投票による決定と投票者のパワー

武藤滋夫
東京工業大学大学院社会理工学研究科

1　はじめに

本稿の目的は、投票による意思決定システムにおける投票者のもつ影響力、パワーの評価について、協力ゲームの観点から考察を加えることである。

われわれの社会では、意思決定を投票に委ねることがよく見受けられる。たとえば、議会における決定は、市町村議会、県議会、国会から欧州連合、国連などの国際機関にいたるまで、通常は投票によって行われている。また、われわれが勤める大学、企業などの組織においても、重要な決定は投票によって行われている。

このような投票による意思決定システムにおいて、各投票者がどのくらいの影響力ないしはパワーをもっているかがしばしば問題になることがある。たとえば、１９９３年以前のいわゆる５５年体制においては、自民党と社会党の間に位置した民社党、公明党はその議席数に比べて大きな影響力を有しているといわれていた。また、衆議院議員選挙、参議院議員選挙における各選挙区有権者の影響力の格差は、「一票の重み」として選挙のたびに問題になっている。

2　簡単な例を用いた議論

まず、１つ例をあげよう。これは、「株主総会の例」として協力ゲーム理論の教科書によく出てくる例である。

例２．１　いま、ある企業の株が４人の株主 a,b,c,d によって所有されている。それぞれの持ち株の比率は 40%,30%,20%,10% であり、それに比例して、a,b,c,d にはそれぞれ 40 票、30 票、20 票、10 票の票数が与えられている。総票数は 100 票で、株主総会で議案を通すためには過半数である 51 票以上の賛成票が必要である。

この例２．１において、a,b,c,d の株主総会での影響力、パワーはどう評価すればよいであろうか。もちろん、直観的に票数が多ければ多いほどパワーは大きいと考えられるが、それを何らかの方法で数値として捉えることはできないであろうか。株主総会では各株主は自らにとって好ましい議案を通したいと思っている。ところが、この状況では、最大の票数 40 票を持つ株主 a でさえも過半数には達せず、議案を通すためには他の株主の協力が必要である。そこで、過半数を超える協力関係を他の株主と形成するという観点から各株主の立場にどのような違いがあるかを考えてみよう。このような協力関係を形成しやすい株主ほど議案を通しやすいわけであるから、大きなパワーを持つと考えてよいであろう。

まず、最大の票数を持つ a から考えてみよう。a は 40 票を有しているから、あと 11 票あれば 51 票を確保でき議案を通せる。したがって、株主 b の協力が得られればもちろんのこと、b の協力が得られなくても株主 c の協力が得られれば議案を通せる。

それでは、次に大きな票数である 30 票を有する b はどうであろうか。過半数に達するためにはあと 21 票必要である。従って、a の協力が得られればもちろん議案を通せる。しかし、a の協力が得られなかった場合には、20 票を持つ c の協力だけでは過半数に達しないから、c,d の両方の協力を取り付けなければ議案を通せない。従って、他の株主の協力を得て議案を通すという観点から見ると、a と b の間には所有する票数の大小に応じた影響力の違いがある。

次に b よりもさらに 10 票少ない 20 票を有する株主 c を考えてみよう。票数 20 ゆえ、a の協力が得られれば票数の合計が過半数を超え議案を通せるが、そうでない場合には、b,d 両方の協力が必要になる。従って、c は b よりも 10 票少ないが、他の株主の協力を得て議案を通すという観点から見ると、この２人はまったく同じ立場にあることがわかる。

最後に最も票数の少ない d は、a の協力だけでは過半数に達せず、a,b,d のうち２人以上から協力を得てはじめて過半数に達する。従って、b,c よりも弱い立場にあることがわかる。

従って、a は４人の中で最も強い立場にあり、d は最も弱い立場にある。a,d はそれぞれ最大の票数、最小の票数を有しているから、票数と影響力が対応している。しかしながら、b と c の票数は 30 票、20 票と 10 票の違いがありながら、この２人の影響力はまったく同じである。このように過半数を占める協力関係を作るという観点から投票者の影響力、パワーを見ると、特に株主 b と c の間

の関係からわかるように、票数の大小からだけでは得られない新たな構造が見えてくる。このような投票者のパワーを数値化するために、協力ゲーム理論はいくつかの指数を与えてきている。以下では、そのうち代表的な２つの指数、*シャープレイ・シュービック指数*（SS 指数と略す）と*バンザフ指数*（Bz 指数と略す）について解説する。

以下の議論のために、もう２つ簡単な例をあげておく。

例２．２　単純多数決

３人の委員 a,b,c からなる委員会を考える。a,b,c はそれぞれ１票ずつを持ち、議案を通すためには少なくとも２票が必要である。

例２．３　拒否権を持つ投票者が存在する場合

例２．２と同様に、それぞれ１票ずつを持つ３人の委員 a,b,c からなる委員会を考える。a が拒否権を持っており、議案を通すためには a の１票を含む少なくとも２票が必要である。

3　投票ゲーム

パワー指数に入る前に、まず、投票による意思決定の状況の協力ゲームによる表現を述べる。協力ゲームにおいては、投票者（プレイヤー）の全体と投票に勝利できる投票者のグループ（提携）を明確にする。以下では、投票者の集合を N、投票に勝利できる投票者のグループ（以下、*勝利提携*と呼ぶ）の全体を $\mathbf{W}$ によって表し、投票による意思決定の状況を N と $\mathbf{W}$ の組 $(N, \mathbf{W})$ によって表現する。このように表現された協力ゲームを*投票ゲーム*という。一般に、投票ゲーム $(N, \mathbf{W})$ に対して、以下の３つの条件を課す。（１）$N \in \mathbf{W}$、（２）$S \in \mathbf{W}$ かつ $S \subset T$ であれば $T \in \mathbf{W}$、（３）$S \in \mathbf{W}$ であれば $N \setminus S \notin \mathbf{W}$。

前節の３つの例は、それぞれ次のような投票ゲームとして表現される。

例２．１　$N=\{a,b,c,d\}$, $\mathbf{W}=\{\{a,b\}, \{a,c\}, \{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}, \{a,b,c,d\}\}$

例２．２　$N=\{a,b,c\}$, $\mathbf{W}=\{\{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$

例２．３　$N=\{a,b,c\}$, $\mathbf{W}=\{\{a,b\}, \{a,c\}, \{a,b,c\}\}$

例２．１、２．２は、投票ゲームのうち、特に各投票者がそれぞれ何票かの票を持ち、投票に勝つためにはある決まった票数を必要とする状況である。このような状況は、投票者が一般に 1,2,...,n の n 人いるとすれば、$(q; w_1, w_2, \ldots, w_n)$ によって表現される。q は投票に勝利するために必要な票数であり、$w_1, w_2, \ldots, w_n$ は投票者 1,2,...,n が持つ票数である。q を*必要票数*、$w_1, w_2, \ldots, w_n$ を投票者 1,2,...,n の*重み*という。$(q; w_1, w_2, \ldots, w_n)$ を*重みつき多数決ゲーム*という。例２．１は (51; 40, 30, 20, 10)、例２．２は (2; 1, 1, 1) とそれぞれ重みつき多数決ゲームとして表現できる。例２．３は、投票者１が拒否権を持つため、それ自身重みつき多数決ゲームではないが、これと同じ勝利提携の全体 $\mathbf{W}=\{\{a,b\}, \{a,c\}, \{a,b,c\}\}$ を持つ重みつき多数決ゲームとして (3; 2, 1, 1) がある。

4　SS 指数

SS 指数は、以下のような考えをとる。例２．２を用いて説明しよう。いま、１つの議案が提案されているとし、この議案を支持する度合いの強い順に投票者が１人ずつ加わって協力関係を作っていくとする。たとえば、提案された議案に対して、a,b,c の順にこれを支持する度合いが強く、この順に協力関係を作っていったとする。これを $a \leftarrow b \leftarrow c$ と表すことにする。いま、a だけでは１票しかなく議案を通すことはできないが、ここに b が加わると b の１票をあわせて合計２票になるから議案を通せる。この b のように、その主体が加わることによって勝利提携になり議案を通せるようになる投票者を*ピヴォット*という。もし、$a \leftarrow c \leftarrow b$ であれば、c が加わったときに票数が２票となって議案を通せるようになるので、c がピヴォットである。さらに、SS 指数では、いろいろな議案がランダムに生じると考え、このような協力関係の形成がすべて等確率で起こると考える。そして、このときのピヴォットになる回数の期待値をもって各投票者の SS 指数とする。例２．２，２．３の協力関係形成の順序とそれぞれのピヴォットをまとめたのが、次の表４．１である。

例２．２

協力関係形成の順序	ピヴォット
$a \leftarrow b \leftarrow c$	b
$a \leftarrow c \leftarrow b$	c
$b \leftarrow a \leftarrow c$	a
$b \leftarrow c \leftarrow a$	c

例２．３

協力関係形成の順序	ピヴォット
$a \leftarrow b \leftarrow c$	b
$a \leftarrow c \leftarrow b$	c
$b \leftarrow a \leftarrow c$	a
$b \leftarrow c \leftarrow a$	a

c←a←b	a	c←a←b	a
c←b←a	b	c←b←a	a

表４．１　例２．２，２．３の協力関係形成の順序とピヴォット

例２．２，２．３ともに投票者は３人であるから、協力関係形成の順序は 3!=6 通り存在する。例２．２では、各投票者は１票ずつを持ち議案を通すためには少なくとも２票必要であるから、どの順序においても２番目に加わる投票者がピヴォットである。従って、a,b,c いずれも SS 指数は 2/6=1/3 である。例２．３では、たとえば、b←c←a では a が拒否権を持っているため a が加わった段階で初めて議案を通すことができ、a がピヴォットである。c←b←a においても同様である。従って、６通りの順列のうち、a は４通り、b,c はそれぞれ１通りにおいてピヴォットとなるから、a,b,c の SS 指数はそれぞれ 4/6=2/3,1/6,1/6 である。

例２．２では３人の投票者のパワーは等しく、例２．３では拒否権を持つ投票者１のパワーが大きくなるという直観に合った結果を SS 指数が与えていることがわかるであろう。

例２．１では投票者が４人であるから、協力関係形成の順序は 4!=24 通り存在する。各順序におけるピヴォットを示したのが次の表４．２である。

順序	ピヴォット	順序	ピヴォット	順序	ピヴォット	順序	ピヴォット
a←b←c←d	b	b←a←c←d	a	c←a←b←d	a	d←a←b←c	b
a←b←d←c	b	b←a←d←c	a	c←a←d←b	a	d←a←c←b	c
a←c←b←d	c	b←c←a←d	a	c←b←a←d	a	d←b←a←c	a
a←c←d←b	c	b←c←d←a	d	c←b←d←a	d	d←b←c←a	c
a←d←b←c	b	b←d←a←c	a	c←d←a←b	a	d←c←a←b	a
a←d←c←b	c	b←d←c←a	c	c←d←b←a	b	d←c←b←a	b

表４．２　例２．１の協力関係形成の順序とピヴォット

２４通りの順序のうち、a は 10 通り、b は６通り、c は６通り、d は２通りにおいてピヴォットとなるから、SS 指数は、それぞれ 10/24, 6/24, 6/24, 2/24 である。第２節で注意したように、最大の票数を持つ a、最小の票数を持つ d がそれぞれ最大のパワー、最小のパワーを持つが、b,c は 30 票、20 票と票数は 10 票も違いながら、SS 指数で測った影響力は同じである。

一般に、投票ゲーム（N,**W**）における投票者 i の SS 指数は、$\sum_{S\in W, S\setminus\{i\}\notin W} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!}$ によって与えられる。ここで、n は全投票者の数、s は提携 S に属する投票者の数である。

5　Bz 指数

SS 指数が協力関係形成の順序を考えるのに対して、Bz 指数では、各投票者の賛成、反対の投票行動の組を考え、ある投票者が投票行動を変えることにより結果を変えられるとき、この投票者は影響力をもつと考える。

いま、例２．２において、a,b は賛成、c は反対であったとする。２票の賛成票があるから議案は可決される。ここで、a が賛成から反対に変わったとすると、賛成票は b の１票だけになるから議案は通らなくなる。このようなとき、a は*スウィング*であるという。同様に、b もスウィングである。c は反対から賛成に変えたとしても賛成票が２票から３票に増えるだけであるから、結果は可決のまま変わらない。従って、c はスウィングにはならない。例２．２，２．３の賛成、反対の組とそれぞれにおけるスウィングをまとめたのが、次の表５．１である。簡単のために、賛成をＹ（Yes)、反対をＮ（No)、可決をＰ（Pass)，否決をＦ（Fail）と略記してあり、各投票者がスウィングとなるところに x 印をつけてある。

例２．２

賛成、反対の組 a	b	c	結果	スウィング a	b	c
Y	Y	Y	P			
Y	Y	N	P	x	x	
Y	N	Y	P	x		x

例２．３

賛成、反対の組 a	b	c	結果	スウィング a	b	c
Y	Y	Y	P	x		
Y	Y	N	P	x	x	
Y	N	Y	P	x		x

N	Y	Y	P		x	x	N	Y	Y	F	x		
Y	N	N	F		x	x	Y	N	N	F		x	x
N	Y	N	F	x		x	N	Y	N	F	x		
N	N	Y	F	x	x		N	N	Y	F	x		
N	N	N	F				N	N	N				

表５．１　例２．２，２．３における賛成、反対の組とスウィング

例２．２においては、$2^3=8$ 個の賛成、反対の組のうち、a,b,c いずれも４回ずつスウィングになるから、Bz 指数は a,b,c いずれも 4/8=1/2 である。例２．３においては、a は６回、b,c はそれぞれ２回スウィングになるから、a の Bz 指数は 6/8=3/4、b,c の Bz 指数はそれぞれ 2/8=1/4 である。Bz 指数も、SS 指数と同じく、例２．２においては３人の投票者に同じ値を与え、例２．３においては a に大きな値を与えている。

例２．１における賛成、反対の組とスウィングは表５．２のように与えられる。

賛成、反対の組				結果	スウィング				賛成、反対の組				結果	スウィング			
a	b	c	d		a	b	c	d	a	b	c	d		a	b	c	d
Y	Y	Y	Y	P					N	Y	Y	N	F	x			x
Y	Y	Y	N	P	x				N	Y	N	Y	F	x		x	
Y	Y	N	Y	P	x	x			N	N	Y	Y	F	x	x		
Y	N	Y	Y	P	x		x		Y	N	N	N	F		x	x	
N	Y	Y	Y	P		x	x	x	N	Y	N	N	F	x			
Y	Y	N	N	P	x	x			N	N	Y	N	F	x			
Y	N	Y	N	P	x		x		N	N	N	Y	F				
Y	N	N	Y	F		x	x		N	N	N	N	F				

表５．２　例２．１における賛成、反対の組とスウィング

例２．１においては、16 通りの賛成、反対の組のうち、a は 10 通り、b は６通り、c は６通り、d は２通りでスウィングになるから、a,b,c,d の Bz 指数は、それぞれ 10/16, 6/16, 6/16, 2/16 である。SS 指数のときと同様、b と c は票数に違いがあるにもかかわらず両者の Bz 指数の値は同じになっている。

一般に、投票者 i の Bz 指数は、$|\{S \subseteq N : S \in \boldsymbol{W}, S \setminus \{i\} \notin \boldsymbol{W}\}| / 2^{n-1}$ で与えられる。ここで、$|\{S \subseteq N : S \in \boldsymbol{W}, S \setminus \{i\} \notin \boldsymbol{W}\}|$ は集合 $\{S \subseteq N : S \in \boldsymbol{W}, S \setminus \{i\} \notin \boldsymbol{W}\}$ の要素の数を表す。

６　１９９６年１０月の衆議院における各政党の SS 指数と Bz 指数

ここで、実際の事例を取り上げ、SS 指数、Bz 指数によって政党のパワーを分析してみよう。次の表６．１は、小選挙区制の施行後初めての衆議院議員選挙であった１９９６年１０月衆議院議員選挙直後の各政党のパワーを SS 指数、Bz 指数を用いて評価したものである。ただし、無所属は議員１人あたりの指数である。議員総数は５００、過半数は２５１である。

	議席数	SS 指数	Bz 指数
自民党	２３９	０．６００	０．８７５
新進党	１５６	０．０９９	０．１２５
民主党	５２	０．０９９	０．１２５
共産党	２６	０．０９９	０．１２５
社民党	１５	０．０９９	０．１２５
さきがけ	２	０．０００３	０．０００４
民改連	１	０．０００２	０．０００３
無所属	９	０．０００２	０．０００３
計	５００		

表６．１　１９９６年１０月衆議院議員選挙直後の各政党の議席数と SS 指数、Bz 指数

新進党は民主党の３倍、共産党の６倍、社民党の約１０倍の議席数を有していながらも、新進、民主、共産、社民の４党のパワーはSS指数においてもBz指数においても同じであることに注意していただきたい。

7　連立政権の形成とパワー指数

１９９３年６月の自民党の分裂以来、わが国においても連立政権の時代に入り、最初に形成された社会党、新生党、公明党を中心とする非自民連立政権から現在の自民党、自由党、公明党による自自公連立政権までさまざまな連立政権が形成されてきている。そこで、連立政権を構成する各政党の連立政権内でのパワーを、指数を用いて考察してみよう。以下では、１９９３年８月の非自民連立政権（細川政権）を取り上げ、この連立政権形成のキーとなった日本新党、さきがけにとって非自民連立政権に参加することがパワーを大きくすることにつながっていたかどうかを、SS指数を用いて検証する。

7．1　SS指数の修正

連立政権を形成した政党は一体となって行動する。従って、議案を通すための協力関係の形成において、SS指数で想定していたのように、すべての順序が起こるとは限らない。たとえば、a,b,cの３党からなる議会で、a党とb党が連立政権を形成したとすれば、どのような議案に対しても、a←c←bのようにa,bの間にc党が入るような協力関係の形成の順序は起こらないであろう。そこで、このような順序は排除した上で、SS指数を考えることにする。

まず、簡単な例からはじめよう。いま、１００議席から成るある議会において、３つの政党a,b,cがそれぞれ５０議席，４５議席，５議席を占めていたとする。最大の議席数を持つa党でさえ過半数の５１には達せず、各党は連立政権の形成を考えている。いま、a党とb党が連立政権を形成したとする。このとき、議案の可否に関して起こりうる協力関係形成の順序は、aとbの間にcが入るものを除いて、a←b←c, b←a←c, c←a←b, c←b←aの４通りであり、それぞれb, a, a, aがピヴォットになる。従って、a,bが連立したときのSS指数は、aが3/4、bが1/4である。cは0である。連立政権が形成されなかったときには、この例の勝利提携は{a,b},{a,c},{a,b,c}で、例２．３と投票ゲームとしての構造が同じであるから、aのSS指数は4/6、b,cのSS指数は1/6である。従って、連立政権を組むことにより、この例では、a,bともにパワーが増大したことがわかる。

以下では、このようなSS指数を、*提携構造を含んだSS指数*と呼ぶ。

7．2　１９９３年８月の非自民連立政権の形成

それでは、先に述べた１９９３年８月の非自民連立政権（細川政権）にもどり、この連立政権形成のキーとなった日本新党、さきがけにとって非自民連立政権に参加することがパワーを大きくすることにつながっていたかどうかを、提携構造を含んだSS指数を用いて調べてみよう。

まず、１９９３年７月衆議院議員選挙直後の各政党の議席数は表７．１のとおりであった。議員総数は５１１で、過半数は２５６である。

自民党（自民系無所属を含む）	２３３
社会党	７０
新生党	５５
公明党	５１
日本新党	３５
民社党	１５
共産党	１５
さきがけ	１３
社民連	４
無所属（非自民）	２０
計	５１１

表７．１　１９９３年７月衆議院議員選挙直後の各政党の議席数

表７．１からわかるように、この選挙で自民党が大幅な過半数割れをおこし、連立政権の形成が政局の焦点となった。いくつかの連立政権構想が取りざたされた後、次の２つの可能性が残った。

（１）自民党、日本新党、さきがけから成る「自民・新党連立政権」

（2）社会党、新生党、公明党、民社党、社民連、日本新党、さきがけから成る「非自民連立政権」
結局、後者の非自民連立政権が形成されたが、自民・新党連立政権、非自民連立政権の両方に名前のあがっていた日本新党とさきがけは、どちらの連立政権に加わったほうが大きな影響力をもちえたのであろうか。

２つの連立政権における各政権政党の提携構造を含んだSS指数を計算した結果が表７．２である。

	議席数	自民・新党	非自民
自民党（自民系無所属を含む）	２３３	０．９０１	０
日本新党	３５	０．０９４	０．１６５
さきがけ	１３	０．００５	０．１０９
社会党	７０	０	０．１６５
新生党	５５	０	０．１６５
公明党	５１	０	０．１６５
民社党	１５	０	０．１０９
社民連	４	０	０．００６
無所属（非自民）	２０	０	０．００６
共産党	１５	０	０
計	５１１		

表７．２　自民・新党連立政権、非自民連立政権における各政党の提携構造を含んだSS指数

表７．２からわかるように、日本新党、さきがけともに、非自民連立政権におけるほうがより大きなパワーを持つ。特に、日本新党は、議席数は社会党の半分であり、新生党、公明党に比べてもかなり少ないにもかかわらず、提携構造を含んだSS指数はこれらの政党と同じであることがわかる。従って、非自民連立政権に加わったことは、この２党にとって連立政権の中で大きなパワーを持つという観点から見てよい選択であったといえる。

8　まとめ

本稿では、議会における政党のパワーのシャープレイ・シュービック、バンザフの２つの指数による評価を紹介した。

これらの指数により、議席数が大きいからといってそれに比例してパワーが大きくなるとは限らないことが明らかになった。たとえば、１９９６年１０月の衆議院議員選挙後、新進党は議席数１５６と社民党の１０倍以上の議席数を有しながら、これらの指数で評価した両党のパワーはまったく同じであった。後に、新進党が分裂していった背景にはこのことも大きく影響していたのではないであろうか。

さらにシャープレイ・シュービック指数に若干の修正を施した上で、連立政権内部での政権政党のパワーの評価を行った。その結果、１９９３年８月の非自民連立政権形成の際、キーになっていた日本新党、さきがけの両党にとって、非自民連立政権に加わったことは政権内でのパワーを大きくするという観点から見て賢明な選択であったことも明らかになった。

このような指数による政党の影響力の評価は、欧米諸国においてはよく行われているものの、わが国ではまだまだ例が少なく、今後の理論的研究の発展はもちろんのこと、広範な事例への適用が強く望まれている。

シャープレイ・シュービック指数、バンザフ指数を用いたさまざまな分析については、参考文献[1], [2], [3]を参照していただきたい。

参考文献

[1]　武藤滋夫・大西匡光・小野理恵, 代議員制度と投票者の影響力ーゲーム理論的分析, 理論と方法、Vol.10, pp.147-163, 1995.
[2]　武藤滋夫・小野理恵,　投票制度と投票力指数－Shapley-Owen 指数とその応用, 第７回RAMP シンポジウム論文集, pp.125-136, 1995.
[3]　武藤滋夫・小野理恵, 投票システムのゲーム分析, 日科技連出版社, 1998.