運搬スケジューリング問題とその周辺

久保　幹雄
東京商船大学 流通情報工学

1　はじめに

ここでは，航空機産業における乗務員スケジューリング問題や機団割り当て問題，鉄道・バス産業における乗務員スケジューリング問題，トラック産業におけるトレーラー型輸送問題，および古典的な運搬経路問題を一般化したモデルを考える．このモデルは，種々の応用を統一されたフレームワークで解決するための一般化であり，Dantzig–Wolfe の分解原理を基礎としたアルゴリズム側の要請から生まれた．これは，種々の実際問題を一般化したモデルが，モデル側からの要請だけでなく，それらを統一的に解くための共通のアルゴリズムの存在から導かれた一例である．モデルは，それを解くためのアルゴリズムが存在しなければ無意味であり，逆にアルゴリズムも適用すべきモデル（実際問題）がなければ無意味である．そのため，ここで述べるモデルは，今後のアルゴリズム工学におけるモデル設定の方向性を示す重要な例であると思われる．

このモデルは，2つの重要な特殊形（運搬経路問題と乗務員スケジューリング問題）の呼び名をあわせて**時間制約付き運搬経路・乗務員スケジューリング問題**（time constrained vehicle routing and crew scheduling problem）とよばれることもあるが，ここでは簡単のため**運搬スケジューリング問題**（vehicle scheduling prolem）とよぶことにする．従来，運搬スケジューリング問題とは，顧客を訪問する時刻が特定された運搬経路問題を指すことが多かったが，ここで扱う運搬スケジューリング問題は，それを大幅に拡張したものであることに注意されたい．

以下の構成は次のようになっている．

2 節では，運搬スケジューリング問題の基本モデルの（一部，制約論理言語を含む）定式化をあげる．

3 節では，運搬スケジューリング問題の基本モデルに対する Dantzig–Wolfe の分解原理を用いた解法について論じる．

4 節では，2 節で述べた基本モデルの種々の拡張について論じる．

5 節では，運搬スケジューリング問題の輸送産業における応用について述べる．

2　基本モデル

2.1　集合

まず，モデルの定式化に要する集合を定義する．

K: 運搬車（vehicle）の集合．応用に依存して，(航空機，バス，鉄道の）乗務員（crew），航空機，トラック，船などを意味する．モデルを多品種流問題の拡張として定式化したとき，運搬車が品種に対応することから，品種（commodity）とよばれることもある．

Task: タスク（task）の集合．運搬経路問題においては，顧客需要（荷）を意味し，乗務員スケジューリングなどの応用においては，航空機，鉄道，バスの便（flight, trip）を意味する．多くの研究では，機械スケジューリングおよび資源制約付きスケジューリング問題とのアナロジーから，タスク（ジョブ，活動）の用語を用いているので，ここでもそれにならうものとする．特に，資源制約付きスケジューリング問題においては，タスクは活動（activity）とよばれる．スケジューリング問題を視覚的に表現するためにグラフを用いるが，その表現法は大きく2つに分類される．活動をグラフの点で表す表現法を，**点上活動図式**（activity-on-node diagram），枝で表す表現法を**枝上活動図式**（activity-on-arc diagram）とよぶ．運搬スケジューリング問題の場合にも，同様に点上活動図式と枝上活動図式の両者が考えられる．ここでは，運搬スケジューリング問題の特性（活動がある地点から別のある地点への物の移動を表すこと）から枝上活動図式を採用する．

$G^k = (V^k, E^k)$: 運搬車 $k \in K$ の移動可能ネットワーク．運搬車 k の発地を $o(k)$，着地を $d(k)$，運搬車 k が処理する可能性があるタスクの発地と着地の集合を N^k としたとき，移動可能な点 V^k は $N^k \cup \{o(k), d(k)\}$ と定義される．またそれに付随して，枝 E^k を点集合 V^k 間で運搬車 k が移動可能な点対と定義する．

タスクの開始時刻があらかじめ決められている場合には，時間の概念を移動可能ネットワークに埋め込む方法も有効になる．これは，時空間ネットワークとよばれ，ネットワークの各点を地点 i と i を通過する時刻 s の対 (i,s) と定義し，ある地点 i を時刻 s に出発した運搬車が地点 j に時刻 s' に到着するときに点 (i,s) から点 (j,s') に枝 $\{(i,s),(j,s')\}$ を張ることによって構成される．時間を陽的にネットワークに組み込むので，ネットワークが大きくなる可能性があるが，時刻の不可逆性からネットワークが閉路を含まないことが保証されるという特性をもつ．

EK_t: 点 i から点 j へ運搬車 $k \in K$ が移動したときにタスク $t \in \mathrm{Task}$ が処理されるとき，3つ組 (i,j,k) は集合 EK_t に含まれるものと定義する．

Res^k: 運搬車 $k \in K$ に対するリソース集合．リソースは運搬経路問題に付加される時間枠制約および積載重量（容量）制約の一般化から生まれたものである．ここで時間枠制約とは，各顧客上における作業開始時刻が，決められた時刻より後（最早作業開始時刻）で，かつ別の決められた時刻（最遅作業開始時刻）より前でなければならないことを規定し，積載重量（容量）制約とは，運搬車に積載された顧客の需要量の合計重量（容量）が運搬車ごとに定められた積載重量（容量）以下になることを規定するものである．

時間枠制約の場合には，リソースは「時間」に対応し，顧客間を運搬車が移動するとリソース（時間）が増加すると考える．各顧客上にはリソース（時間）の上下限が規定されており，リソース（時間）が下限未満の場合には，下限に設定される．これは，顧客に到着した時刻が最早作業開始時刻より前のときには，最早作業開始時刻まで待つことを表す．

積載重量（容量）制約の場合には，リソースは「積載されている重量（容量）」に対応し，顧客を訪問すると積み込みの場合にはリソースは増加し，積み降ろしの場合にはリソースは減少すると考える．各顧客上でのリソースの上限は，その顧客を訪問する運搬車の積載重量（容量）の上限に，下限は 0 に設定される．

また，目的関数（費用）も特殊なリソースとして取り扱うことができる．以下では費用を表すリソースの添え字を 0 とする．

2.2 入力データ

次に，モデルに内在するパラメータ（入力データ）を定義する．

RLB_i^{kr}: 運搬車 $k \in K$ の点 $i \in V^k$ におけるリソース $r \in \mathrm{Res}^k$ の量の下限（r-units）; ここで r-units とは，リソース r の単位量を表す．たとえば，リソースが時間を表す場合には，日，時間，分，秒などを意味し，積載重量（容量）を表す場合には kg（m^3）などを意味する．

RUB_i^{kr}: 運搬車 k の点 i におけるリソース r の量の上限（r-units）

R_{ij}^{kr}: 点 i から点 j に運搬車 k が移動したときのリソース r の増加量（r-units）; 運搬車 k が点 i から点 j に移動したとき，点 j におけるリソース r の量 Y_j^{kr} は点 i におけるリソース r の量 Y_i^{kr} をもとに，以下のように計算される．

$$Y_j^{kr} = \max\left\{RLB_j^{kr}, Y_i^{kr} + R_{ij}^{kr}\right\}$$

2.3 変数

最後に，モデルの定式化に用いる変数を定義する．

X_{ij}^{k}: 点 i から点 j に運搬車 k が移動するとき 1，それ以外のとき 0 の 0-1 変数；以下では運搬車フロー変数とよぶ．

$Y_i^{kr}(\geq 0)$: 運搬車 k の点 i 上でのリソース r の量（r-units）; 以下ではリソース変数とよぶ．

2.4 定式化

上で定義した集合，入力データ，および変数を用いた運搬スケジューリング問題の定式化を示す．最初に言葉を用いた定式化をあげ，その後で各項を数式で表現する．

最小化	総費用
条件	タスク遂行条件
	運搬車のフロー整合条件
	運搬車フロー変数とリソース変数の繋ぎ条件
	発地・着地におけるリソース量の上下限制約
	発地・着地以外でのリソース量の上下限制約

目的関数

$$\text{総費用} = \sum_{k \in K} Y^{k0}_{d(k)}$$

費用を表すリソースの添え字は 0 と定義されていたので，各運搬車 $k \in K$ ごとに着地 $d(k)$ での費用を合計したものが目的関数になる．

タスク遂行条件

$$\sum_{(i,j,k) \in \mathrm{EK}_t} X^k_{ij} = 1 \quad \forall t \in \mathrm{Task}$$

すべてのタスクが処理されなければならないことを表す．

運搬車のフロー整合条件

$$\sum_{j:(i,j) \in E^k} X^k_{ij} - \sum_{j:(j,i) \in E^k} X^k_{ji} = \begin{cases} 1 & i = o(k) \\ 0 & \forall i \in V^k \setminus \{o(k), d(k)\} \\ -1 & i = d(k) \end{cases} \qquad \forall i \in V^k, k \in K$$

運搬車 k が発地 $o(k)$ から出発し，いくつかの点を経由した後，着地 $d(k)$ に到着することを表す．

運搬車フロー変数とリソース変数の繋ぎ条件

$$(X^k_{ij} = 1) \Rightarrow \left(Y^{kr}_i + R^{kr}_{ij} \le Y^{kr}_j\right) \quad \forall r \in \mathrm{Res}^k, (i,j) \in A^k, k \in K$$

運搬車 k が枝 (i,j) 上を移動することによって，リソース量の変化が起きることを表す．

発地・着地におけるリソース量の上下限制約

$$RLB^{kr}_i \le Y^{kr}_i \le RUB^{kr}_i \quad \forall i \in \{o(k), d(k)\}, r \in \mathrm{Res}^k, k \in K$$

発地 $o(k)$ および着地 $d(k)$ におけるリソース量の上下限制約を規定する．

発地・着地以外でのリソース量の上下限制約

$$RLB^{kr}_i \left(\sum_{j:(i,j) \in E^k} X^k_{ij} \right) \le Y^{kr}_i \le RUB^{kr}_i \left(\sum_{j:(i,j) \in E^k} X^k_{ij} \right) \quad \forall i \in N^k, r \in \mathrm{Res}^k, k \in K$$

発地および着地以外の点 $i \in N^k$ 上でのリソース量の上下限制約を規定する．

3 解法

ここでは，運搬スケジューリング問題に対する Dantzig–Wolfe の分解原理を用いた解法を示す．

Dantzig–Wolfe の分解原理を適用すると，上で示した定式化は，目的関数とタスク遂行条件から成る**主問題**（master problem）と，その他の制約（運搬車のフロー整合条件，運搬車フロー変数とリソース変数の繋ぎ条件，発地・着地におけるリソース量の上下限制約，発地・着地以外でのリソース量の上下限制約）から構成される**部分問題**（subproblem）に分解される．

部分問題は，さらに運搬車 $k \in K$ ごとに分解可能であり，分解された個々の問題はリソース制約付き最短路問題になる．いま，リソース制約付き最短路問題を表現する多面体が有界と仮定する．部分問題 $k \in K$ の各端点は，$o(k)$ から $d(k)$ に至る（リソース制約を満たす）パスに対応する．部分問題 $k \in K$ に対する端点の添え字集合を P^k と書き，端点の特性ベクトルを

$$(x_p^k, y_p^k) \quad p \in P^k, k \in K$$

とする．ここで，ベクトル x_p^k の各成分は x_{ijp}^k であり，ベクトル y_p^k の各成分は y_{ip}^{kr} である．

部分問題 $k \in K$ の解 X_{ij}^k および Y_i^k は，端点の特性ベクトル (x_p^k, y_p^k) の凸結合として以下のように書くことができる．

$$\left.\begin{array}{ll} X_{ij}^k = \sum_{p \in P^k} x_{ijp}^k \theta_p^k & \forall (i,j) \in E^k \\ Y_i^{kr} = \sum_{p \in P^k} y_{ip}^{kr} \theta_p^k & \forall i \in V^k \\ \sum_{p \in P^k} \theta_p^k = 1 & \\ \theta_p^k \geq 0 & \forall p \in P^k \end{array}\right\} \forall k \in K$$

ここで新たに導入した変数 θ_p^k は端点（パス）ごとに定義されるので，パス変数（path variable）とよばれる．主問題の変数 X_{ij}^k および Y_i^k をパス変数を用いて書き換えることによって，主問題は以下のように変形される．

$$\begin{array}{rll} \text{最小化} & \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} y_{d(k)p}^{k0} \theta_p^k & \\ \text{条件} & \sum_{(i,j,k) \in \mathrm{EK}_t} \sum_{p \in P^k} x_{ijp}^k \theta_p^k = 1 & \forall t \in \mathrm{Task} \\ & X_{ij}^k = \sum_{p \in P^k} x_{ijp}^k \theta_p^k & \forall (i,j) \in E^k, k \in K \\ & \sum_{p \in P^k} \theta_p^k = 1 & \forall k \in K \\ & \theta_p^k \geq 0 & \forall p \in P^k, k \in K \\ & X_{ij}^k \in \{0, 1\} & \forall (i,j) \in E^k, k \in K \end{array}$$

変数 X_{ij}^k の 0-1 条件は，パス変数 θ_p^p の 0-1 条件に置き換えることができるので，上の主問題は以下のように書くことができる．

$$\begin{array}{rll} \text{最小化} & \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} y_{d(k)p}^{k0} \theta_p^k & \\ \text{条件} & \sum_{(i,j,k) \in \mathrm{EK}_t} \sum_{p \in P^k} x_{ijp}^k \theta_p^k = 1 & \forall t \in \mathrm{Task} \\ & \theta_p^k \in \{0, 1\} & \forall p \in P^k, k \in K \end{array}$$

この問題を直接解くためには，あらかじめすべてのパスを列挙しておく必要がある．しかし，パス変数の数 $\sum_{k \in K} |P^k|$ は非常に大きく，すべてのパスを“事前に”列挙しておくことは事実上不可能な場合が多い．ここでは，見込みのありそうなパスだけに限定し，必要に応じてパスを生成する，いわゆる**列生成法**（column generation method）を用いる．各運搬車 k に対する（小さな）パスの部分集合 $\tilde{P}^k \subseteq P^k$ に対して，以下の**制限付き主問題**（restricted master problem）を導入する．

$$\begin{array}{rll} \text{最小化} & \sum_{k \in K} \sum_{p \in \tilde{P}^k} y_{d(k)p}^{k0} \theta_p^k & \\ \text{条件} & \sum_{(i,j,k) \in \mathrm{EK}_t} \sum_{p \in \tilde{P}^k} x_{ijp}^k \theta_p^k = 1 & \forall t \in \mathrm{Task} \\ & \theta_p^k \in \{0, 1\} & \forall p \in \tilde{P}^k, k \in K \end{array} \tag{1}$$

この問題においては，x_{ijp}^k は 0 もしくは 1 の定数であるので，集合分割問題の特殊形である．この問題の線形計画緩和問題を解く（もしくは Lagrange 緩和法で下界を得る）と，副産物として式 (1) に対する双対変数 $\lambda_t (t \in \text{Task})$ が得られる．パス変数 θ_p^k の被約費用 $\bar{c}_p^k$ は

$$\bar{c}_p^k = y_{d(k)p}^{k0} - \sum_{(i,j) \in E^k} \sum_{t \in \text{Task}:(i,j,k) \in \text{EK}_t} \lambda_t x_{ijp}^k \quad \forall p \in P^k, k \in K$$

となる．したがって，被約費用が負でかつ制約を満たすパスを求めるための部分問題は，運搬車 $k \in K$ ごとに独立に解くことができ，元の変数 X_{ij}^k および Y_i^k を用いて以下のように書くことができる．

最小化 $\quad Y_{d(k)}^{k0} - \sum_{(i,j) \in E^k} \sum_{t \in \text{Task}:(i,j,k) \in \text{EK}_t} \lambda_t X_{ij}^k$

条件 $\quad$ 運搬車 $k \in K$ に対する運搬車のフロー整合条件

運搬車 $k \in K$ に対する運搬車フロー変数とリソース変数の繋ぎ条件

運搬車 $k \in K$ に対する発地・着地におけるリソース量の上下限制約

運搬車 $k \in K$ に対する発地・着地以外でのリソース量の上下限制約

部分問題は動的計画，適当な枝刈りを付加した列挙法，もしくは制約論理言語などを用いて求解される．

制限付き主問題は整数計画問題であるので，整数解を得るためには，通常，分枝限定法などの列挙法を用いる必要がある．分枝限定法の各部分問題において，列生成法を適用する分枝限定法は，**分枝価格法**（branch and price method）とよばれ，運搬スケジューリング問題をはじめとする種々の組合せ最適化問題に適用され，成功をおさめている [1].

4　拡張モデル

ここでは，2 節で述べた基本モデルの幾つかの拡張について論じる．3 節で述べた解法を，以下で述べる拡張モデルに対して適用することは比較的容易である．

4.1　タスク遂行条件の一般化

タスク遂行条件は，すべてのタスクが「ちょうど1回」処理されなければならないことを表していた．この条件は，種々の実際問題においては多少一般化して扱わなければならない．ここでは，タスクが処理される回数を任意の正数にするとともに，決められた回数からの逸脱をペナルティとして許すモデルへ拡張する．

以下のパラメータを追加する．

n_t: タスク $t \in \text{Task}$ が処理される回数．

P_t^+: タスク t が処理される回数が n_t を超えたときに，超過量1単位ごとにかかるペナルティ費用．

P_t^-: タスク t が処理される回数が n_t 未満のときに，不足量1単位ごとかかるペナルティ費用．

以下の変数を追加する．

Ξ_t^+: タスク $t \in \mathrm{Task}$ が処理される回数の超過量。

Ξ_t^-: タスク $t \in \mathrm{Task}$ が処理される回数の不足量。

上で定義した記号を用いると，タスク遂行条件の一般化は以下のように記述される。

目的関数

$$総費用 = \sum_{k \in K} Y_{d(k)}^{k0} + \sum_{t \in \mathrm{Task}} \left(P_t^+ \Xi_t^+ + P_t^- \Xi_t^-\right)$$

一般化タスク遂行条件

$$\sum_{(i,j,k) \in \mathbb{EK}_t} X_{ij}^k - \Xi_t^+ + \Xi_t^- = n_t \quad \forall t \in \mathrm{Task}$$

4.2 リソース拡張関数

基本モデルにおいては，運搬車 k が点 i から点 j に移動したとき，リソース量は定数 R_{ij}^{kr} だけ大きくなると仮定した．しかし実際には，点 i における幾つかのリソースの量に依存して点 j におけるリソース量が決められる場合がある．ここでは，点 i における運搬車 k に付随するリソース量を表すベクトル $\mathbb{Y}_i^k$ を入力したときに点 j におけるリソース r の量を返す関数（リソース拡張関数: resource extension function）Ext_{ij}^{kr} を導入することによってモデルの一般化を行う．運搬車 k が点 i から点 j に移動したとき，点 j におけるリソース r の量 Y_j^{kr} は点 i におけるリソースベクトル $\mathbb{Y}_i^k$ をもとに，以下のように計算される．

$$Y_j^{kr} = \max\left\{RLB_j^{rk}, \mathrm{Ext}_{ij}^{kr}\left(\mathbb{Y}_i^k\right)\right\}$$

関数 Ext_{ij}^{kr} の性質は，部分問題を解くためのアルゴリズムの選択に影響を与える．たとえば，関数 Ext_{ij}^{kr} が非減少関数であるという仮定の下では，動的計画法を用いた解法が効率的に働く．

基本モデルおける運搬車フロー変数とリソース変数の繋ぎ条件は，関数 Ext_{ij}^{kr} を用いて以下のように拡張される．

リソース拡張関数を用いた運搬車フロー変数とリソース変数の繋ぎ条件

$$(X_{ij}^k = \mathbb{1}) \Rightarrow \left(\mathrm{Ext}_{ij}^{kr}\left(\mathbb{Y}_i^k\right) \le Y_j^{kr}\right) \quad \forall r \in \mathrm{Res}^k, (i,j) \in A^k, k \in K$$

2 節で述べた基本モデルは，リソース拡張関数 Ext_{ij}^{kr} を

$$\mathrm{Ext}_{ij}^{kr}\left(\mathbb{Y}_i^k\right) = Y_i^{kr} + R_{ij}^{kr}$$

と設定した特殊形である。

5 応用

ここでは，種々の輸送産業における運搬スケジューリング問題の応用について論じる。

5.1 航空機産業における応用

航空機産業は，運搬スケジューリング問題が最も有効に活用されている分野である．

航空機産業において，処理すべきタスクの集合は，以下の4つの階層に分けると考えやすい．

便および回送：便（flight, flight segment）とは，航空機がある空港を決められた時刻に出発し，途中で着陸することなしに飛行し，別の空港に決められた時刻に到着することを表す．**回送**（deadhead）とは，乗務員（パイロット，パーサーなど）が便に乗客として乗ったり，他の移動手段で空港間を移動することを指す．

任務：任務（duty）とは，1日の乗務員のスケジュールを表し，1つ以上の便および回送とその間の休息時間から構成される．

ペアリング：ペアリング（paring, rotation）とは，ある出発地点（home base）から出発し，再び出発地点に戻る乗務員のスケジュールを表し，1つ以上の任務とその間の休息期間から構成される．

個別月間ブロック：個別月間ブロック（personalized monthly block）とは，月間の乗務員のスケジュールを表し，1つ以上のペアリングとその間の休息期間，長期休暇，待機期間などから構成される．

航空機産業における稀少資源は，航空機や乗務員であり，これらを上で定義した諸タスクへ割り当てることが主要な問題となる．これらは，意思決定の順序に基づき，大きく以下の4つに分けられる．

1. **時刻表作成問題**（timetabling problem）：顧客需要の予測に基づき，空港間の便を決定する．各航空機会社に割り振られた空港の滑走路などの制約や所有する航空機の種類などが制約となる．

2. **機団割当て問題**（fleet assignment problem）：所有する航空機を時刻表作成問題で決められた便に割り振る．割り振られた機種によって得られる利益が異なり，また空港ごとに離陸もしくは着陸できる機種に制限がある．所有する航空機ではすべての便が処理できない場合には，その結果を時刻表作成問題にフイードバックして再求解する必要がある．通常は，便の発時刻は時刻表作成問題で決定されたものを入力として扱うが，便の発時刻も意思決定変数に加えて最適化を行う場合もある．

3. **乗務員ペアリング問題**（crew paring problem）：機団割当て問題で決められた機種に対して，その機種に乗務可能な乗務員のペアリング（1週間程度のスケジュール）を作成する．乗務員ペアリング問題は，運搬スケジューリング問題の代表的な応用例の1つであり，タスクは便に，解はペアリングに対応する．ペアリングに対する主要な制約は任務（1日のスケジュール）に対するものであるので，最初にすべての任務を列挙し，次に任務の5日から7日程度の組み合わせとしてペアリングを（必要に応じて）生成する方法が用いられる．回送は，4.1節で述べたタスクの処理の超過量 Ξ_t^+ として処理される．すなわち，乗務員が客として移動する際のペナルティを，タスク処理量の超過ペナルティ費用 P_t^+ と設定し，超過を許すものとしてモデル化する．

4. 個別月間ブロック割当て問題 (monthly block assignment problem, crew assignment problem): 乗務員ペアリング問題で決められたペアリングを，個々の乗務員に割り振る。

   個別月間ブロック割当て問題に対しては，以下の3つの問題を解くことによる方法が主に利用されており，3者とも，タスクはペアリング，解は個別月間ブロックに対応する。最近では，大規模問題を解くための技術の進歩から，便（もしくは任務）をタスクとみなして求解する方法もしばしば用いられる。この場合には，乗務員ペアリング問題と個別月間ブロック割当て問題の区別はなく，両者をあわせた問題が求解される。

   (a) 入札問題 (bidline problem): 乗務員の個人の情報を用いないで，すべてのペアリングをカバーする個別月間ブロックを作成する。その後で，得られた個別月間ブロックを乗務員ごとに決められた優先順位の順（通常は年齢順）に選択していく。この方式は，主に北米の航空機会社で採用されている。我が国のトラック業界では，しばしばカルタ取り方式とよばれている。

   (b) 乗務員勤務名簿問題 (crew rostering problem, rostering problem): 乗務員の個々の要求 (desiderata) に基づき個別月間ブロックを作成する。この方法は，ヨーロッパにおいて主流である。

   (c) 優先入札問題 (preferential bidding problem): 乗務員ごとに決められた優先順位（通常は年齢順）を考慮した上で個別月間ブロックを作成する。この問題は，年齢順に絶対的な優先度をもつ多目的計画問題と考えられ，優先順位の大きい順に運搬スケジューリング問題を繰り返し用いて求解する方法が提案されている [3].

5.2 コンテナ輸送における応用

ここでは，コンテナ輸送における運搬スケジューリング問題の応用について述べる。これは，我が国における某運送会社における事例である。

コンテナとは貨物輸送において反復使用するための容器であり，鉄道，船舶，トラックなどの異なる輸送手段を用いた一貫輸送システムでしばしば用いられる。ここでは，鉄道貨車用の駅（コンテナターミナル）と複数の顧客間のトレーラー輸送を考える。以下の仮定をする。

1. 運搬スケジューリング問題における運搬車はトレーラーに対応し，1つのコンテナを牽引できる.

2. 運搬スケジューリング問題におけるタスクは地点間を移動させる荷に対応し，荷は特定のタイプ（横開き，冷凍など）のコンテナを要求する.

3. コンテナターミナルには,(各タイプごとに) 十分な量のコンテナが保管されている。

地点 i, j 間の移動時間を T_{ij} と書き，時間を添え字 0 のリソースとする。コンテナをタイプ別にわけたものをリソースと考え，運搬車 $k \in K$ に対するコンテナタイプの添え字を $1, 2, \cdots, r, \cdots, |\mathrm{Res}^k|$ とする。地点 i から j に移動させる荷が，運搬車 k にタイプ r のコンテナをつけたもので処理可能なとき $CT_{ij}^{kr} = 1$，それ以外のとき $CT_{ij}^{kr} = 0$ と定義する。リソース変数 Y_i^{kr} は，$r = 0$ のときには地点 i での作業開始時刻を表し，$r \geq 1$ に対しては，トレーラーがタイプ r のコンテナを牽引

可能なとき $Y_i^{kr}=1$，それ以外のとき $Y_i^{kr}=0$ を表す．運搬車 k の発地 $o(k)$ はコンテナターミナルであると仮定する．コンテナターミナルには，十分な量のコンテナが保管されているので，すべての $r \geq 1$ に対して $RLB_{o(k)}^{kr}=RUB_{o(k)}^{kr}=1$ と設定する．これは，コンテナターミナルを出発するときには，任意のコンテナが牽引可能であることを示す．トレーラーが牽引可能なコンテナでは，地点 i から j に移動する荷を処理することができないとき，トレーラーは最寄りのコンテナターミナルに移動し，コンテナを積み替えなければならない．コンテナターミナル t における積み替え時間を S_t とし，$t(i,j)$ を $T_{it}+S_t+T_{tj}$ を最小にするコンテナターミナル t と定義する．4.2 節で導入したリソース拡張関数は，以下のように定義される．

$r=0$ のとき:

$$\mathrm{Ext}_{ij}^{k0}\left(\mathrm{Y}_i^k\right)=\begin{cases} Y_i^{k0}+T_{ij} & CT_{ij}^{kr}=1 \text{ かつ } Y_i^{kr}=1 \text{ なる } r \geq 1 \text{ が存在する} \\ Y_i^{k0}+T_{i,t(i,j)}+S_{t(i,j)}+T_{t(i,j),j} & \text{それ以外} \end{cases}$$

$r \geq 1$ のとき:

$$\mathrm{Ext}_{ij}^{kr}\left(\mathrm{Y}_i^k\right)=\begin{cases} Y_i^{kr}\cdot CT_{ij}^{kr} & CT_{ij}^{kr}=1 \text{ かつ } Y_i^{kr}=1 \text{ なる } r \geq 1 \text{ が存在する} \\ CT_{ij}^{kr} & \text{それ以外} \end{cases}$$

6 おわりに

2 節および 4 節のモデルおよび定式化，ならびに 3 節の解法は，Desaulniers–Desrosiers–Ioachim–Solomon–Soumis–Villeneuve [2] をもとにしている．

参考文献

[1] C. Barnhart, E. L.Johnson, G. L. Nemhauser, M. W. Savelsbergh, and P. H. Vance. Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs. *Operations Research*, 46(3):316–329, 1998.

[2] G. Desaulniers, J. Desrosiers, I. Ioachim, M. M. Solomon, F. Soumis, and D. Villeneuve. A unified framework for deterministic time constrained vehicle routing and crew scheduling problems. In T. G. Vranic and G. Laporte, editors, *Fleet management and Logistics*, chapter 3, pages 57–93, Kluwer Academic Publishers, 1998.

[3] M. Gamache, F. Soumis, D. Villeneuve, J. Desrosiers, and E. Gélinas. The preferential bidding system at Air Canada. *Transportation Science*, 32(3):246–255, 1998.