集団の合意を得るためのグループＡＨＰ法

東京理科大学　山田善靖　Yoshiyasu YAMADA

１．はじめに

社会の意思決定の問題に対してそれが定量的に表現され定式化される場合に、ＯＲは多くの有効な解決方法を提供してきた。しかし、社会活動のなかで生じる意思決定問題は定量的に把握できる要因と定性的な感覚的判断を伴なう要因を総合的に考察し解決方法を検討する必要のある場合が多い。ＡＨＰは人間の感覚的判断を意思決定に取り込んだ数少ないＯＲの手法である。そのような理由からＡＨＰはＯＲの新しい方向といえよう。

一方ＡＨＰは意思決定に感覚的判断を取り入れているために、その分析結果も主観的で感覚的な部分が残るのが一般的である。そのために、人間の好み、趣向、価値観が意思決定において重要な役割を担っている場合にはこの手法は大変有効な手法であるが、企業の意思決定のように大きな失敗はあってはならなかったり、だれかの勘に頼りすぎてはならなかったりする場合にはしばしば敬遠される手法でもある。

企業の重要な意思決定の中には実力のあるマネージャの経験や勘に頼らなければならない問題が沢山存在する。このような問題解決にこそＡＨＰは使われるべきであるが、人間の感覚的判断が信頼できないということからＡＨＰはあまり使われていないのが現状である。「ＡＨＰ事例集」（日科技連出版社、刀根薫、真鍋龍太郎編、1990）を調べてみると、多くの事例が考え方を提供するかあるいは実験的にＡＨＰを試みた程度にとどまっている。ＡＨＰ分析結果に基づいて実際の重要な意思決定を行った事例はあまり多くない。しかし、この事例集を良く分析してみると、グループの意思決定にＡＨＰを使った場合には比較的その結果が重要な業務の意思決定に利用されている。この事実から次のように考えた。「人間の感覚的判断は人によって異なり、それを利用した重要な意思決定結果を信頼することはできない。しかし、人間の感覚的判断結果も一人だけでなく多くの人が同じような判断をしている場合にはその判断結果はかなり信頼できるであろう。従って、一人の判断によるＡＨＰの結果は重要な意思決定の参考資料としてあまり使わないが、複数の人間の共通する感覚に基づくグループ判断は結果に信頼がおける。よって、その判断結果を用いたＡＨＰの結果は信頼できる。」と人間は考えるであろからグループＡＨＰの研究は経営意思決定で実際に使われ有効な方法を提供する可能性が高いと言えよう。

グループＡＨＰ法では集団の複数のメンバーの感覚的判断を取り入れるという意味から結果が集団に受け入れられ易いということは上述したが、さらにメンバーの感覚的判断には各々のメンバーの価値観が反映されているので、個人個人の判断結果をうまくまとめることのできるグループＡＨＰ法は集団の合意を得るためにも有用な方法を提供すると考えられる。

ここで提案するグループＡＨＰ法はグループの合意形成について次のような人間仮説をおいて、グループＡＨＰ法を設定している。

仮説１：「人間は自分の判断をはっきりと決める前に、その判断を修正させられる方が、一度はっきりと決めてしまった後に、判断結果を替えさせられるよりは合意が形成されやすい。」

この仮説のもとでＡＨＰの一対比較行列の各要素である比較評価値を点で与える代わりに区間で与える方法を提案した。これは評価者の比較評価を出来るだけ断定させないで集団合意形成が出来やすくするためである。

仮説２：「人間はいろいろの判断の間で相互に矛盾がない結果ほどその結果を受入れやすい。」

評価者の整合性が最も小さくなるように一対比較行列を決定する

仮説３:「集団のメンバー人一人は集団の決定結果と自分の決定結果との差違が小さいほど満足する。」

集団の意思決定はメンバの与えた各人の結果に最も近いものを採用する。

以上の仮説をもとに「集団の合意を得るためのグループＡＨＰ法」を紹介する。

以下は著者らによる下の論文からの抜粋である。
論文：山田善靖、杉山学、八巻直一“合意形成モデルを用いたグループＡＨＰ”、Journal of the Operations Research of Japan, Vol.40, No. 2, pp236-244, June 1997

2. 提案するグループ AHP の特徴と手順

Saaty が提案した方法では, 集団としての一対比較値を作成する段階において, 各メンバの意見を 1 つの値に集約してしまうために, 重要度を算出する以前の段階で, 既に不満を抱く結果となっている. つまり, 「その集約された値には納得がいかない. 」等の不満が生じる. よって, このような状況下で作成された一対比較行列から算出した重要度にも, 当然満足できないといった問題が生じる. そこで, 本論文で提案する方法は, まず, 各メンバの意見の表現方法として, 集団を構成している各メンバそれぞれが, 相手の意見に対し「容易に抵抗なく受け入れられる範囲」を示してもらうこととする (以後, 主張区間と呼ぶ). その上で, 集団としての一対比較値を作成する段階において, 各メンバの意見を 1 つに集約せずに, 全メンバの意見を取り込んだ “区間値” を用いる (以後, グループ一対比較値と呼ぶ). この結果得られたグループ一対比較行列から, 集団全体の意見として最も首尾一貫性が良くなる一対比較値, つまり “整合度 (consistency index : C.I.) を最小” とする一対比較値から算出した重要度を採用するものである. 加えて, 算出した重要度が一意に定まらない場合には, 各メンバ本来の意見 (一対比較値) に最も近い意見から重要度を算出する. 言い替えるならば提案する方法は, 集団を構成する全メンバの意見を取り込み (グループ一対比較値), その状態から合理的な方法 (整合度を最小化し, 集団全体の不満足の度合いを最小化する) により意見を集約するものである.

上述のように本論文で提案するグループ AHP の最大の特徴は, 集団の合意形成過程に “区間表現” を用いる点にある. 区間表現を用いた AHP は, 既に文献 [1, 2, 3, 5, 11] 等で提案されている. しかし, これらの方法は全て個人の意思決定問題を扱っており, 本論文で扱うような集団における意思決定問題に利用されてはいない. また, 集団における意思決定問題固有の特性から, この区間表現の利用の仕方や意味する内容も異なっている. 具体的に提案するグループ AHP では, 各メンバの意見として主張区間が用いられ, 全メンバの意見を取り込んだグループ一対比較値が用いられている.

その他の特徴として, 区間値で表された一対比較行列 (グループ一対比較行列) から重要度を算出する方法も既存の方法とは異なる. 既存の方法では全て, この区間値で表された一対比較行列から求めた重要度も区間値であったが, 提案するグループ AHP では, 各要素の重要度を各々 1 つの値で求めるものである. つまり, 求める重要度は区間値ではなく, 通常の AHP と同様である. よって, 総合的重要度の算出も通常の AHP の場合と同様となる.

本論文で提案するグループ AHP の手順をまとめると, 以下の図 1のようになる.

3. 主張区間

本論文で提案するグループ AHP では, 各メンバの意見の表現方法として, 集団を構成している各メンバそれぞれに, 「抵抗なく受け入れられる範囲」示してもらうこととする. 従来に比べて, このように幅をもって意見を示してもらうことで, 集団の合意がスムーズに形成されることが期待できる.

メンバ k が評価項目 i と評価項目 j の一対比較を行い, かつ, 他の相手の意見に対し「容易に抵抗なく受け入れられる範囲」を主張区間とし, 以下のように定義する.

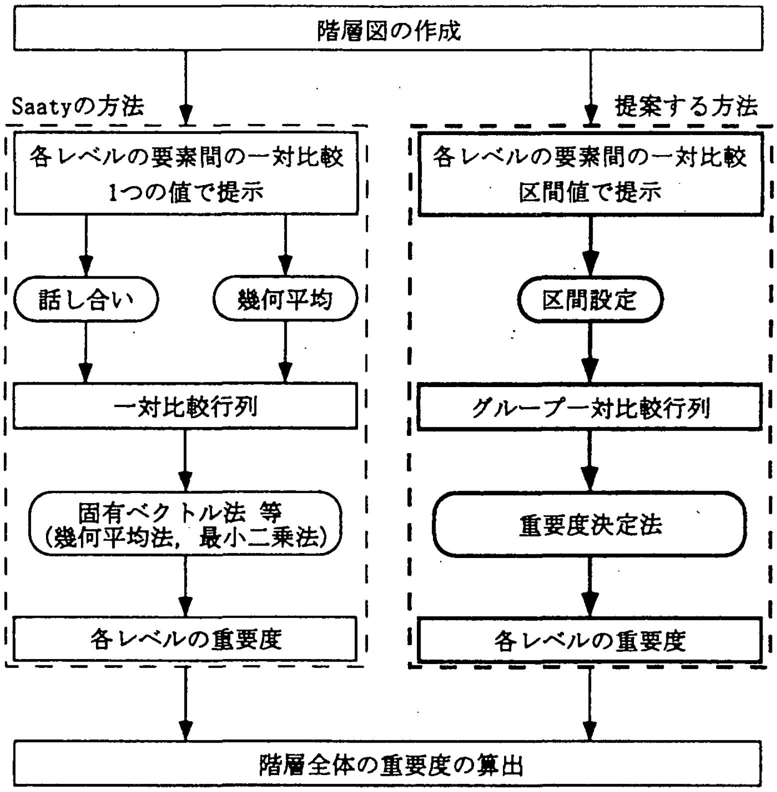

図 1: 提案するグループ AHP の手順

[定義 1] 主張区間

$$\begin{aligned} &\left[l_{ij}^{(k)}, u_{ij}^{(k)}\right], \qquad\qquad (k=1,\ldots,m \ \text{ and } \ i,j=1,\ldots,n), \\ &\left[l_{ji}^{(k)}, u_{ji}^{(k)}\right] = \left[\frac{1}{u_{ij}^{(k)}}, \frac{1}{l_{ij}^{(k)}}\right]. \end{aligned} \tag{1}$$

ここで, $l_{ij}^{(k)}$ と $u_{ij}^{(k)}$ は, メンバ k が与えた i 項目と j 項目の一対比較値の下限値と上限値を表し, $\left[l_{ij}^{(k)}, u_{ij}^{(k)}\right]$ は区間 $\{x_{ij}^{(k)} \in R | l_{ij}^{(k)} \leq x_{ij}^{(k)} \leq u_{ij}^{(k)}\}$ を表す. また, m はメンバ数, n は評価項目数である. この主張区間 $\left[l_{ij}^{(k)}, u_{ij}^{(k)}\right]$ の中には, 当然メンバ k 本来の意見が含まれ, その区間幅 $|\ln u_{ij}^{(k)} - \ln l_{ij}^{(k)}|$ は意見の強さを表現していることとなる. つまり, メンバ k の意見が強い時には, 主張区間の幅は狭くなり, 意見が弱い時には, 主張区間の幅は広くなる.

区間表現を用いたAHP は, 文献 [1, 2, 3, 5, 11] 等で提案されている. 一般にこれらは, 区間の表現方法の違いで 2 つに分けることができる. 文献 [1, 2, 11] 等では一対比較の評価を単なる範囲で示しており "区間 AHP" と呼ばれている. それに対し, 文献 [3, 5] 等ではそれをファジイ数で示していることから "ファジイ AHP" と呼ばれている. 本論文で提案するグループ AHP では, 区間表現を「容易に抵抗なく受け入れられる範囲 (主張区間)」や, 「全メンバの意見を取り込んだ区間値 (グループ一対比較値)」というように, 範囲として用いるために, 基本的に区間 AHP の考え方といえる.

4. グループ一対比較行列の設定

2 章でも述べたように本論文で提案する方法は, 集団としての一対比較値を作成する段階において, 従来の方法のように各メンバの意見を 1 つの一対比較値に集約せず, 区間値 (グループ一対比較値) に集約する.

具体的にグループ一対比較値$\left[\tilde{l}_{ij},\tilde{u}_{ij}\right]$の決定に対して，ここでは次のような2種類を提案する．

a) 主張区間に共通する区間が存在する場合

各メンバが与えた主張区間の間に，共通する区間が存在する場合には，その共通区間の最大区間をグループ一対比較値とする．

$$\begin{aligned}
&\bigcap_{k=1}^{m}\left[l_{ij}^{(k)},u_{ij}^{(k)}\right]\neq\emptyset \text{ の場合,}\\
\tilde{l}_{ij} &= \max_{k}\{l_{ij}^{(k)}|k=1,\ldots,m\},\quad (i,j=1,\ldots,n),\\
\tilde{u}_{ij} &= \min_{k}\{u_{ij}^{(k)}|k=1,\ldots,m\},\quad (i,j=1,\ldots,n).
\end{aligned} \tag{2}$$

b) 主張区間に共通する区間が存在しない場合

各メンバが与えた主張区間の間に，共通する区間が存在しない場合には，各主張区間を全て含む区間の中でも最小区間をグループ一対比較値とする．

$$\begin{aligned}
&\bigcap_{k=1}^{m}\left[l_{ij}^{(k)},u_{ij}^{(k)}\right]=\emptyset \text{ の場合,}\\
\tilde{l}_{ij} &= \min_{k}\{l_{ij}^{(k)}|k=1,\ldots,m\},\quad (i,j=1,\ldots,n),\\
\tilde{u}_{ij} &= \max_{k}\{u_{ij}^{(k)}|k=1,\ldots,m\},\quad (i,j=1,\ldots,n).
\end{aligned} \tag{3}$$

ここで，$\emptyset$は空集合を表す．

各メンバが与えた主張区間の間に，共通する区間が存在する場合には，質の高い合意形成ができると期待できるが，共通する区間が存在しない場合には，質の高い合意形成があまり期待できない．つまり，グループ一対比較行列において，$\emptyset$の場合が多いということは，各メンバの意見がバラついていることを表しており，$\emptyset$の数量は合意形成の質の高さを表す指標となる．$\emptyset$が多数であれば，デルファイ法の考え方に基づき，基本的には共通する区間が存在するまで，各メンバの主張区間を取りまとめた結果を返却し，改めて主張区間を示してもらう作業を繰り返し行うべきである．

グループ一対比較行列の設定には，様々な変種が考えられる．しかし基本的には，対象となる集団の特性を基に，各メンバ間の総意により決定されるべきものである．つまり，アプリオリな情報が存在する場合には，当然その情報を優先すべきである．ここでは，それらの情報が入手困難な場合や，より客観的に設定したい場合などに有効であると考えられる方法の中の1つを示した．

5. 重要度決定法

本論文で提案する重要度決定モデルは，各要素が区間値から成るグループ一対比較行列$X=\left(\left[\tilde{l}_{ij},\tilde{u}_{ij}\right]\right)$から，集団全体の意見として最も首尾一貫性が良くなる，つまり整合度(C.I.)が最小となる一対比較値を発見し，その時の重要度w_iを採用するものである．整合度を最小とする一対比較値は必ずしも一意ではないが，その場合には各メンバの不満足の度合いを定義し，集団全体の不満足度(dissatisfaction index : D.I.)の最小化を行う．まず初めに，整合度を最小化するのは，集団全体の意見として首尾一貫性(整合性)がないのでは，結果として得られた重要度に対して信頼がおけないからである．次いで，不満足度の最小化を行うのは，各メンバに対してより受け入れ易い結果を作り出すためである．このように提案する重要度決定モデルの特徴は，重要度を算出する上で整合度と不満足度を取り入れた点にある．

5.1 不満足度の定義

本節では, 集団全体の不満足度 (D.I.) を不満値 (dissatisfaction score : D.S.) と最小不満値 (minimum dissatisfaction score : M.D.S.) から定義する.

不満値 (D.S.) は, 求める一対比較値と各メンバの本来の意見の差の重み付き総和で与えられる. 3 章において, 主張区間 $\left[l_{ij}^{(k)}, u_{ij}^{(k)}\right]$ の中には, 当然メンバ k 本来の意見が含まれることを述べた. 従って, メンバ k 本来の意見は, この主張区間内の何れかの値であり, $c_{ij}^{(k)}$ と表す. この情報が存在するならば, その値を用いればよいが, 存在しない場合には, 様々な状況に応じて設定されるべきである. ここでは, その 1 例として区間の下限値と上限値の幾何平均値を採用する.

$$c_{ij}^{(k)} = \sqrt{l_{ij}^{(k)} \cdot u_{ij}^{(k)}}. \tag{4}$$

また, 重みは $d_{ij}^{(k)}$ で表し, 各メンバの意見の強さに比例されるべきである. すなわち, 各メンバが与えた主張区間の区間幅の大きさ $|\ln u_{ij}^{(k)} - \ln l_{ij}^{(k)}|$ に反比例するべきである. ここでは, その 1 例として次の重み $d_{ij}^{(k)}$ を採用する.

$$\begin{aligned} d_{ij}^{(k)} &= \frac{1}{b_{ij}^{(k)} + 1}, \\ & \quad b_{ij}^{(k)} = |\ln u_{ij}^{(k)} - \ln l_{ij}^{(k)}|. \end{aligned} \tag{5}$$

求める一対比較値を x_{ij} とし, メンバ k の不満値 (k-th D.S.) を以下のように定義する.

[定義 2] メンバ k の不満値 (k-th D.S.)

$$DS_k = \sum_{i<j} d_{ij}^{(k)} (\ln x_{ij} - \ln c_{ij}^{(k)})^2. \tag{6}$$

そして, 不満値 (D.S.) を以下のように定義する.

[定義 3] 不満値 (D.S.)

$$DS = \sum_{i<j} \sum_{k} d_{ij}^{(k)} (\ln x_{ij} - \ln c_{ij}^{(k)})^2. \tag{7}$$

x_{ij} に制約条件の無い場合, 不満値 (D.S.) は $\ln x_{ij} = \ln p_{ij} = \frac{1}{\sum d_{ij}^{(k)}} \sum_{k} d_{ij}^{(k)} \ln c_{ij}^{(k)}$ の時最小となる. よって, これを最小不満値 (M.D.S.) として, 以下のように定義する.

[定義 4] 最小不満値 (M.D.S.)

$$MDS = \sum_{i<j} \sum_{k} d_{ij}^{(k)} (\ln p_{ij} - \ln c_{ij}^{(k)})^2. \tag{8}$$

以上の不満値 (D.S.) と最小不満値 (M.D.S.) から, 集団全体の不満足度 (D.I.) を以下のように定義する.

[定義 5] 不満足度 (D.I.)

$$DI = \frac{DS - MDS}{MDS}, \tag{9}$$

$$
\left(
\begin{array}{rcl}
DS & = & \sum_{i<j}\sum_{k} d_{ij}^{(k)}(\ln x_{ij} - \ln c_{ij}^{(k)})^2, \\
MDS & = & \sum_{i<j}\sum_{k} d_{ij}^{(k)}(\ln p_{ij} - \ln c_{ij}^{(k)})^2, \\
 & & \ln p_{ij} = \frac{1}{\sum d_{ij}^{(k)}} \sum_{k} d_{ij}^{(k)} \ln c_{ij}^{(k)}.
\end{array}
\right)
$$

5.2 重要度決定モデルの定式化

最初に整合度 (C.I.) の最小化を行い, 次いで集団全体の不満足度 (D.I.) の最小化を行う, 重要度決定モデルを以下のように定式化する.

$$
\begin{array}{ll}
\text{最小化} & \alpha(CI) + \beta(DI), \\
\text{条件} & \sum_{j=1}^{n} x_{ij}w_j = \lambda w_i, \quad (i = 1, \ldots, n), \\
 & x_{ij}x_{ji} = 1, \qquad (i, j = 1, \ldots, n), \\
 & \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \\
 & w_i > 0, \qquad (i = 1, \ldots, n), \\
 & \tilde{l}_{ij} \leq x_{ij} \leq \tilde{u}_{ij}, \quad (i, j = 1, \ldots, n).
\end{array}
\tag{10}
$$

ここで, 目的関数の α,β は目標計画法 [4] の付順方式で用いられる順位係数 $P_k(k = 1, 2, \ldots)$ に相当する係数である. また, CIは整合度であり, 一対比較行列の最大固有値 λ_{max} を用いて,

$$
CI \ = \ \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}, \tag{11}
$$

と表される. そして $\alpha \geq 0$ かつ $\beta > 0$ であれば目的関数は, 凸関数となる. 制約条件の第 1 式は固有方程式の条件, 第 2 式は一対比較要素に関する逆数対称性の条件, 第 3 式は重要度の正規化の条件, 第 4 式は重要度の正値条件, 第 5 式は一対比較値に関する区間の条件である. 重要度決定モデル (10) の固有方程式の条件において, ペロン・フロベニウスの定理 (Perron-Frobenius' theorem [12]) から重要度が正値であるという条件のみで, λが最大固有値であることが保証される.

ここでは α,β を順位係数に相当する係数であるとしたが, 対象となる集団の特性に合わせて, 整合度 (CI) を重視するのか, 不満足度 (DI) を重視するのかといった意向を, α, β の値をいろいろと変化させることで反映できる. この重要度決定モデルにおいて, β を非常に大きくすること, つまり, 不満足度 (DI) だけの最小化を行うことは, 従来の Saaty が提案した 2 つ目の方法 (幾何平均を用いて, 集団としての一対比較値とする方法) と同様の主旨となり, 特殊な状況の基で一致する. また当然, この重要度決定モデルを解いた結果, 整合度が悪い場合には, 各メンバが与えた主張区間を再検討する必要がある.

参考文献

[1] 刀根薫、真鍋龍太郎：「AHP 事例集」、日科技連出版社、1990

[2] 八巻直一、山田善靖、杉山学：「非線形計画法の人事問題でのグループ AHP 法への適用」、Proceeding of the Eighth RAMP Symposium, Tokyo, September pp 51-64, 1996

[3] 山田善靖、杉山学、八巻直一：「合意形成モデルを用いたグループ AHP」、Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 40, No. 2, pp 236-244, 1997

[4] 八巻直一：「グループ評価による人事評価への適用」、平成 9 年度第 2 回 OR セミナーテキスト (意思決定手法 AHP の実用の新ステップへ) 、日本オペレーションズ・リサーチ学会、pp 35-47, 1998