続き等について説明するに際して、たとえば「19XX年度」などという場合には当該年度末（その年度の3月末日）に学院を卒業する生徒を対象にした推薦手続き等が行われる年度をさすことにする。したがって、たとえば、「1994年度生」という場合には1995年3月に学院を卒業し、1995年4月に大学に入学する生徒を指している。

める必要はなく下位の志望欄を空欄にしたまま提出することが認められている。¹³

志望先については、各学部の入学者選抜の区分に応じて、①学部名を記載する場合、②学科名を記載する場合、③学科内の専修名を記載する場合の3通りのケースがある。学科や専修については、それぞれの学部の方針に応じて年毎に異同があるが、たとえば1991年度には33の学部・学科・専修が存在している。

3.2. 志望者の順位付けについて

大学進学を志望する生徒の順位付けは、1年次から3年次にいたる通常の学科成績と2年次および3年次に実施される実力考査の成績を適当なウエイトを用いて加重和した総合点を用いて行われる。¹⁴総合点には、理工学部の各学科志望者用の「理科系用」とそれ以外の学部・学科・専修志望者用の「文科系用」の2種類がある。理科系用と文科系用では、総合点を計算するにあたって利用される科目に若干の違いがある。たとえば、3年次の実力考査の物理と化学の得点は、理科系用の算定にあたっては考慮されるが、文科系用の算定にあたっては考慮されない。また、理工学部の学科とそれ以外の学部・学科・専修の両方にまたがって志望する生徒については、理科系用と文科系用の両方の総合得点が計算される。

3.3. マッチングの手順(1)

マッチングの作業には、「前作業」と「本作業」がある。本作業は、実際に生徒を学部・学科・専修に割り振る作業であるが、前作業は本作業をする前の準備作業である。なお、第2節でも述べたように、本作業は1992年度までは2月中旬に3年生担当教諭が会議室に一同に会して行われていたが、1993年度以降はコンピュータで行われるので、それ以前のように多数の教諭が一同に会して行われることはなくなった。以下では、1992年度以前のやり方を説明したい。

3.4. マッチングの手順(2):前作業

前作業では、生徒から提出された志望票を点検した上で、志望票の所定欄に文科系用総合点と理科系用総合点を記入する。その際、誤りを防ぐために文科系用は赤色で、理科系用は青色の文字で記入する。

¹³ 志望票の志望欄は毎年図1と同様15位までが用意されているわけではなく、年度によっては10位までしか用意されていない場合もある。ただし、その場合にも、①よりたくさん志望先がある場合には欄外に記入し、②志望先がより少ない場合には空欄を残して提出できる、という原則は維持されているので、志望票の志望欄の多寡が生徒の選択肢の大きさに影響を与えることはない。

¹⁴ このウエイトや総合点の定義の詳細は未公表である。なお、3年生3学期の期末試験は志望票の提出後の2月上旬に行われるのが通例であるが、この試験成績も総合点の算出のために利用される。

続いて、卒業不可能者をプロセスから除外するために、彼らの志望票を取り除く。理工学部各学科と教育学部の理科系専修については、3年次に数学で不合格点（いわゆる「赤点」）をとった生徒は推薦対象としないので、その条件に該当する生徒が当該学科・専修を志望していた場合には、その生徒の志望票からそれらの学科・専修への志望記述をデリートする。以上で前作業が終わる。

3. 5. マッチングの手順（3）：本作業

本作業は以下のように進行する。

- ① 3年生と2年生の担当教諭が部屋に集まり¹⁵複数の教諭が一組となってグループを作り、各グループがそれぞれ一つずつの学部・学科・専修（以下では、混乱のないときには「学部・学科・専修」を「学科」と略記することにする）を担当する。それ以外に教務が中心になって「本部」を形成する。
- ② [第1ラウンドの開始] 各学科を担当するグループ（混乱のない場合にはこのグループのことも「学科」と呼ぶことにする）は、本部からその学科を第一志望とする生徒の志望票を本部より受け取る。
- ③ 各学科では、受け取った志望票のすべてが確かにその学科を第一志望とする志望票であることを確認した上で、志望票に記載された総得点順に志望票を並べる。なお、その際、理工学部の各学科においては「理科系用」総得点を用い、それ以外の学科においては「文科系用」総得点を用いる。
- ④ 定員を超える志望のあった学科では、成績順に定員まで志願者を確保し、それ以外の生徒の志望票を本部に返却する。
- ⑤ [第2ラウンドの開始] 本部では返却された志望票から第一志望の学科をデリートし、第二志望の学科に志望票を引き渡す。
- ⑥ 第2ラウンドでは、各学科は自分の手元に残された志望票（すなわち、第1ラウンドで本部に返却されなかった志望票）と新たに本部から配布された志望票を点検した上で、全部をまとめて高得点順に並べ、定員にいたるまでの志望票を手元に残し、残りを本部に返却する。
- ⑦ 以下同様のプロセスが繰り返され、どの学科からも本部に返却される志望票がなくなった段階でこの作業は終結する。

さきほども述べたように、1992年度までは上述の作業が実際に行われていた。また、1993年度以降はコンピュータ上で同じ作業が行われることになった。

4. マッチングの実施例と制度の手直しについて

¹⁵ 実際の作業は3年生担当教員を中心に行われるが、2年生担当教員も次年度に備えて経験を積むため補助的作業に従事することを原則にしている。

4. 1. 実施例

私は、以前のマッチング作業で用いられた集計ワークシートをみせていただいた。¹⁶この年のマッチング作業では第9ラウンドで本部に返される志望票はなくなり、作業は終了している。なお、マッチングの終結回数について学院では統計をとっていないが、A教諭の記憶によればほぼ例年この程度の回数で終結しているとのことである。

α 年度から非常に時間が経過しているのでこの年度の作業については資料等は必ずしも十分に保存されておらず、われわれが入手できたのは作業経過を示すワークシートのみであった。だが幸いにしてそれより若干後の β 年度についてわれわれは生徒全員の選好を含む詳細なデータを入手することができた。¹⁷この年度には全593人の学生が志望票を提出し、マッチングのプロセスに乗っている。なお、このデータに基づく分析は次章で行うこととして、本章の残りの部分では1995年度に実施された制度の若干の手直しについて説明したい。

4. 2. 第一志望優先制度の導入

前節で説明したマッチングの手順はかなり長期にわたって学院で実施されてきた。もちろんその間にも若干のルールの変更はあったものの¹⁸マッチングの仕組みそのものは以前のままの形で維持されてきた。それに対して、1995年度に行われた制度の手直しは、マッチングの仕組みそれ自体に変更を加えるものであり、マッチングの成果に影響を及ぼしかねないようなものであった。この手直しとは、ある学部（「X学部」と呼ぶことにする）で第一志望優先制が導入されたことである。

1994年度以前には、X学部には定員が定められていなかった。その結果、X学部への学院からの進学者の中には、必ずしもこの学部に進んで進学しようとしたのではないいわゆる「不本意進学者」が多く見受けられるようになってしまった。このような事態は同学部の教育遂行に否定的な効果をもたらすため、同学部では熱意をもって進学しようとする学生を優先的に受け入れるようルールの改定を学院に要請したのである。

具体的には1995年度の改革は、①X学部学院からの受け入れ定員を定めることと、②X学部を第一志望とした生徒については同学部で行う面接に合格する事を条件として優先的に合格とすること、を骨子としている。

¹⁶ 教育上の配慮により、このワークシートで表されたマッチング作業の行われた正確な年度の表示は行わない。また学科名も具体的に表示しなかった。なお以下では便宜上このワークシートのマッチング作業が行われた年度を「 α 年度」と呼ぶことにする。

¹⁷ β 年度のマッチング・プロセスに乗った学生は、現時点では全員大学の修業年限を終えている。また以下の分析においても個人の特定化を一切不可能にするため集計されたデータ以外のデータは紹介しない。

¹⁸ たとえば、総合点の算出にあたって使われる科目構成などは時代とともに変化している。また、以前には定員の定められていなかった学部がいくつかあったが、現在では1学部だけである。

この制度改革をうけて、実際のマッチング作業は次のように進行することになった。

- ① [学院側] 志望票が提出された段階でX学部を第一志望とする生徒の志望票をピックアップして、それらの生徒が卒業要件等の推薦に必要な条件を満たすことを確認した上で、彼らの推薦をX学部伝える。
- ② [x学部側] X学部では、推薦を受けた学生を面接し、定員を越えない範囲で合格者を決める。
- ③ [学院側] 学院では、②で合格した生徒をマッチングのプロセスからはずす。また、②で不合格になった生徒については、第一志望であるX学部を志望票からデリートした上で、彼らを通常のマッチングのプロセスにのせ、推薦先の学科等を決定する。

これ以降のプロセスは1994年度以前と同様であり、前節で説明したプロセスが進行することになる。

5. 戦略的操作不可能性をめぐる問題点と分析

5. 1. 生徒側の最適性と戦略的操作不可能性について

前節までにわれわれは、早稲田大学高等学院から早稲田大学への推薦者決定の手順を解説してきたが、この手順はGale and Shapley (1962) において開発されたいわゆる「ゲール=シャプレイ・アルゴリズム」そのものである。したがって、このプロセスを経て得られるマッチングは安定¹⁹である。また、このプロセスでは、生徒がゲール=シャプレイ・アルゴリズムにおける男性側（つまりプロポーズする側）の立場にあるので、ここで得られたマッチングは生徒側にとって最適である。ただし、生徒側にとって最適とは、そのマッチングで得られる学科が他のいかなる安定なマッチングで得られる学科と比べても、どの生徒にとっても悪くないことを意味している。

この結果は、たとえば、第1節で述べた米国で医学部卒業生の卒後研修先を決める「NIMPアルゴリズム」においては、他の可能なマッチングがもたらす結果と比べたときに学生にとって最悪の結果が生み出される（つまり、NIMPアルゴリズムでは、学生側はゲール=シャプレイ・アルゴリズムの女性側と同じ立場に置かれる）のとはきわめて対照的である。

ところで、安定なマッチングを生み出すメカニズムは戦略的操作可能性の観点から興味深い特性を持っている。すなわち、結婚問題に代表される1対1のマッチング問題では、

¹⁹ 「安定」なマッチングとは、①もし生徒にとって自分の配属先の学科より好ましい学科があったとしてもその学科にとって配属されたどの生徒よりも当該生徒の成績は悪く、②学科にとってもし当該学科に配属されたよりも成績の良い生徒がいたとしてもその生徒にとっては自分の配属先の学科の方が好ましい、という状態がすべての学科と生徒にとって成立している場合のことである。

ゲール＝シャプレイ・アルゴリズムで得られるマッチングを生み出すメカニズムにおいて、男性側にとって真の選好表明をするのは支配戦略になる。つまり、この場合男性側にはうそをつく誘因がまったく存在しないことになる。この結論は、1対多数型の問題の場合には必ずしも維持されない。すなわち、NIMPアルゴリズムのように「男性側」に対応するのが、病院側、すなわち複数の相手と定員内でマッチングする側である場合には、「女性側」である医学生側だけでなく病院側にもうそをつく誘因が生じてしまうのである。

しかしながら、たとえ1対多数型の問題であっても、「男性側」に対応するのがただ一つの相手とマッチングする側であるときには、そちらの側のプレイヤーにとって真の選好表明をするのは依然として支配戦略である。²⁰したがって、学院における推薦者決定の手順においては、すべての生徒はもし合理的に行動するならばかならず自分の真の選好を志望票に記載するはずである。この点もまた、学院が採用しているメカニズムの長所である。

5. 2. 学院の事例における理論との齟齬

学院で用いられているマッチングの仕組みの誘因上の利点は理論的には前節で説明した通りであるが、この点に関してはデータに照らしてプロセスの動きをみると興味深い現象が観察できる。早稲田大学には、比較的似通った学問分野の学部や学科がいくつかある。もちろんそれらの学科等は志願する生徒にとって完全に代替的ではないが、かなり代替性が高いものと考えられる。特に、B学科とD学科は共に経済学に関連した学科なので代替性は非常に高いものと思われる。またA学科とB学科は、学問分野の関連性と言う意味では、B学科とD学科の関係ほど代替性は高くはないが、共に同じ学部にも所属しており、社会的にはこの両学科は一まとめに考えられることが多いため、受験生の意識としてはこの両学科の代替性もかなり高めに評価されているものと思われる。したがって、これら3学科相互間の代替性はかなり高いものといえそうである。

一方、これらの学科の社会的評価に関してはA学科とB学科はほぼ無差別であり、D学科がそれらに次いでいると考えられるのが一般的である。したがって、もしこれらの学科を志望する生徒たちが少なくともB学科とD学科は講義内容等から考えてほぼ完全な代替財であると判断するならば、それらの学科に対する彼らの私的評価（順序付け）は社会的評価とほぼ一致する公算が強い。もしそうなら彼らはB学科の志望順位をD学科よりも高くするはずであって、D学科を第1志望にする可能性はほとんどないものと思われる。だが、実際には α 年度にD学科を第1志望にしている生徒が少なからず（41人）いるのである。同様な現象は、われわれが選好データも保有している β 年度の生徒についても言え、この年度では全593人のうち71人がD学科を第1志望にしている。

もちろんこれらの事実は、これらの学科が完全な代替財ではなく、D学科を第1志望とした生徒はD学科の独自性を評価した結果である、と考えることで一応の説明はつく。実際、

²⁰ Roth and Sotomayor (1990) 定理5.16。

同じ経済学的内容の学部（学科）だといっても、D学科の講義課目にはある国家資格の受験勉強に直結する学科目が少なくないのでその国家資格を目指す学生の中にはあえてD学科を第一志望にする者もいるようである。だがもちろんそういう学生の存在は否定できないとしても、わが国の特に経済学系の学部志望者の多くは、そこで将来研究者やスペシャリストになるための専門知識を身につけることよりも、むしろ一般的な社会常識としての経済学的知識の取得と大学や学部の名声に基づいてより良い企業等に就職することを目的に大学進学しようとしているのは否定できない事実であろう。さらに講義内容だけでなく就職先の職種などに関してもこれらの学科の代替性がかなり高いという事実から考えると、「D学科の特性を求めてそこを第一志望にする」という説明はD学科を第1志望とした生徒の一部分については有効であったとしても、すべての生徒に当てはまるほど説得的な理由付けではないように思える。したがって、D学科を第一志望にした学生の少なからぬ者は本当のところD学科は第二志望以下であったにもかかわらず、D学科が第一志望であるとの「うその選好表明」をした可能性が高い。そしてもしそうであるならば、この事実は、たとえ真の選好表明が支配戦略となるという意味で「戦略的操作不可能性」を満たすようなメカニズムにおいても、実際のメカニズムの運用においてはうそをつくことによって結果を戦略的に操作してしまう人がかなり多数出現していることを示唆しているように思える。

5. 3. 「うその選好表明」と非合理的な行動の可能性

前節で述べたように学院のマッチング・プロセスにおいて「うその選好表明」をした生徒がいた可能性は否定できない。²¹ 5. 1節で指摘したようにこのメカニズムではたとえ他の人々がどのように行動しようとも、真の選好を表明するのがどの生徒にとっても最善の戦略である。それにもかかわらずうそをついた者がいるとすれば、その理由としてはさしあたって次のようなものが考えられそうである。

- ①正しくメカニズムを理解していない生徒がいる。
- ②合理的でない生徒がいる。
- ③生徒の中に「自分はこんなに成績が悪いのにA学科やB学科を志望したら先生に何と思われるかわからない。恥ずかしい」という風に、他人の反応や行動を意識しているという意味で外部性を伴った選好を持つ者がいる。

だが、今考えているケースで上の3つの可能性のいずれかが実現していると想定するのは

²¹ われわれは特にB学科とD学科の代替関係に着目してD学科を第一志望にした生徒の全員か少なくとも一部がうそをついた可能性があるとは指摘したが、言うまでもなくそれ以外の生徒がうそをついた可能性も一般論としては否定できない。だが、われわれは生徒たちの真意をさぐる情報を持っていないため、表明された選好からうその可能性が推測できるD学科第一志望の事例に限定して分析を進めることにしたい。

困難かもしれない。まず①については、学院教員からのヒアリングによれば「進学先の決定は生徒の一生を左右するきわめて大事な問題なので、選抜の仕組みについてはどの担任も丁寧に説明している」ということである。また、学院の入試はかなり競争的であり、このような試験に合格して学院生になった者たちの大多数は、少なくとも潜在的には優れた知的能力を持っているものと思われる。これらの点を考慮すると進学先学部の志望という、場合によっては自分の一生を決定するかもしれないほど重要な意思決定にあたって、メカニズムを正しく理解しないままに志望票を提出する生徒はいないか、いたとしてもごく少数だと考える方が自然ではあるまいか。

次に②と③についても、学院生の潜在的知的能力の高さと、進学先の決定の一生を左右するかもしれない重大性は、志望票の提出にあたって生徒が不合理であったり、他人の「視線」を気にかけたりする可能性を低めていると考えた方が無難であろう。

以上の点を考慮すると、生徒が①きちんとメカニズムを理解し、②合理的であり、③「人の目を気にする」といった外部性を伴った選好を持たない、としてもなおかつ「うそをつく」余地があるかどうかを検討する必要があるものと思われる。

5. 4. 合理的なうその可能性

ここで、 β 年度の選好に関するデータを少し詳しく検討してみよう。前述したようにこの年度には、593人の卒業予定者のうち71人がD学科を第1志望にしている。 β 年度のA学科、B学科、およびD学科を第一志望にした者のデータは表1にまとめられている。この表からわかるように、A学科とB学科を第一志望にした者の最高得点はそれぞれ1000点と974点であるのに対して、D学科を第一志望にした者は最高得点者でも818点しか獲得していない。²²さらに合格者でみるとA学科とB学科合格者の最低得点はそれぞれ878点と824点なので、いずれの点もD学科第一志望者の最高得点を上回っている。したがって、ゲール=シャプレイ・アルゴリズムの性質からもし仮にD学科を第一志望にした生徒の全員もしくは一部がA学科やB学科を第一志望にしたとしてもその点を別にすれば他の学科等への順序付けが変わらないなら、配分はまったく変化しないものと思われる。²³

²² ちなみにA学科第一志望の最高得点者（1000点）の順位は593人中6位、B学科第一志望の最高得点者（974点）は14位であるのに対して、D学科第一志望者（818点）の順位は229位である。

²³ 実際、私はエクセルのビジュアル・ベーシック・マクロを用いてゲール=シャプレイ・アルゴリズムを作成し、元の選好とA学科やB学科を第一志望に変更した選好でそれぞれ配分を計算してみたが、計算のステップ数が若干変化（増加）した点を別にすると得られる配分（マッチング）にはまったく変化がなかった。つまりここで問題にしている選好表明が仮に「うそ」であったとしても、そのうそはうそをついた者のみならず、他のプレイヤーに対しても影響力を及ぼすことはなかったのである。

表 1

第一志望の学科	A 学科	B 学科	D 学科
最高点 (文科)	1 0 0 0 点	9 7 4 点	8 1 8 点
最低点 (文科)	6 1 7 点	6 2 7 点	5 6 9 点
志望者数	7 4 人	9 9 人	7 1 人

ところで、戦略的操作不可能性はどのプレイヤーにとっても真の選好表明をすることが支配戦略になることを要求しているが、この条件は真の選好表明が唯一の最適戦略であることを必ずしも意味していない。したがって、他のプレイヤーの戦略を所与としたときにこのゲームの各プレイヤーにとって仮にうそをついたとしてもそのうその結果自分が享受できる効用水準に変化がないならそれもまた最適戦略なのである。(もちろん一般論としてはそのよううそによってナッシュ均衡の形状が変化してしまうことはあり得る。)

いまわれわれが考察しているケースでうそをついた可能性があるD学科第一志望者たちは、自分の成績順位についてある程度正確な知識を持っていると思われるので²⁴、たとえA学科やB学科を第一志望に書いたとしても、自分はその中には合格できないという確信を持ったとしても不思議ではない。われわれの例では、D学科を第一志望にした者がA学科やB学科を第一志望にしたとして、そのように修正した選好でアルゴリズムを動かしてみたとしても、そこに合格することはなかったという事実から、この確信は自己実現的なものであったことが読み取れる。

だが、結果としてわれわれの例において期待の自己実現性が観察されたからといって、そこから直ちにこの例がプレイヤーの合理性を実証していることを結論づけることは適切でない。なぜならこのゲームにおいて各プレイヤー(生徒)は自分の成績等についてはほぼ正確な情報を持っているが、他人の行動等については必ずしも正確な情報を持っていないからである。たしかにA学科、B学科とD学科の関係においてはそれらの学科はほぼ完全な代替財であり、社会的評価はA学科やB学科の方が高いということは知られている。だがそうだからといってD学科を第一志望にした生徒よりも成績の良い生徒が皆A学科やB学科を第一志望にするとは限らない。実際、たとえば同じ「文系」の学部であってもC学科には比較的D学科より成績の良い生徒が入学する傾向があるが、学科目や教育・研究の内容からB学科とC学科の代替性はあまり高くないものと思われる。したがって、D学科を第一志望にした生徒は、自分の文系順位が仮に正確にわかったとしても、A学科やB学科の可否ボーダーラインを正確に知ることができないから、合格可能性を正確に予測することも

²⁴ 志望票の提出は、順位算出の一要素である3年生3学期学期末試験実施前に行われる。したがって、志望票提出時点で生徒たちは自分の成績や順位について完全な情報は持っていないが、成績順位が1年次から3年次までのさまざまな試験成績を総合していることを考慮すると、志望票提出時点でほぼ正確に自分の成績に関する知識を各生徒が持っている想定しても問題なさそうである。

できないのである。

つまり、もし生徒が合理的ならば、D学科よりもA学科やB学科が望ましいと考えている生徒は、自分の順位が非常に低い場合を除いて支配戦略である真の選好表明を選択するものと思われる。

ここで再び表1をご覧になっていただきたい。D学科を第一志望にした生徒の最高点は818点である。それに対してA学科の合格最低点は878点、B学科のそれは824点である。したがって、この得点だけを比べてみれば、818点やそれに近い成績でD学科を第一志望にした生徒たちはB学科に合格できる可能性を不合理なほど低く見積もっていたと考えられないわけではない。

表2

得点 (*点以上*点未満)	総人数 (X)	第2志望以下にA学科かB学科がある者の数 (Y)	比率 (Y/X) 単位: %
750点以上	14人	7人	50%
700点~750点	27人	5人	18.5%
650点~700点	17人	2人	11.8%
650点未満	13人	0人	0%

しかしながら、そのように結論するのはいくらか早計すぎるかもしれない。なぜなら、B学科とD学科がほぼ完全な代替財だと考える生徒が比較的多いとしても、D学科の特色に注目して両学科は必ずしも代替的でないと考える生徒がいる可能性が否定できないからである。実際、5.2節で指摘したように、ある国家資格を目指す生徒の中には授業科目の内容から真の選好においてもD学科を第一志望にする可能性がある。

われわれが持っている選好に関するデータからその種の生徒を抽出してみたい。D学科を第一志望にした生徒の中で第二志望以下にA学科やB学科を志望した生徒がいる。彼らはまさに社会的評価とは独立に、D学科の特質に注目してこの学科を第一志望にしたものと思われる。表2をご覧になっていただきたい。この表にはD学科を第一志望にした生徒の得点別の分布（最高点818点）とそれぞれの得点クラスの中で、第二志望以下にA学科やB学科を志望した生徒の数と比率を表している。上述のように第二志望以下にA学科やB学科を志望している生徒は真の選好を表明していると仮定すると、比較的高得点の生徒の中にはD学科を真に望むからそれを選んだ者の比率が少なくないことがわかる。この比率は得点が低くなるにつれて少なくなり、650点未満の得点クラスではまったくいなくなってしまう。

生徒の得点が低くなればなるほどA学科やB学科に合格する確率が低くなることを考慮すると、得点が非常に低い学生がこれらの学科に合格しないであろうと予想するのはきわめて合理的である。したがって、その種の生徒にとっては真の選好表明とD学科を第一志望

にするうその選好表明は無差別であろう。一方、ボーダーラインに近い生徒にとっては、真の選好においてD学科をA・B両学科より好ましいと思っている生徒を除くと、真の選好表明の方がうその選好表明よりも高い効用をもたらすかもしれない。つまりD学科を第一志望にした生徒の中で不合理な選好表明をした可能性のある生徒は多く見積もってもボーダーラインに近い得点でありながらA学科やB学科への合格可能性を極端に低めに想定した生徒たちだけであろう。表2において得点の高い生徒の集団ほど Y/X の比率が高い事実は、D学科を第一志望にした生徒の中で不合理な選好表明をした者はいたとしても比較的少数であることを示しているように思える。

5. 5. 戦略的操作不可能性の妥当性

すべてのプレイヤーが他のプレイヤーがどのような行動をとろうとも真の選好表明をすることが最適になっていることを要求する戦略的操作不可能性の概念については、それがあまりにも強い要請であるが故にさまざまな批判にさらされることがある。たしかに規範的な概念として戦略的操作性を考えることは有効であったとしても、実際のメカニズム・デザインに際して成立を要求する条件としてはいささか強すぎる概念と言えないわけではない。

だが、前節までの議論は戦略的操作不可能なメカニズムが見かけ上機能していないように見えながらも実はうまく機能していることを示している。真の選好表明と無差別であるとプレイヤーが強く確信できる戦略を彼が選択した場合に見かけ上戦略的操作不可能性は成立していないかのように見えるかもしれないが、それは結果的に全員が真の選好表明を行った場合と同じ結果をもたらすのであるから、配分メカニズムに対する要求として戦略的操作不可能性は依然として妥当性を持っているのである。

6. 制度の評価と問題点について

6. 1. 収束速度について

ゲール＝シャプレイ・アルゴリズムがすぐれた特性を持っているにもかかわらず現実的になかなか採用されないのは、その収束に至るまでにかなり多数のステップを踏む必要があるという意味において、効率性に難点があるからだと考えられている。実際、米国の医学部卒業生のマッチング・メカニズムにおいても、ゲール＝シャプレイ・アルゴリズムはそのままの形では用いられず、それと同じ結果をもたらすNIMPアルゴリズムが採用されているのである。

それに対して、学院では結果的にゲール＝シャプレイ・アルゴリズムを採用することになったわけであるが、 α 年度のワークシートでは、600人近くというかなり多数の生徒がいるにもかかわらず、このプロセスはわずかに9ステップで終了しているのである。このプロセスがこのように早く終了する理由は、いくつかの学科等に定員が定められていない点にあるものと思われる。つまり、定員の定められていない学科においては、各ステッ

プでリジェクトする生徒がいないため、どの生徒もそれらの学科に配属された段階でマッチングのプロセスから抜け出すことになる。その結果、実際に志望票のやり取りが本部との間で交わされる生徒の数は急速に減っていくことになり、プロセスの終結は早まるのである。

ただし、1995年度以降は、ほとんどすべての学科等に定員が定められることになり、定員がないのはわずかに1学科のみになってしまった。この学科は例年学院からの進学者が非常に少ない（10人以下）学科なので、95年度以降のプロセスにおいては、ステップ数がかなり多くなることが予想される。

6. 2. 「第1志望優先制」について

1995年度からX学部進学希望者に対して採用された第一志望優先制によって、これまで維持されてきた学院による推薦者決定メカニズムの優れた特性が歪めてしまう可能性が強い。すなわち、前述したようにこのメカニズムはすべての生徒が真の選好表明を行うのが支配戦略になるという意味での、生徒側が戦略的操作不可能なメカニズムであったが、第一志望優先制は生徒側の戦略的操作を可能にする余地、すなわち何人かの生徒がうその選好表明をする余地を生じさせてしまう可能性が強いのである。実際、非常に成績の悪い生徒が率先してX学部を第一志望にすることで、正直に自分の選好を表明したより成績の良い生徒を押しつけてX学部に入ってしまう事態が生じる可能性は否定できない。このような事態が生じると、正直な生徒とX学部の双方が不利益をこうむることになる。

ただし、95年度の新制度の評価に当たっては注意しなければならない要因がある。それは、94年度以前にはX学部には定員が定められていなかったという事実から派生する問題である。前にも指摘したように、95年度の改革は、①X学部定員が定められたことと、②その定員を前提としてX学部第一志望優先制が導入されたこと、の2点からなる。

ところで、学院のマッチング・メカニズムにおいてはたとえX学部定員が定められたとしても、変更点がそれだけならば依然としてそれは生徒側が戦略的操作不可能なメカニズムであり続ける。つまり、さきほど新制度がX学部にも不利益をもたらすと述べた意味は、何人かの生徒が自己に有利なようにうその選好表明をすることによって、X学部定員だけが定められた場合と比べてより成績下位の生徒がX学部に入ってしまう可能性が高まる、ということの意味している。

しかしながら、そもそも94年度以前においては、どのような生徒も卒業要件などの最低条件さえ満たしていれば少なくともX学部には必ず入れた。したがって、95年度の新制度を94年度以前の制度と比べた場合には、新制度は少なくともX学部には一定のメリットがあると言えるのである。

7. 結論

本稿でわれわれは早稲田大学高等学院から早稲田大学各学部・学科・専修への進学者決定のメカニズムがゲール＝シャプレイ・アルゴリズムに基づいた安定マッチングを生じさせるようなメカニズムであることを明らかにした。高等学院では意識的にゲール＝シャプレイ・アルゴリズムを採用したのではないにもかかわらず、「公正な」進路指導の実現を念頭に置いての試行錯誤の結果、結果としてゲール＝シャプレイ・アルゴリズムと同じ手順が採用されることになった点は、人々の合理的行動が結果として自然発生的に合理的で公正なシステムを生み出すことの実例としてきわめて興味深いものがある。

また、戦略的操作不可能性の概念の妥当性についてもわれわれは表明された選好データに基づいて検討を加えたが、このデータが見かけ上この条件を満たしていないように見えるにもかかわらず、実はこのデータはこのメカニズムでプレイヤーたる生徒たちは合理的な行動を取っていることも明らかにされた。ただし、このデータセットは一つの年度のマッチング・メカニズムにおける妥当な動きを示しているが、この種のメカニズムの妥当性を検討するためにはさらに広範なデータセットを集める必要がある。この点は今後の課題である。

参考文献

D.Gale and L.Shapley (1962),"College Admissions and the Stability of Marriage," *American Math. Monthly*, 69, 9-15.

A.Gibbard (1973), "Manipulation of Voting Schemes: A General Result," *Econometrica*, 41, 587-601.

A.Roth (1984),"The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents: A Case Study in Game Theory," *J. of Political Economy*, 92,991-1016.

A.Roth (1991),"A Natural Experiment in the Organization of Entry Level Labor Markets: Regional Markets for New Physicians and surgeons in the U.K.," *American Econ. Review*, 81, 1991, 414-440.

A.Roth and M.A.O.Sotomayor (1990), *Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis*, Cambridge Univ. Press, UK.

H.Sasaki (1997), "Randomized Uniform Allocation Mechanism and Single-Peaked Preference of Indivisible Good," mimeo.

H.Sasaki (2003), "Limitation of Efficiency: Strategy-Proofness and Single-Peaked Preferences with Many Commodities," Working Paper 2003-1, Department of Economics, Rice University

H.Sasaki and M.Toda (1995),"Two-Sided Matching Problems with Externalities," *J. of Econ. Theory*, 70, 93-108.

M.A.Satterthwaite (1975), "Strategy-Proofness and Arrow's Condition: Existence and Correspondence Theorems for Voting Procedures and Social Welfare Functions," *J.Econ.Theory*, 10, 187-217.

Y.Sprumont (1991),"The Division Problem with Single-Peaked Preferences: A Characterization of a Uniform Allocation Rule," *Econometrica*, 59, 509-519.