

オプション価格と相場観のデータを利用したリスク回避度の推定

岡本 雅生

宮崎 浩一

星加 裕文

佐々木 大輔

電気通信大学

(受理 2008 年 5 月 21 日; 再受理 2010 年 5 月 22 日)

和文概要 本研究では、まず、先行研究に従い Berkowitz 検定に基づいて日本におけるオプション市場価格に内在するリスク回避度を推定し、英国や米国のもものと比較する。また、日本におけるオプション市場価格から推定されるリスク中立確率密度関数が実現株価をどの程度予測可能であるかについても検証する。これらの分析結果を受けて、データ解析における先行研究の問題点を指摘したうえで、新たなリスク回避度の推定手法を提案する。

提案手法では、基礎データとして、金融関連業種の相場観情報と株価リターンのデータを採用のうえ VAR モデルを利用して、市場参加者の予想株価リターンの分布（主観 PDF データ）として適切と考えられるものを構築する。この主観 PDF データとリスク中立 PDF にリスク回避度を加味して得られる主観 PDF との距離を KL 情報量に基づいて計量し、これを最小化することでリスク回避度を推定する。

提案手法に基づく実証分析結果からは、第一に、予測期間が 5 営業日と短い場合においても主観 PDF データの予測力は棄却される結果となった。第二に、オプション市場に内在するリスク回避度は長期間にわたって一定ではなく月単位でも大きく変動することなどが確認された。第三に、投資家の相場に対する予想を何らかの形で反映させてリスク回避度を推定する場合には、リスク回避度が平均すると正の値をとることがわかった。

キーワード: 金融, 統計, Berkowitz 検定, 予測力, Kullback-Leibler 情報量, リスク中立確率密度関数, 主観確率密度関数

1. はじめに

オプションとは、満期日において対象資産（以下、原資産、株式などを想定されたい）を取り決めた価格（以下、権利行使価格）で買う（コール・オプション）又は売る（プット・オプション）ことができる権利のことである。オプション市場において、この権利（オプション）が売買されている。コール・オプションの市場価格には、その商品特性から、市場参加者が満期日の原資産が権利行使価格よりも高くなる可能性が大きいと考える場合に高くなり、逆の場合には安くなる傾向が見られる。つまり、オプション価格には、オプションの満期時点における株価の分布に関する市場の予測（以下、リスク中立確率密度関数、リスク中立 PDF と呼ぶ）が相応に織り込まれている。

リスク中立 PDF がどの程度まで満期における株価の分布を的確に予測可能であるかについて統計的検定（Berkowitz 検定 ([1])）を行った研究に、[3] がある。この研究は、極めて興味深いものである。通常、ある分布（ここではリスク中立 PDF）が別の分布（ここでは満期における株価の分布）をどの程度予測可能であったかを確認する場合には、分布の近さを評価基準として判断する。しかし、先行研究や本研究が対象とする問題では、オプションの満期における株価は 1 つ得られるのみ（終値を想定している）であり、株価推移に何らかの定常性を仮定することなしに、満期における株価の分布を得ることはできない。Berkowitz 検定は、満期における株価の分布を構成することなしに、リスク中立 PDF とオプション満期における株価とを 1 つのセットとし、このセットを数十セット以上集めたものを利用して

予測可能性の検定を行うものである。[3]では、リスク中立PDFが満期における実現株価の完全な予測確率密度関数（以下、完全予測PDFと呼ぶ）になっていないことを実証分析によって示し、その理由としてオプション価格から得られるリスク中立PDFには純粋な株価の予測に加えて投資家のリスク回避度が織り込まれていることを指摘している。更に、リスク中立PDFからリスク回避度の影響を取り除いた主観PDFを新たに導入し、この主観PDFと完全予測PDFには整合性があることを示した。

この先行研究は極めて興味深いものであり、効用関数の形を変えて同じアプローチを採用した研究に[7]などがみられる。しかし、我々は、[3]が主観PDFの推定に際して明らかに非現実的な仮定をおいているため、推定されたリスク回避度の解釈には十分に注意する必要があることを指摘する。そして、金融関連業種の相場観情報と株価リターンのデータを採用しVARモデルを利用して、市場参加者の予想株価リターンの分布（主観PDFデータ）として適切と考えられるものを構成したうえで、KL情報量を最小化することによってリスク回避度を推定する手法を提案する。ここで主観PDFデータの構成に相場観情報を導入したのは、[9, 12]等の先行研究から投資家の相場に関する予想は必ずしも完全ではないことが知られているので、“投資家は完全に合理的である”としてリスク回避度の推定を行う[3]の推定結果と比較検討するためである。[3]が米国と英国のみを対象とし日本における株式オプション市場に関する分析は行っていないため、日本における株式オプション市場に関する実証分析も行い米英の結果と比較検討する。更に、本研究で提案する手法に基づく実証分析結果を紹介し、両アプローチによる類似点や相違点などを検討する。

本論文の構成は、次の通り。第2節では、先行研究で利用されるファイナンス用語・統計モデルを整理したうえで、主観PDF導出の際の問題点を指摘する。第3節では、本研究のアプローチについて述べる。第4節では、実証分析結果とその考察を与える。最終節では、まとめと結語を付す。

2. 先行研究で利用されるファイナンス用語・統計モデルと主観PDF導出の際の問題点

2.1. 先行研究で利用されるファイナンス用語・統計モデル

ここでは、先行研究[3]で用いられているファイナンス用語とその導出法や統計モデルに関して手短かに纏めておく。

2.1.1. リスク中立PDFとその導出

リスク中立PDF ($q(S_T)$) とは、オプション価格に織り込まれている満期時点における株価 S_T の確率密度関数のことであり、逆の表現を用いるとこのリスク中立PDFを用いてオプションの価格付けを行うとオプション市場価格と合致するオプション価格が得られる。この点について、数式を用いて確認する。現時点、オプションの満期、無リスク金利、権利行使価格をそれぞれ、 $0, T, r, K$ とすると、コール・オプションの価格 C は、リスク中立PDF ($q(S_T)$) を用いて式 (2.1) のように求められる。

$$C = e^{-rT} \int_K^{\infty} (S_T - K) q(S_T) dS_T \quad (2.1)$$

よって、逆に、全ての権利行使価格に関してコール・オプションの市場価格が存在するならば、そこからリスク中立PDF ($q(S_T)$) を抽出することができる。この抽出手法は、式 (2.2) に示すように、オプション価格を行使価格で2回微分したうえで $K = S_T$ とおけばよ

いのであるが、その理由や考え方については、[4, 11] を参照されたい。

$$q(S_T) = e^{rT} \frac{\partial^2 C}{\partial K^2} \Big|_{K=S_T} \quad (2.2)$$

(注) 上場されている取引対象オプションの権利行使価格 K は 500 円刻みとなっているため、式 (2.2) にある微分を数値的に行うには少し粗すぎる。そこで、実証分析においてはインプライド・ボラティリティをスプライン関数でフィットし、より細かな刻みの権利行使価格に対するオプション価格を導出したうえで数値微分を行う。この具体的な手続きについては、[3] を参照されたい。

2.1.2. Berkowitz 検定

Berkowitz 検定は、リスク中立 PDF (満期 T のオプションの時点 0 における価格に織り込まれていた満期 T における株価の分布) が満期における株価の分布を予測可能であるかについての興味深い検定手法である。以下では、満期 1ヶ月のオプションを対象として、月初 (時点 0) のオプション市場価格データと月末 (満期 T) の実現株価データに基づいて検証を行うケースを取り上げて説明する。まず設定を確認しておく、ポイントは、月初のオプション市場価格データから得られるのは月末の株価の分布を予測するリスク中立 PDF であるが、月末には唯一の実現株価が得られるだけであり完全予測 PDF が得られているわけではないことである。実現株価が一つだけでは検定ができないため、月初のオプション市場価格データと月末の実現株価データとを 1 セットとする十分な数のセット数 (例えば数十セット) が必要となる。すると、月末の実現株価データは数十個得られるわけであるから、この数十個 (完全予測 PDF からサンプリングされたものであると考える) がリスク中立 PDF に従うものであるか検定することができる。

月初には、オプション市場価格データからリスク中立 PDF $\hat{f}_{t_i}(\cdot)$ が得られ、これが完全予測 PDF $f_{t_i}(\cdot)$ (繰り返しになるが、これを直接観測することはできない) に等しいという仮説を検定する。この検定においては、正しく検定するために月末の実現株価データが時系列的に独立であることを想定しており、この時系列的な独立性も合わせて検定する。

月末の株価 S_{T_i} が時系列的に独立であり、かつリスク中立 PDF $\hat{f}_{t_i}(\cdot)$ が完全予測 PDF $f_{t_i}(\cdot)$ (月初時点において月末の実現株価に従う確率密度関数) と等しい ($\hat{f}_{t_i}(\cdot) = f_{t_i}(\cdot)$) という帰無仮説の下では、リスク中立 PDF の株価 S_{T_i} までの累積密度関数 y_{t_i} は独立な一様分布 $U(0, 1)$ に従う。

$$y_{t_i} = \int_{-\infty}^{S_{T_i}} \hat{f}_{t_i}(u) du \quad (2.3)$$

標準正規分布の累積密度関数 $\Phi(\cdot)$ の逆関数を使用し、上記の y_{t_i} を用いて新たに $z_{t_i} = \Phi^{-1}(y_{t_i})$ と定義すると、帰無仮説の下では z_{t_i} は独立な正規分布 $N(0, 1)$ に従うことになる。

[1] は、式 (2.4) に示すモデルのパラメータを推定することにより z_{t_i} の独立性及び標準正規性を検定している。

$$z_{t_i} - \mu = \rho(z_{t_{i-1}} - \mu) + \varepsilon_{t_i} \quad (2.4)$$

帰無仮説の下でこのモデルのパラメータは $\mu = 0$, $Var(\varepsilon_{t_i}) = 1$, $\rho = 0$ である。この対数

尤度関数 $L(\mu, \sigma^2, \rho)$ は式 (2.5) で与えられる．ここで n はサンプル数を示す．

$$L(\mu, \sigma^2, \rho) = -\frac{1}{2} \left\{ n \ln(2\pi) + \ln \left(\frac{\sigma^2}{1-\rho^2} \right) + \frac{[z_{t_1} - \mu/(1-\rho)]^2}{\sigma^2/(1-\rho^2)} \right. \\ \left. + (n-1) \ln(\sigma^2) + \sum_{i=2}^N \left[\frac{(z_{t_i} - \mu(1-\rho) - \rho z_{t_{i-1}})^2}{\sigma^2} \right] \right\} \quad (2.5)$$

尤度比統計量 $LR_3 = -2[L(0, 1, 0) - L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, \hat{\rho}^2)]$ は帰無仮説の下で $\chi^2(3)$ に従う．この LR_3 の P 値が最大となるように 3 つのパラメータを定め，リスク中立 PDF の予測力を検定する．帰無仮説が棄却される際，リスク中立 PDF が完全予測 PDF と整合的でないから棄却されるのではなく，リスク中立 PDF $\hat{f}_{t_i}(\cdot)$ を通じて変換された株価 ($z_{t_i} = \Phi^{-1}(y_{t_i})$) の自己相関のために棄却される可能性がある．したがって，変換された株価に自己相関は無いとする帰無仮説の下で $\chi^2(1)$ に従う検定統計量 $LR_1 = -2[L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, 0) - L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, \hat{\rho}^2)]$ に基づいて別途，独立性の検定を行う必要がある．

もし LR_1 が採択され LR_3 が棄却されるならば，リスク中立 PDF が完全予測 PDF と整合的でないことを示す．一方で， LR_3 と LR_1 の両方が棄却されるならば， LR_3 の棄却理由が整合的でないためではなく変換された株価の自己相関による可能性もあり判別できない． LR_3 と LR_1 の両方が棄却されない場合には，リスク中立 PDF と完全予測 PDF との整合性を否定できないことになる．

2.1.3. 主観 PDF とその導出 (リスク回避度の推定)

[3] では，リスク中立 PDF はオプション市場価格から導いた満期における株価の分布であり，オプション価格にすでに何らかのリスク回避度が含まれているので，リスク中立 PDF は必ずしも満期における株価の分布の適切な予測とはなりえないと指摘した．そのうえで，リスク中立 PDF からリスク回避度の影響を取り除いた確率密度関数を主観 PDF として，満期における株価の分布の適切な予測を示すものとしている．主観 PDF を導くためには，投資家の効用関数 $U(S_T)$ を設定する必要がある．ここでは，効用関数 $U(S_T)$ として，ベキ型 $(S_T^{1-\gamma} - 1)/(1-\gamma)$ ，指数型 $-e^{\gamma S_T}/\gamma$ の 2 種類を用いる．ここで γ はリスク回避度であり，ベキ型効用関数と指数型効用関数の相対的リスク回避度 (RRA) はそれぞれ γ ， $\gamma \bar{S}_T$ となる．ここで \bar{S}_T は検定期間内の満期日の株価の平均値を示す．

リスク中立 PDF $q(S_T)$ と完全予測 PDF $f_t(S_T)$ とは，式 (2.6) のようにプライシングカーネル $\zeta(S_T)$ を用いて関係付けられる．式 (2.6) において， λ は定数， $U'(\cdot)$ は効用関数の一階微分を示す．

$$\frac{q(S_T)}{f_t(S_T)} = \lambda \frac{U'(S_T)}{U'(S_0)} \equiv \zeta(S_T) \quad (2.6)$$

投資家の実現株価の分布に関して完全な予測力を有するならば，主観 PDF $p(S_T)$ は完全予測 PDF $f_t(S_T)$ と一致するため式 (2.6) を解いて正規化すると，

$$p(S_T) = \frac{\frac{q(S_T)}{\zeta(S_T; S_0)}}{\int \frac{q(x)}{\zeta(x; S_0)} dx} = \frac{\frac{U'(S_0)}{\lambda U'(S_T)} q(S_T)}{\int \frac{U'(S_0)}{\lambda U'(x)} q(x) dx} = \frac{\frac{q(S_T)}{U'(S_T)}}{\int \frac{q(x)}{U'(x)} dx} \quad (2.7)$$

となる．ここで S_0 は現時点の株価を示す．

[3]では、主観 PDF に対して Berkowitz 検定を行う際に、3つのパラメータ (μ, σ^2, ρ) に加えリスク回避度 γ も動かして LR_3 の P 値を最大とすることにより、主観 PDF が完全予測 PDF (実際は、これからサンプリングされたとみなす月末の実現株価データ) と最も整合性が高くなるようなリスク回避度 γ を推定している。彼等は、この推定を行う際に、技術的な点に関しては十分な注意を払っている。それは、Berkowitz 検定では、リスク回避度 γ を固定した場合に尤度比検定統計量が $\chi^2(3)$ に従うのであるが、最適な γ の水準をサーチする過程で検定統計量の分布を変えてしまい、尤度比を 1 につまり LR_3 の P 値を過大評価するバイアスが生じる影響を、モンテカルロ検定を用いて修正している点である。具体的な手続きは、次の通りである。まず、数十セットある各セットにおけるリスク中立 PDF から株価をモンテカルロ・シミュレーションによって株価を発生させる (例えば、各リスク中立 PDF から 1000 個)。すると、数十ヶ月期間の株価パスが 1000 本発生されることになる。この 1000 本の各々に対して Berkowitz 検定を用いてリスク回避度 γ を推定する。株価のパスはリスク中立 PDF から発生したものを利用しているため、推定されたリスク回避度 γ は勿論 0 の周りに分布する。このとき、 LR_3 の P 値は、50%の周りに分布するはずであるが、仮に LR_3 の P 値が 50%以下となる確率が例えば 30%しか分布していないならば、平均的に分布は 20% (50% - 30%) の上方バイアスが、最適な γ の水準をサーチする過程で生じているとしている。よって、実現株価データを用いた場合の Berkowitz 検定の LR_3 の P 値からこの上方バイアスを差し引くことで LR_3 の P 値の修正を行っている。

2.2. 先行研究の問題点

これまで紹介してきたように、先行研究の統計的手法は興味深いものであるが、現実のデータに基づいてデータ解析を実施する際に、ファイナンスの観点から少し強引な仮定が置かれていると考えられる。それは、オプション市場の投資家は合理的であり、リスク中立 PDF からリスク回避度を取り除いただけである主観 PDF が完全予測 PDF と一致する (分布として近くなる) と仮定してリスク回避度の推定を行っている点である。また、その仮定に加えて、リスク回避度の推定を行う際に期初時点では利用することのできない満期における実現株価を用いていること、推定には数十のデータセットが必要であるがそのデータセットの期間において推定されるリスク回避度は 1 つであり長期間にわたりリスク回避度は一定であることがインプリシットに仮定されている。このため、たとえリスク回避度が推定されたとしても事後的なものとなり、実務上の利用可能性に欠くと考えられる。更に、彼等の主観 PDF はオプション市場のみに依拠した満期における株価の予想 (主観 PDF) であり、「そこからの情報だけに依拠したものをを用いて株価の主観 PDF と呼ぶことができるのか？」というそもそも論からの問題点がある。

このような問題点を解決するため、本研究では過去の投資家の相場観情報と実現株価リターンに基づく VAR モデルを利用して、オプション満期における株価の確率密度関数をシミュレーションにより構成し、主観 PDF (完全予測 PDF に一致するとは考えていない点が重要である) のデータ (これにより、期初時点までの相場観情報と実現株価リターンから、満期における実現株価の確率密度関数が得られることになる) として導入する。この主観 PDF データと式 (2.7) にあるリスク中立 PDF からリスク回避度を用いて記述されている主観 PDF との距離を最小にするようにリスク回避度を推定する。このような推定法を採用すれば、主観 PDF と完全予測 PDF が一致するといった大胆な仮定は取り除かれる。また、期初時点までの相場観情報と実現株価リターンを利用するだけであり、事後的な実現株価データを利用しなくてよいことになる。このため、1つのオプション満期に対応して1つのリス

ク回避度が推定可能となり、リスク回避度が時系列的にどのように変化しているかについても観測することが可能であり実務上の利便性が高まる。

3. 本研究のアプローチ

3.1. 相場観情報を用いた主観 PDF データの作成手法

本研究で採用する相場観情報は日経金融新聞に掲載される「今週のブルベア」に基づいており、「今週のブルベア」とは各週の相場の見通しについて金融関連業種毎にアンケートを行い取り纏めたものである。相場の見通しは、ブル(強気)、中立、ベア(弱気)の3通りであり、アンケート対象となる金融関連業種は、証券系、銀行系、機関投資家、外資系の4通りである。「今週のブルベア」では、金融関連業種毎にブル、中立、ベアの社数を取り纏めている。

本研究では、上記の金融関連業種毎にブルの社数からベアの社数を引いた社数を求め相場観情報の数値として利用する。加えて、金融関連業種全体に関する相場観情報の数値として、4種類の金融関連業種におけるブルの社数の和からベアの社数の和を引いた社数を求め“全体”とした、合計5種類の相場観情報を用いる。このように数値化した各週の相場観情報と相場観情報の公表日から一定期間(5営業日、10営業日、15営業日)における実現株式リターンに基づき、下記に示す VAR モデルのパラメータを推定したうえでシミュレーションにより主観 PDF データを構築する。主観 PDF データの構築に際して VAR モデルを導入した理由は、過去の相場観情報や実現株価リターンが将来の株価リターンに対し影響を与えると考えたからである。VAR モデルやそのパラメータ推定法に関する詳細は、[13]を参照していただくこととし、ここでは、定常性の検定である単位根検定と、期初時点までの相場観情報や実現株価リターンが期初時点からオプション満期までの実現株価リターンに有意な影響を与えているかどうかを検定する Granger の因果性分析について手短かに整理しておく。

3.1.1. 主観 PDF データ作成モデル

期初時点までの相場観情報や実現株価リターンに基づいて、期初時点からオプション満期までの実現株価リターンを予測する(実現株価リターンの確率密度関数である主観 PDF データを構成する)ために、式(3.1)に示す VAR モデルを利用する。

$$\Delta R_{i,t+1} = \theta + \sum_{k=1}^p a_{i,k} \Delta R_{i,t-k+1} + \sum_{k=1}^p b_{j,k} \Delta B_{j,t-k+1} + u_t \quad (3.1)$$

ここで、 k はラグ(遅れ)数、 $\Delta R_{i,t-k+1}$ は $t-k+1$ 期と $t-k$ 期の i 営業日リターン ($i = 5, 10, 15$) の差、 $\Delta B_{j,t-k+1}$ は $t-k+1$ 期と $t-k$ 期の相場観情報 j ($j =$ 証券系、銀行系、機関投資家、外資系、全体) の差、 u_t は誤差項(ホワイトノイズ)を示す。 θ は表1にある VAR モデルの種類、 C は定数、 δ はドリフトをそれぞれ示す。

VAR モデルにおいてラグ数を考慮しているのは、1期先までの予想株価リターンが、今期のみ相場観情報や実現株価リターンだけではなく、数期過去の遡った相場観情報や実現株価リターンにも影響を及ぼす可能性を考慮しているためである。

3.1.2. 単位根検定

VAR モデルを用いた時系列分析を行う際には、分析対象となるデータが定常性を満たすことを確認しておかなければならない。定常性の条件が満たされなければ、変数どうしが無相関であっても、 t 検定の結果、変数間に有意に相関があると判定される「見せかけの回帰」

表 1: VAR モデルの種類	
VAR モデルの種類	θ
none	0
const	C
trend	δ_t
both	$C + \delta_t$

が生じるからである．ここでは，分析対象となるデータの定常性を確認するための単位根検定について述べる．

VAR モデルとして，相場観情報を変数とする AR(1) モデル： $B_t = \rho \cdot B_{t-1} + u_t$ (u_t : ホワイトノイズ) を例として採り上げ説明する．単位根とは，自己回帰係数 ρ の値の絶対値が 1 であることであり，この場合に変数 B_t は非定常となる．実際に検定を行う際には式 (3.2)，式 (3.3) のようにまず階差変換をしておく．

$$B_t - B_{t-1} = (\rho \cdot B_{t-1} + u_t) - B_{t-1} \quad (3.2)$$

$$\Delta B_t = (\rho - 1) \cdot B_{t-1} + u_t = \beta \cdot B_{t-1} + u_t \quad (3.3)$$

本研究では単位根検定の中で良く知られている Augmented Dickey-Fuller Test (以下 ADF 検定) を用いる．ADF 検定は誤差項に系列相関を発生させないように説明変数に「被説明変数のラグ項」加えたもので，定数項，及びトレンド項を考慮した p 次の ADF 回帰モデルは，式 (3.4) で示される．

$$\Delta B_t = C + \delta t + \beta \cdot B_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_{t-i} \cdot \Delta B_{t-i} + u_t \quad (3.4)$$

ここで u_t はホワイトノイズである．この式において“ $\beta = 0$ ”を帰無仮説とする仮説検定を行なう．また，有意水準は 5% とし， t 統計量は τ 分布に従う．

3.1.3. Granger の因果性分析

Granger の因果性分析は，一般に VAR モデル内のラグ項が将来時点の被説明変数の変動に有意に影響を与えているかについて検証するための手法である．ここでは，過去の相場観情報が将来の株価リターンを予測する際に有意な影響を与えているかについて検定する場合に関して説明する．検定における帰無仮説 H_0 ，対立仮説 H_1 は

$$H_0 : b_{j,1} = b_{j,2} = \dots = b_{j,k} = 0$$

$$H_1 : \text{いずれかの } k \text{ で } b_{j,k} \neq 0$$

となる． H_0 が棄却された際は，過去の相場観情報が将来の株価リターンに対し有意に影響することが確認される．これは通常的回帰分析の F 検定の援用によって行なうことができる．検定統計量 F は式 (3.5) で示され，自由度 $(T - 2k)$ の F 分布に従う．式 (3.5) 内の制約付残差二乗和 RSS と制約無し残差二乗和 USS は制約付モデル (式 (3.6)) と制約無しモデル (式 (3.7)) から，それぞれ最小二乗法で推定された残差である．もし F 値が有意水準を超えるならば，式 (3.7) において右辺第 3 項の $b_{j,k}$ を 0 と制約した式 (3.6) の残差二乗和 RSS は式 (3.7) の残差二乗和 USS に比較して増加しすぎているのだから，帰無仮説 H_0 は棄却され

る。別の言い方をすれば、過去の相場観情報が将来の株価リターンに対し有意に影響することが確認される。また、実証分析においては有意水準を 10% とする。

$$F = \frac{(RSS - USS)/k}{USS(T - 2k)} \quad (3.5)$$

$$\Delta R_{i,t+1} = \theta + \sum_{k=1}^p a_{i,k} \Delta R_{i,t-k+1} + u_t \quad (3.6)$$

$$\Delta R_{i,t+1} = \theta + \sum_{k=1}^p a_{i,k} \Delta R_{i,t-k+1} + \sum_{k=1}^p b_{j,k} \Delta B_{j,t-k+1} + u_t \quad (3.7)$$

3.1.4. 主観 PDF データ作成手順

STEP1 過去の各満期日に対し、満期日から i 営業日前までの相場観情報 j と i 営業日リターン（遡る期間は 2 年とする）のデータに関して、ラグ 1 から 9 までの ADF 回帰モデル（const, trend, both, none）の合計 $9 \times 4 = 36$ 通りに対して、単位根検定（ADF 検定）を行い、変数の定常性が棄却されたモデルを取り除く。

STEP2 STEP1 の単位根検定（ADF 検定）において変数の定常性が棄却されなかった VAR モデルを対象として、Granger の因果性分析を行なう。

STEP3 金融機関の種別毎に過去 47 期間それぞれにおいて、ADF 検定で有意であった、つまりデータが定常であったもののうち、Granger の因果性検定における P 値が最も小さいものによって VAR モデルの種類とラグ数を決定する。

STEP4 1000 個の標準正規乱数を VAR モデルにおいて推定された誤差の平均・分散に対応するように変数変換を行い 1000 個の誤差項を発生させる。

STEP5 STEP4 において 1000 個発生させた誤差項を VAR モデルに代入することによって i 営業日リターンを 1000 個生成し、これらのリターンに基づいて主観 PDF データ（エンピリカル分布）を構成する。

なお、実証分析においては、過去 47 期間中 Granger の因果性分析で有意であった割合が最も高かった 5 営業日リターン（ $i = 5$ ）に関するもののみを採り上げる。

3.2. 本研究におけるリスク回避度の推定手法

本研究では主観 PDF データ $f_B(S_T)$ を用いてオプション市場のリスク回避度 γ を推定する。推定手法としては、式 (2.7) のオプション価格とリスク回避度 γ から構成される主観 PDF $p(S_T)$ と主観 PDF データ $f_B(S_T)$ との距離を Kullback-Leibler 情報量 $L(f_B(S_T), p(S_T; \gamma))$ を用いて計量し、式 (3.8) に示すように KL 情報量を最小化することによってリスク回避度 γ を推定する。Kullback-Leibler 情報量を利用したオプション市場におけるパラメータ推定に関しては、[5, 6] に詳しい。

$$\text{Min}_{\gamma} [L(f_B(S_T), p(S_T; \gamma))] = \text{Min}_{\gamma} \left[- \int f_B(S_T) \ln p(S_T; \gamma) dS_T \right] \quad (3.8)$$

4. 実証分析

4.1. データ、分析設定、分析手順

4.1.1. データ

分析対象となるオプションデータは、2003 年 6 月から 2007 年 4 月において各月に満期を迎える日経 225 コール・オプション（上記データ期間において 47 個の満期が存在する、取引

量が少ないインザマネー・オプションは除く)の満期日(毎月第2金曜日)から5営業日, 10営業日, 15営業日前の各時点における価格データである。このため, Berkowitz 検定を行う期間は2003年6月から2007年4月となり用いるデータセットは47セットである。株価データとしては, 2001年6月4日から2007年4月20日の日経225平均株価の終値を採用する。相場観情報は, 株価データと同期間における日経金融新聞に記載されている「今週のブルベア」を利用する。Berkowitz 検定に関する最初のデータとなる2003年6月におけるリスク中立PDFに対応する主観PDFデータを, VARモデルを利用したシミュレーションによって構築する際には, 2年間さかのぼった相場観情報と株価データとのセットを利用する(さかのぼる期間を長くしてもVARモデルの検定結果が必ずしも向上しなかったため)。2001年4月4日から2007年4月20日までの期間において, 証券系, 銀行系, 機関投資家, 外資系の各投資家及び全体に関する相場観情報の数値(折れ線)がどのように推移してきたかを実現株価リターン(棒グラフ)の推移と共に時系列的に, それぞれ図1から図5に示した。図1から図5を概観してわかることは, 何れの投資家に関しても程度の差こそあれ相場観の推移と株価リターンの推移との間に相応の関連が見られることである。また, 証券系や機関投資家の相場観が分析対象期間にわたって概ね強気(相場観情報の数値が概ね正)であることや, 銀行系や外資系の相場観は強気・弱気のどちらかに偏っていないことなども読み取れる。

「今週のブルベア」を利用する際に注意したことは, 通常「今週のブルベア」が月曜日に公表されるため, オプション満期日(毎月第2金曜日)から5営業日時点で必ずしも一致しない点の取り扱いである。この場合に本研究では, 当該時点を跨ぐ2つの月曜日の相場観情報の数値を線形補間する形で当該時点における相場観情報の数値とする。

4.1.2. 分析設定

- リスク中立PDF, 主観PDFのオプション満期までの期間(予測期間)としては, 5営業日, 10営業日, 15営業日の3通りについて, 主観PDFデータの予測期間としては, 相場観の公表が週次であることを鑑み5営業日のみについて検証する。
- 分析対象期間の大半の期間において量的緩和政策が取られていたので, 無リスク金利は0%とする。
- Berkowitz 検定の対象となる期間はオプション価格データの存在する期間と同じであり, 2003年6月から2007年4月までの期間である。この期間を“全期間”とし, これを分割して得られる2003年6月から2005年4月の株式相場が安定的であった期間を“安定期”, 2005年5月から2007年4月の株式相場が上昇相場であった期間を“上昇期”として加え, 合計3通りの期間を検定対象期間とする。
- 主観PDFデータを構築する際に利用するVARモデルの各変数のラグ数は9までを分析対象とし, 推定に利用するデータ期間は, 対象となる相場観情報日から遡る年数を2年とする。
- 相場観情報に関しては, 証券系, 銀行系, 機関投資家, 外資系及び全体の5種類の相場観情報を用いた実証分析を行う。

4.1.3. 主な分析手順

STEP1 リスク中立PDFを用いたモンテカルロ・シミュレーションにより, リスク回避度 γ の分布とP値の分布を求め, γ が0の周りに分布していることを確認したうえで, P値の上昇バイアスがどの程度であるかについて把握する。

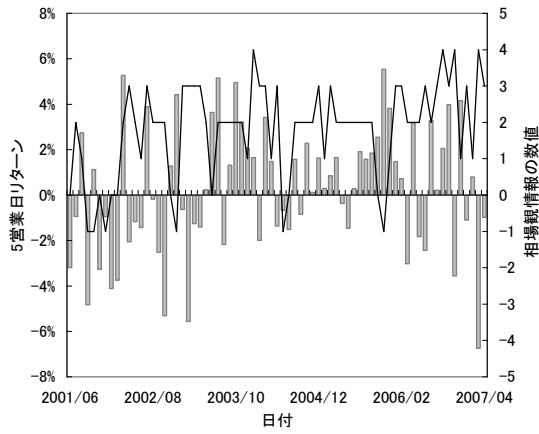


図 1: 証券系

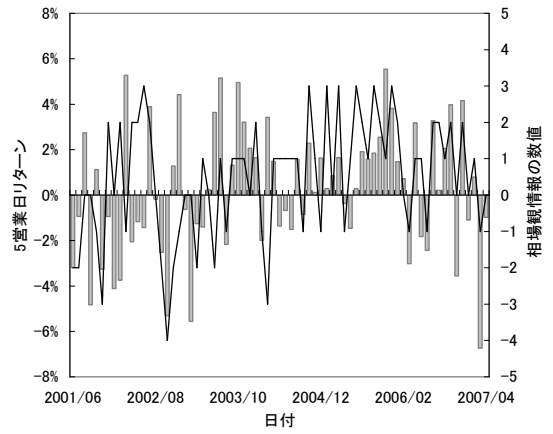


図 2: 銀行系

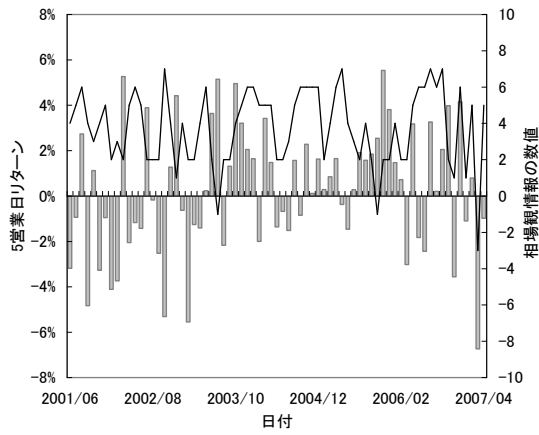


図 3: 機関投資家

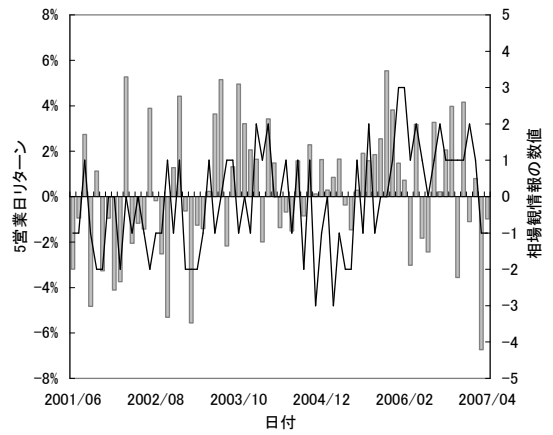


図 4: 外資系

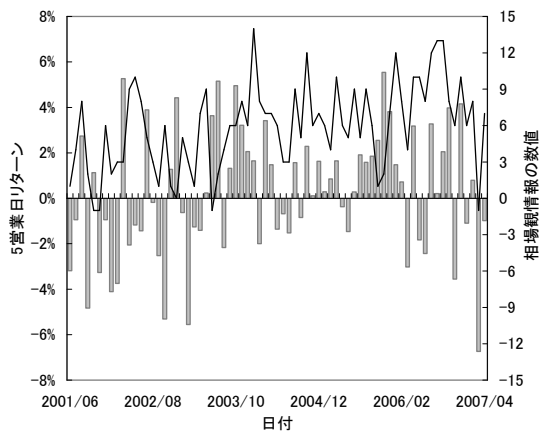


図 5: 全体

- STEP2 “全期間”，“安定期”，“上昇期”の各期間について相対的リスク回避度を Berkowitz 検定に基づき推定し，株式相場の局面が異なればどれくらい相対的リスク回避度が異なるかについて検討する．
- STEP3 STEP2に加えて，Berkowitz 検定に基づき，リスク中立 PDF，ベキ型効用関数を用いた主観 PDF，指数型効用関数を用いた主観 PDF の3つに関して LR_3 及び LR_1 の P 値を導出し，これらが完全予測 PDF にどの程度近いかについて議論する．
- STEP4 節 3.1.4 で示した各 STEP に従って主観 PDF データを構成する．
- STEP5 株価の分布に関する予測力に関して，[3]の主観 PDF と VAR モデルを利用して構築した主観 PDF データとを比較する．具体的には，証券系，銀行系，機関投資家，外資系及び全体の 5 通りの主観 PDF データに関して，Berkowitz 検定を行い主観 PDF に対する Berkowitz 検定結果と比較する．
- STEP6 最後に，証券系，銀行系，機関投資家，外資系及び全体に関して月毎にリスク回避度を求めて，リスク回避度がどの程度変動するものであるか，また，金融関連業種毎の類似点や相違点などについて検討する．

4.2. 分析結果と考察

4.2.1. リスク中立 PDF に基づくモンテカルロ・シミュレーション結果と考察

リスク中立 PDF からモンテカルロ・シミュレーションによって発生させた 1000 本の株価のパスに基づいて行った Berkowitz 検定結果を図 6，図 7 に示した．図 6 には P 値の分布を，図 7 にはリスク回避度の分布を示した．何れの図においても，縦長の四角に平均値（濃い線），中央値（薄い線），75%点，25%点が表され，上下のひげ上に 95%点，90%点，10%点，5%点が記されている．図 6 をみると，効用関数の型やオプション満期までの期間に殆ど依存することなく，何れに関しても P 値が 50%を下回る確率は 30%程度であり，20%（50% - 30%）程度の上昇バイアス（最適な水準をサーチする際に生じる）を確認することができる．よって，節 4.2.3 で示す実現株価を用いた Berkowitz 検定の LR_3 の P 値では，この上昇バイアスを修正したものも合わせて掲載する．図 7 をみると，リスク回避度の分布は予測期間が長くなるにしたがってばらつきが小さくなっていることがわかる．予測期間が 5 営業日の場合は，25%点から 75%点まででもベキ型効用関数のリスク回避度は広く - 4 から 4 まで分布しており，分布の標準偏差は大きく，実現株価を用いた Berkowitz 検定から得られるリスク回避度の絶対値が小さい値であれば，有意な値とみなすことができない可能性が高くなることが確かめられた．

4.2.2. リスク回避度の Berkowitz 検定に基づく分析結果と考察

節 4.2.1 を踏まえたうえで，表 2 に示す実現株価を用いた Berkowitz 検定結果について考察する．表 2 には，本研究の分析結果である日本株式オプション市場における相対的リスク回避度を，表 3 には [3] に示されている同じ満期に対応する英国と米国の株式オプション市場における相対的リスク回避度を掲載した．まず，全期間の結果に注目すると，予測期間が 5 営業日のケースでは相対的リスク回避度はそれほど 0 から乖離せず有意な値とみなすことはできない．これに対し，予測期間が長くなるに従って相対的リスク回避度は大きくなり，予測期間が 10 営業日，15 営業日でそれぞれ，5.3，8.5 と有意な値となった．この結果は，予測期間が長くなるにしたがって相対的リスク回避度が低下していくという英国，米国のケースとは逆の結果である．

ここで，日本において，予測期間が長くなるに従って相対的リスク回避度が高くなった理

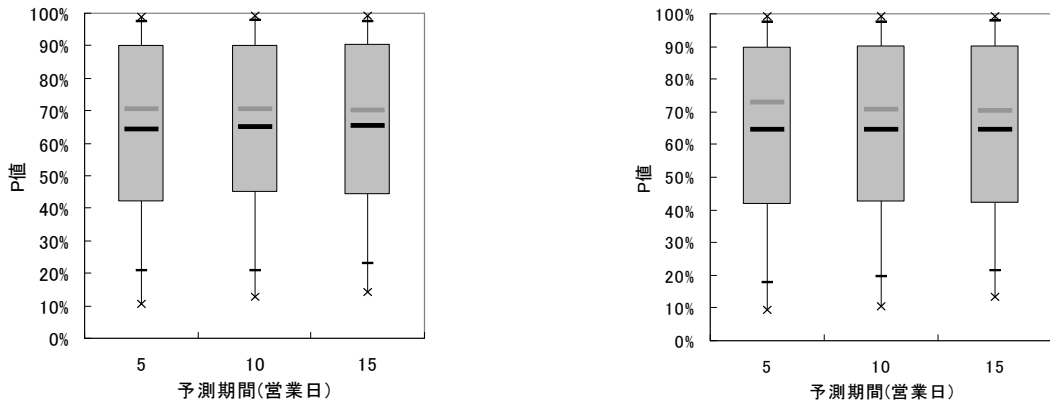


図 6: モンテカルロ・シミュレーションから指定された P 値の分布
(左図:ベキ型, 右図:指数型)

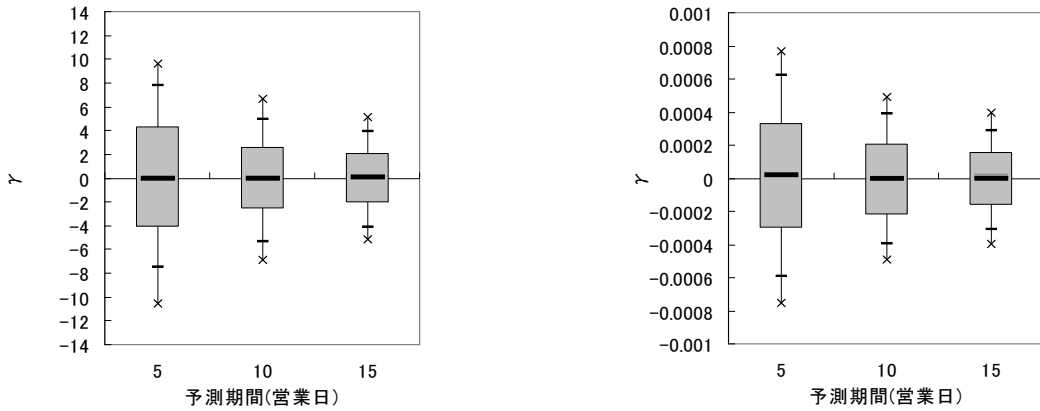


図 7: モンテカルロ・シミュレーションから推定された γ の分布
(左図:ベキ型, 右図:指数型)

表 2: 日本株式オプション市場における相対的リスク回避度の推定結果

予測期間	安定期		上昇期		全期間	
	ベキ型	指数型	ベキ型	指数型	ベキ型	指数型
5営業日	-0.9	-0.9	-2.1	-1.9	-0.2	-0.1
10営業日	2.9	2.7	8.3 *	8.2 *	5.3 *	5.2 *
15営業日	6.0 *	6.3 *	10.8 ***	9.7 ***	8.5 ***	8.4 ***

*10%有意, **5%有意, ***1%有意

表 3: 英国と米国の株式オプション市場における相対的リスク回避度の推定結果

予測期間	英国				米国			
	ベキ型		指数型		ベキ型		指数型	
5営業日	7.91	**	6.83	**	9.52	***	9.97	***
10営業日	4.44	*	4.50	*	5.38	**	5.27	**
15営業日	5.10	**	4.99	**	6.85	***	6.48	***

*10%有意, **5%有意, ***1%有意

由を少し検討しておく．まず，利用した 47 セットに関して，オプション満期までの期間における実現リターンの平均値が，予測期間が 5 営業日，10 営業日，15 営業日に関してそれぞれ年率 - 0.13%，0.47%，1.63% であること，主観 PDF はリスク回避度が正で大きくなるとリスク中立 PDF よりも右側（主観 PDF の期待値はリスク中立 PDF の期待値よりも大きい）に位置し，逆に，リスク回避度が 0 以下になると左側（主観 PDF の期待値はリスク中立 PDF の期待値よりも小さい）に位置することを確認しておく．図 8 は 2007 年 2 月における予測期間 15 営業日に関するリスク中立 PDF と主観 PDF を比較したものである．リスク回避度が 8.5 であることを反映して主観 PDF がリスク中立 PDF の右側に位置していることがわかる．オプションはリスク中立 PDF に基づいて価格付けられ，理論的にはリスク中立 PDF の期待値は無リスク金利であるから日本の場合は概ね 0% である．このとき，実現株価に基づく Berkowitz 検定では，主観 PDF が実現株価の推移に整合的となるように（尤度を最大化して）リスク回避度が推定されるが，先に示したように予測期間が長くなると実現株価リターンの平均値が大きくなるため，予測期間が長くなるに従って主観 PDF の期待値が右側に位置するように推定され，大きいリスク回避度が推定されたものと想定される．

次に，株式相場の局面ごとに見ると，安定期では相対的リスク回避度は小さく 15 営業日を除いては 10% 有意にすらないが，上昇期では相対的リスク回避度が大きく 5 営業日を除いては有意な結果となった．これは，上記の議論を踏まえると，株価の上昇時には安定期よりも，リスク中立 PDF が将来の株価上昇を十分に反映したものとはなっておらず，株価の上昇期においてオプション市場（リスク回避度を調整する前の）では株価の上昇を十分に織り込んでいなかったことが伺える．

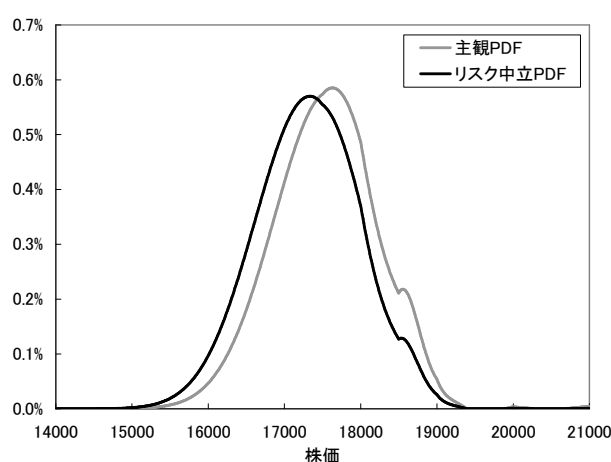


図 8: 2007 年 2 月におけるリスク中立 PDF と主観 PDF の比較 (予測期間:15 営業日)

4.2.3. リスク中立 PDF と主観 PDF が完全予測 PDF にどの程度近いかに関する Berkowitz 検定に基づく分析結果と考察

リスク中立 PDF，効用関数がベキ型の主観 PDF，効用関数が指数型の主観 PDF を対象として全期間のデータに基づき Berkowitz 検定を行った結果を表 4 に示した．表 5 には，比較分析を行うために，[3] に示されている同じ予測期間に対応する英国と米国の株式オプション市場における Berkowitz 検定の結果も合わせて掲載した．ここでは，有意水準を 5% として分析結果の考察を行う．まず，表 4 の日本の株式市場に関する結果に注目すると，リスク

中立 PDF に関しては，予測期間（オプションの満期までの期間）が 15 営業日の場合には， LR_1 の P 値が 5% を上回り LR_3 の P 値が 5% を下回るため， LR_1 が採択され LR_3 は棄却されるためリスク中立 PDF が完全予測 PDF と整合的でないことがわかる．予測期間がより短い 5 営業日，10 営業日においては LR_3 の P 値， LR_1 の P 値が共に 5% を超えているので，これらの予測期間ではリスク中立 PDF の完全予測 PDF との整合性が棄却されず，満期日の株価に関する予測力が全くないとは言えない結果となった．また，リスク回避度を考慮した主観 PDF はどの予測期間でも LR_3 の P 値， LR_1 の P 値共に 5% を超えているので，リスク中立 PDF からリスク回避度の影響を取り除けば，何れの予測期間がであっても完全予測 PDF との整合性は棄却されず，満期日の株価に関する予測力が全くないとは言えない結果となった．

表 4: リスク中立 PDF とモンテカルロ法により調節される以前と以後の主観 PDF との予測力の比較

予測期間	PDF	検定期間	LR_1 の P 値	LR_3 の P 値	
				調整前	調整後
5 営業日	リスク中立	47ヶ月	68.4%	95.0%	95.0%
	ベキ型		68.2%	95.0%	76.0%
	指数型		68.2%	95.0%	75.4%
10 営業日	リスク中立	47ヶ月	96.0%	62.6%	62.6%
	ベキ型		96.9%	99.8%	78.5%
	指数型		95.4%	99.8%	80.1%
15 営業日	リスク中立	47ヶ月	30.0%	2.2%	2.2%
	ベキ型		23.7%	53.5%	33.4%
	指数型		20.6%	51.8%	32.7%

表 5: 英国と米国のオプション市場に関するモンテカルロ法により調整済の予測力の比較

予測期間	PDF	英国		米国			
		検定期間	LR_3 の P 値	LR_1 の P 値	検定期間	LR_3 の P 値	LR_1 の P 値
5 営業日	リスク中立	99ヶ月	23.3%	57.8%	168ヶ月	0.3%	29.5%
	ベキ型		74.0%	50.6%		3.8%	31.9%
	指数型		64.3%	36.8%		15.9%	76.3%
10 営業日	リスク中立	108ヶ月	0.6%	58.1%	171ヶ月	0.3%	84.5%
	ベキ型		0.9%	44.2%		1.0%	97.3%
	指数型		1.0%	32.4%		3.3%	48.6%
15 営業日	リスク中立	108ヶ月	4.4%	59.6%	177ヶ月	0.1%	44.1%
	ベキ型		20.7%	92.0%		9.6%	59.1%
	指数型		26.9%	85.4%		27.4%	72.7%

次に，本研究の結果を表 5 の先行研究で示されている英国と米国のオプション市場に関する結果と比較する．リスク中立 PDF に関してみると，英国，米国共に LR_1 の P 値は 5% を超えている．よって， LR_3 の P 値が 5% を超えなければリスク中立 PDF と完全予測 PDF との整合性は棄却される．英国と米国の LR_3 の P 値を確認すると，英国の予測期間が 5 営業日を除いて全て LR_3 の P 値は 5% 未満となっており，米国と英国の株式オプション市場のリスク中立 PDF には満期における株価の予測力が殆どないことがわかる．リスク中立 PDF からリスク回避度の影響を取り除いた主観 PDF であれば，指数型効用関数を仮定する場合には，英国と米国の両方において予測期間が 5 営業日，15 営業日のときには，完全予測 PDF との整合性は棄却されず，満期日の株価に関する予測力が全く無いとは言えなくなっている．

節 2.2 で詳しく述べたが、“主観 PDF の予測力” という用語（先行研究でも用いている）には難点があることを再度確認しておく。あくまでも主観 PDF はリスク中立 PDF とオプション満期における株価とのセットから事後的に推定されるものであり、事後的に推定された主観 PDF が予測力を持つというのは適切ではない。よって、本論文のスタンスは、リスク中立 PDF の予測力を Berkowitz 検定によって検証する部分には分析手法や実務上の意義について支持するが、主観 PDF に関しては事後的に推定するのではなく、何らかの形で別途市場参加者の主観（相場観）に基づいて予測を行う時点で利用可能なもの（主観 PDF データ）にしておくべきとするものである。

4.2.4. VAR モデルに基づく Granger の因果性分析の結果と考察

主観 PDF データの作成手順の STEP3 に関する分析結果、つまり、金融機関の種別毎に各 47 期間において、ADF 検定で有意となりデータが定常であったもののうち、Granger の因果性検定における P 値が最も小さくなる VAR モデルの種類とラグ数の組み合わせとその P 値を表 6 に掲載した。表 6 に関して、証券系や銀行系では多くの期間において Granger の P 値が有意となっているわけではないが、機関投資家と外資系に関しては、分析対象期間の大半において Granger の P 値が有意となり、予測時点までの相場観情報が将来の株価リターンの予測に有意な影響を与えることが確認できる。このため、VAR モデルを利用して構成した主観 PDF データを市場参加者の予測が反映された満期における株価の確率密度関数として採用することの妥当性が確認される。

4.2.5. 主観 PDF データに関する Berkowitz 検定に基づく分析結果と考察

証券系、銀行系、機関投資家、外資系、全体の各相場観情報を採用し、VAR モデルを利用して構成した予測期間が 5 営業日の主観 PDF データに対して Berkowitz 検定を行なった結果を表 7 に示した。まず、VAR モデルを利用して構成した予測期間が 5 営業日の主観 PDF データがどのような形となるかについて確認するため、図 9 には 2007 年 2 月における全体の相場観情報を採用して構成した主観 PDF データとリスク中立 PDF とを合わせて掲載した。主観 PDF データはリスク中立 PDF の右側に位置しており、Kullback-Leibler 情報量に基づきリスク回避度を推定すれば正の値を取ることが想定される。事実分析結果を先回りして図 14 の 2007 年 2 月を見るとリスク回避度が正の大きな値をとっていることがわかる。さて、表 7 に基づいて、有意水準を 5% として分析結果の考察を行う。表 7 では、どの金融機関においても主観 PDF データに関する Berkowitz 検定では LR_1 の P 値は 5% を超え、 LR_3 の P 値は 5% を下回っており、 LR_1 が採択され LR_3 が棄却されることになるから、主観 PDF データが完全予測 PDF と整合的でないことを示している。この結果は、主観 PDF と完全予測 PDF との整合性を棄却できなかった表 4 の結果とは対照的である。これらの結果から、投資家は必ずしも合理的ではなく、先行研究において主観 PDF を導出する際の“投資家は合理的である”とする強い仮定のために、推定された主観 PDF と完全予測 PDF との整合性が棄却されなかっただけである可能性が考えられる。

4.2.6. Kullback-Leibler 情報量に基づくリスク回避度の推定結果と考察

証券系、銀行系、機関投資家、外資系、全体の各相場観情報を採用し、VAR モデルを利用して構成した予測期間が 5 営業日の主観 PDF データを用いて節 3.2 に示した手法（KL 情報量の最小化）に基づいてリスク回避度を推定した結果を図 10 から図 14 に示した。これらの図において灰色となっている期間は、Granger の因果性分析において相場観情報が株価リターンに与える影響が有意であった期間である。また、図中の濃い線は、Granger の因果性分析

表 6: 分析期間における Granger の因果性分析の結果と、選択された VAR の種類、ラグ数

日付	証券系			銀行系			機関投資家			外資系			全体		
	Granger のP値	VAR の種類	ラグ	Granger のP値	VAR の種類	ラグ	Granger のP値	VAR の種類	ラグ	Granger のP値	VAR の種類	ラグ	Granger のP値	VAR の種類	ラグ
03/06	3.7%	* none	9	11.4%	none	1	8.1%	* none	9	4.3%	* none	6	17.8%	none	9
03/07	14.0%	none	5	20.1%	trend	1	4.1%	* none	9	2.3%	* trend	6	18.8%	both	9
03/08	12.9%	trend	6	30.0%	none	1	2.2%	* trend	9	2.0%	* const	6	20.1%	none	9
03/09	15.9%	none	9	7.2%	* none	1	1.1%	* both	9	1.1%	* none	7	5.4%	* none	9
03/10	8.4%	* both	6	15.2%	const	1	1.0%	* none	9	1.0%	* none	6	1.8%	* const	9
03/11	22.4%	const	5	38.9%	none	6	4.0%	* none	9	2.3%	* both	6	19.1%	none	9
03/12	35.2%	none	8	24.4%	both	2	3.7%	* const	9	6.1%	* none	6	16.3%	none	2
04/01	31.2%	const	5	18.2%	const	6	3.0%	* none	9	5.1%	* none	6	17.2%	none	2
04/02	11.8%	none	8	12.3%	none	2	1.7%	* none	9	2.7%	* none	6	20.1%	none	6
04/03	18.4%	none	5	14.7%	none	3	1.9%	* none	9	13.7%	none	7	12.1%	none	6
04/04	29.1%	none	5	39.7%	trend	1	0.6%	* none	9	20.1%	none	7	15.0%	trend	6
04/05	40.2%	none	1	57.1%	none	3	0.6%	* const	9	34.0%	none	1	30.8%	none	8
04/06	52.3%	const	1	46.4%	none	3	0.5%	* none	3	16.2%	none	1	24.0%	none	2
04/07	79.6%	none	2	14.5%	none	6	0.3%	* trend	3	4.9%	* none	1	19.5%	const	2
04/08	71.4%	none	1	8.6%	* none	7	0.4%	* none	3	5.6%	* trend	1	22.4%	none	2
04/09	85.9%	none	1	2.1%	* both	9	0.8%	* none	3	6.8%	* none	1	17.8%	none	8
04/10	83.0%	none	2	0.3%	* none	9	0.6%	* none	3	11.1%	both	1	11.0%	both	5
04/11	65.9%	both	1	0.5%	* trend	9	0.8%	* none	3	1.7%	* const	1	11.2%	none	5
04/12	69.1%	trend	1	3.8%	* none	9	2.1%	* none	5	0.9%	* none	1	5.7%	* none	5
05/01	71.0%	none	1	0.1%	* none	9	0.9%	* const	5	0.5%	* none	1	2.1%	* none	5
05/02	68.4%	none	1	1.2%	* none	7	2.4%	* none	3	1.1%	* both	1	1.8%	* none	1
05/03	41.8%	none	1	4.2%	* none	5	1.6%	* none	3	1.5%	* none	1	2.8%	* none	1
05/04	74.6%	both	3	2.8%	* none	5	2.0%	* none	3	1.0%	* none	1	2.9%	* none	1
05/05	39.7%	none	1	14.0%	none	5	1.0%	* both	2	0.8%	* const	1	1.7%	* none	1
05/06	36.9%	trend	2	30.7%	const	1	0.3%	* none	5	3.3%	* none	1	5.2%	* none	1
05/07	26.4%	none	2	32.7%	none	1	0.7%	* trend	3	7.2%	* none	1	2.0%	* both	1
05/08	46.0%	none	2	41.3%	none	1	0.3%	* none	2	0.4%	* none	9	2.8%	* const	1
05/09	62.2%	none	5	38.3%	trend	3	0.3%	* none	2	5.2%	* trend	7	13.0%	none	1
05/10	44.2%	none	4	33.8%	trend	6	0.4%	* const	2	7.0%	* none	8	12.1%	none	1
05/11	23.5%	none	1	62.0%	both	6	0.3%	* none	2	2.8%	* none	8	19.7%	const	1
05/12	16.8%	none	1	72.2%	const	6	0.3%	* both	2	1.4%	* none	9	19.8%	const	1
06/01	37.2%	const	1	45.3%	const	7	0.9%	* none	2	4.5%	* none	8	42.0%	none	1
06/02	17.5%	none	3	12.6%	none	1	9.7%	* none	2	13.9%	const	1	13.2%	none	1
06/03	6.7%	* none	1	7.5%	* none	1	15.9%	trend	2	5.2%	* none	1	1.9%	* none	1
06/04	4.6%	* none	8	13.0%	none	1	7.8%	* none	9	20.6%	none	1	4.8%	* trend	1
06/05	0.3%	* none	8	4.8%	* both	1	4.1%	* none	9	23.7%	both	1	5.4%	* none	1
06/06	0.7%	* both	8	1.3%	* const	1	6.5%	* both	9	32.5%	trend	3	2.8%	* both	1
06/07	0.6%	* none	6	3.9%	* none	1	6.6%	* none	1	25.5%	none	4	2.9%	* none	1
06/08	0.2%	* both	8	1.8%	* trend	1	9.1%	* none	1	15.2%	none	4	3.6%	* none	1
06/09	0.4%	* none	6	3.1%	* none	1	8.3%	* const	1	6.9%	* none	4	4.8%	* both	1
06/10	0.5%	* const	7	1.0%	* none	4	9.4%	* none	1	5.1%	* const	4	4.5%	* none	1
06/11	0.5%	* none	6	2.0%	* none	4	14.7%	none	1	6.1%	* trend	4	4.4%	* trend	4
06/12	0.4%	* none	6	7.5%	* none	4	15.7%	both	7	6.1%	* none	4	5.4%	* none	4
07/01	1.6%	* none	6	14.0%	const	1	17.4%	none	7	5.5%	* none	4	6.1%	* trend	4
07/02	3.5%	* none	6	24.3%	none	4	14.2%	trend	1	2.1%	* both	4	6.0%	* none	4
07/03	16.9%	none	6	33.0%	none	6	9.4%	* none	7	6.3%	* none	3	5.1%	* const	7
07/04	12.2%	both	6	4.0%	* trend	6	4.1%	* none	2	2.1%	* none	3	1.7%	* none	7

*10%有意

表 7: 主観 PDF データの予測力の比較

PDF	金融機関	検定期間	LR ₁ のP値	LR ₃ のP値
主観PDFデータ	証券系	47ヶ月	20.3%	0.00%
	銀行系		30.8%	0.00%
	機関投資家		22.2%	0.00%
	外資系		34.1%	0.00%
	全体		67.1%	0.00%

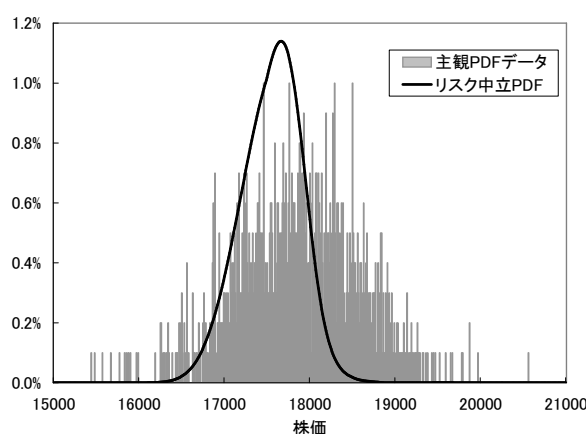


図 9: 2007年2月におけるリスク中立PDFと相場観情報“全体”の主観PDFデータの比較（予測期間：5営業日）

の結果が有意となる期間において推定したリスク回避度全ての平均を示す。これらの図から金融機関の種別にかかわらず読み取れることは、リスク回避度は先行研究で仮定されているような長い検証期間において一定というものではなく月毎でも変動するものである。

金融機関の種別毎にリスク回避度を検証する。証券系と外資系では、検証期間の前半は概ねリスク回避度が概して小さく（平均すると、それぞれ、0.7, 8.1）上下に変動しており、後半では大きなプラスのバイアス（平均すると、それぞれ、31.6, 30.5）を持っていることがわかる。銀行系や機関投資家は、検証期間の前半（平均すると、それぞれ、12.4, 12.8）も後半（平均すると、それぞれ、11.3, 13.4）もならずとプラスのバイアスが大きい。このように見ると、何れの金融機関に関しても、相場観情報を利用したKL情報量に基づくリスク回避度の推定結果と節4.2.2で示したBerkowitz検定による相場観情報を用いずに“投資家は合理的である”とする強い仮定において推定したリスク回避度（安定期、上昇期を問わず予測期間が5営業日の場合には負の値を取る）が、大きく異なることがわかる。Grangerの因果性分析において相場観情報が株価リターン与える影響が有意であった期間に焦点を当てた場合も、証券系、銀行系、機関投資家、外資系のリスク回避度の平均は、順に、45.4, 10.7, 13.0, 20.6となり、正の値を取る。つまり、オプションの市場価格データに加えて“投資家は合理的である”と非現実的な仮定をおいたうえで実現株価を利用してリスク回避度を推定する場合にはリスク回避度として負の値が推定されるが、主観PDFデータのような投資家の相場に対する予想が何らかの形で反映された株価の確率密度関数を合わせて利用してリスク回避度を推定した場合にはリスク回避度が正の値をとることがわかる。

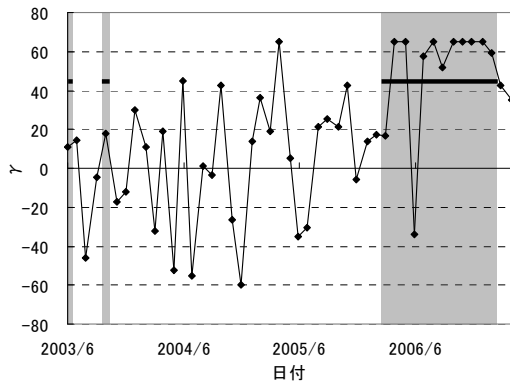


図 10: 証券系

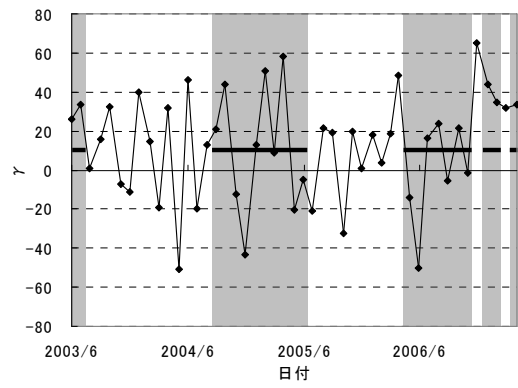


図 11: 銀行系

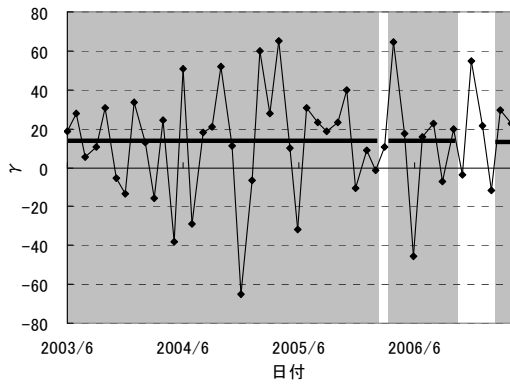


図 12: 機関投資家

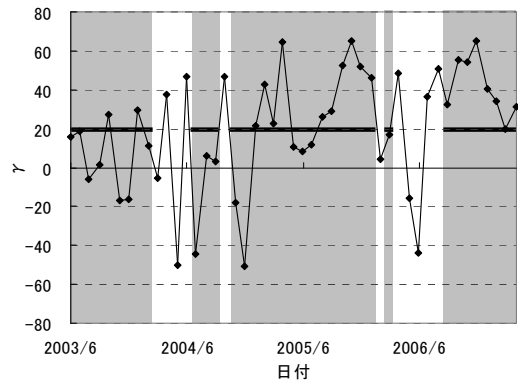


図 13: 外資系

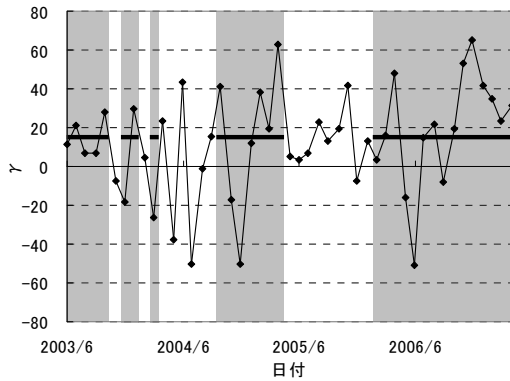


図 14: 全体

5. まとめと結語

本研究では、まず、先行研究の Berkowitz 検定を利用して日本におけるオプション市場価格に内在するリスク回避度を推定し、英国や米国のもものと比較した。またリスク中立 PDF が完全予測 PDF にどの程度近いかにについての検証も行った。実証分析結果は、日本におけるオプション市場価格に内在するリスク回避度は予測期間が 15 営業日の場合には有意な正の値となるが、予測期間が 5 営業日の場合には負の値を取ることとなった。また、リスク中立 PDF の株価予測力は予測期間が 15 営業日の場合には棄却されたが、予測期間が 5 営業日と短い場合には予測力がないとはいえない結果となった。

上記の分析結果を受けて、本研究では、データ解析を行う際に生じる先行研究の問題点を指摘し、相場観情報を採用し VAR モデルを利用して主観 PDF データを構築したうえで、KL 情報量に基づくリスク回避度の推定手法を提案した。提案手法に基づく実証分析結果からは、第一に、予測期間が 5 営業日と短い場合においても主観 PDF データの予測力は棄却される結果となった。第二に、オプション市場に内在するリスク回避度は長期間にわたって一定ではなく月単位でも大きく変動することなどが確認された。第三に、投資家の相場に対する予想を何らかの形で反映させてリスク回避度を推定する場合には、リスク回避度が平均すると正の値をとることがわかった。

今後の課題としては、本研究において確認することができたオプション市場に内在するリスク回避度の特徴を利用した資産評価モデルや投資戦略を構築することである。

謝辞

本稿を改善するにあたって二人の査読者から貴重なコメントを頂きました。ここに記して感謝致します。

本研究に関して科学研究費補助金（基盤研究（C）22510143）の助成を受けている。

参考文献

- [1] J. Berkowitz: Testing density forecasts with applications to risk management. *Journal of Business and Economic Statistics*, **19** (2001), 465–474.
- [2] F. Black and M. Scholes: The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, **81** (1973), 637–654.
- [3] R.R. Bliss and N. Panigirtzoglou: Option-implied risk aversion estimates. *Journal of Finance*, **59** (2004), 407–446.
- [4] D.T. Breeden and R.H. Litzenberger: Prices of state-contingent claims implicit in option prices. *Journal of Business*, **51** (1978), 621–651.
- [5] P.W. Buchen and M. Kelly: The maximum entropy distribution of an asset inferred from option prices. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **31** (1996), 143–159.
- [6] D. Edelman: Local cross-entropy. *Risk*, (2004), 73–76.
- [7] B.J. Kang and T.S. Kim: Option-implied risk preferences: An extension to wider classes of utility functions. *Journal of Financial Markets*, **9** (2006), 180–198.
- [8] 小西貞則, 北川源一郎: 情報量基準 (朝倉書店, 2004).
- [9] K. Miyazaki: A note on performance result of portfolio strategy with market participants' view. *Bulletin of The University of Electro-Communications*, **16** (2003), 31–36.

- [10] 宮崎浩一: 証券分析への招待 高校数学からのアプローチ (サイエンティスト社, 2005).
- [11] K. Miyazaki: An invitation to market-based option pricing and its applications. *Journal of Operations Research Society of Japan*, **50-4** (2007), 488–514.
- [12] 山下晃一郎, 宮崎浩一: 日経金融新聞が提供する相場観情報の価値. 情報処理学会論文誌, 数理モデル化と応用, **47-SIG14** (2006), 108–117.
- [13] 山本拓: 経済の時系列分析 (創文社, 1998).

宮崎 浩一

電気通信大学 電気通信学部 システム工学科

〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1

E-mail: miyazaki@se.uec.ac.jp

ABSTRACT

ESTIMATION OF RISK AVERSION PARAMETER USING OPTION
PRICES AND MARKET VIEW

Masaki Okamoto Koichi Miyazaki Hirofumi Hoshika Daisuke Sasaki
University of Electro-Communications

In this research, first, we estimate risk aversion parameter implicitly in option market prices in Japan based on preceding approach (Berkowitz method) and compare it with that in UK and US. We also try the Berkowitz test on the forecasting ability of the risk-neutral density function estimated from market prices of several equity options in Japan. Based on the implications from the results, we point out the unreasonable assumption and setting in the data analysis that underlie in the preceding research and provide new estimation technique of the risk aversion parameter using market view data.

In the proposed method, adopting market views of several players in financial industry and past equity return as a basic data, we construct appropriate distribution of the forecasted equity price (subjective PDF data) based on VAR model. Then, we estimate the risk-aversion parameter by minimizing KL information that evaluates the distance between the subjective PDF data and subjective PDF, which is composed of the risk-neutral PDF and the risk-aversion parameter.

Results of our empirical analyses mainly tell us following three points. First, even in the case of short forecast horizon such as 5 business days, the forecast ability of the subjective PDF data is rejected. Second, the risk aversion parameter implicitly in the option prices is not constant for several years but dynamically changes at least monthly. Third, contrary to the negative risk-aversion parameter value estimated by the Berkowitz method in the case of the short horizon, the risk-aversion parameter value becomes positive when we estimate it based on the KL information using the subjective PDF data that somehow incorporate market participants' view.