

## 二段階数理計画アプローチによる鉄道車両運用計画の策定

今泉 淳                      山岸 雄樹                      森戸 晋  
東洋大学                      早稲田大学

(受理 2009 年 2 月 16 日; 再受理 2009 年 12 月 16 日)

### 和文概要

鉄道業では、その保有する車両や乗務員などの資源を有効活用することが求められる。これらの資源の使用計画は「運用計画」と呼ばれ、ダイヤにより与えられる各列車に対してこれらを割り付ける、一種のスケジューリング問題である。本論文では車両の運用計画を扱うが、これはダイヤに示された全ての列車に対して、各車両の保守の制約を守るような車両の割り当て計画を立案することが目的である。

本研究では、このような問題に対して二段階の分割アプローチを考える。第一段階では車両の 1 日単位でのスケジュールを生成する。それに基づき第二段階では、各車両の複数日間に渡るスケジュールを作る。数値実験では、いくつかの路線に基づくインスタンスによって、本アプローチの性能や特性を評価・分析する。

キーワード: スケジューリング, 交通, 鉄道, 車両運用, 数理計画

### 1. 研究の背景と目的

鉄道会社では、列車の運行内容を列車ダイヤで定めているが、それを実行するために、保有する各種の資源を効率良く運用することが求められる。例えば、それら列車には有限資源の一つである車両編成を充当する必要がある。

車両編成は非常に高価な資源であり、保有できる数にも限りがあるため、できる限り無駄なく使用することが求められる。一方で、車両編成は一定の時間間隔で検査を受ける必要があるなど、その使用上の制約条件がある。この車両編成の使用上の制約を満たすような、車両編成の列車への割り当てを事前に定めたものを、車両運用計画と呼ぶ。

本研究では、首都圏の通勤路線における車両運用計画作成問題を、数理計画の枠組において解決することを目指す。具体的には、問題の性質を吟味した上で問題を分割し、二段階のアプローチを採用することで、変数の値を逐次決定して車両編成の運用計画を作成する手順を提案する。

### 2. 車両運用計画作成問題

#### 2.1. 鉄道における意思決定

鉄道分野には、数理的アプローチが可能なさまざまな問題がある。特にスケジューリングという視点からは、車両や乗務員などに関する問題が存在し [9] [8], 最適化手法の適用が望まれる。その中でも、段階に応じていくつかの意思決定の分類が可能であり、富井 [9] によれば、

- ダイヤ改正毎に作成される各種資源の運用計画である「基本計画」
- 基本のダイヤの季節による一部変更に対応して必要になる「実施計画」

- 事故などによる列車遅延によりダイヤが乱れた場合に、各種資源の使用計画の一部を変更する「運転整理」

の三段階に分類できる。もちろん、ダイヤ策定においてはより高い視点の計画が存在することはいうまでもない。本論文が扱うのは、車両の運用に関する基本計画の策定である。

## 2.2. 問題の概要

### 2.2.1. 前提

旅客に対してサービスを提供する観点でそのサービス内容を示すものが時刻表であるならば、それを実現する上での運行計画に相当するのがダイヤグラムである(図1)。ダイヤグラムは、当該線区上で運行される列車(ここでは基本的に営業列車のことを指す)の各駅での発着および通過時刻などを示す図である。

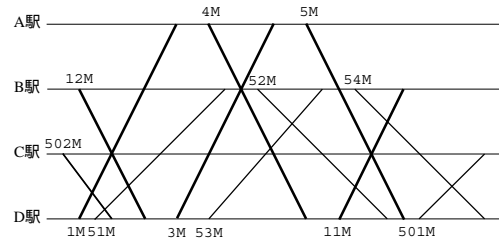
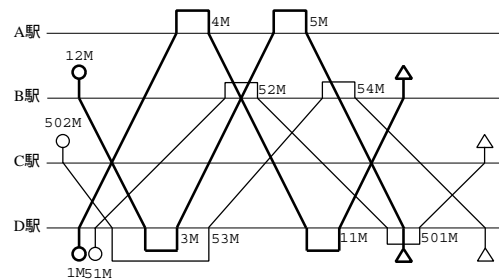


図 1: ダイヤグラムの例(文献[8]の図を一部改訂。以下同様)

### 2.2.2. 仕業と交番

ダイヤグラム上のある列車に対して、後続可能な列車を繋いでいくことでできあがるある特定の車両編成の1日単位の使用計画を仕業と呼ぶ。また、複数の仕業を順々に繋いでそれぞれの仕業を一度ずつ遂行する順序のことを交番と呼ぶ。



車両運用計画を策定する上では、当然のことながらすべての列車に車両編成が充当されている必要がある。そのために、複数本数の同一タイプあるいは互換性のある車両編成が、特定の線区には投入されている。

図 2: ダイヤグラム上で表現した車両運用

一方、保守や管理の観点から「各車両編成はできる限りその使用内容を均等にする」という要請があるため、車両編成それぞれの使用内容(走行距離)が極端に異ならないようにする必要がある。

仕業番号	6時	12時	18時	24時
1	D駅 ○	A駅 4M	D駅 11M	B駅 △
2	B駅 ○	D駅 3M	A駅 5M	D駅 △
3	D駅 ○	B駅 51M	D駅 52M	C駅 501M △
4	C駅 502M ○	D駅 53M	B駅 54M	D駅 △

これを実現する方策はいくつかあると考えられるが、実際に採用されているのは、各車両編成が交番に示された順序で仕業を順次遂行し、最終的に仕業を一巡して終了する形で車両運用をするやり方である。こうすれば、交番を遂行する時間を周期として各車両編成の使用内容が同一になるため、前述した使用内容の均等性を実現できる。

図 3: 図 2 のダイヤに対応する交番

具体的な例で説明しよう。図2は、図1のダイヤに対して列車を繋いで交番を作った例であり、○印が車両編成のその日の出発駅、△印がその日の最後の到着駅を示している。この例では四つの仕業が存在し、車両編成が四本必要なことがわかるが、それらの仕業を、仕業の終了駅と次の仕業の開始駅が同一になるように繋いで、その順序を示したものが図3の交番である。

表 1: 各車両編成の交番内の仕業の変遷

	1日目	2日目	3日目	4日目
仕業 1	編成 1	編成 4	編成 3	編成 2
仕業 2	編成 2	編成 1	編成 4	編成 3
仕業 3	編成 3	編成 2	編成 1	編成 4
仕業 4	編成 4	編成 3	編成 2	編成 1

必要とされる四つの編成は、毎日同一の仕業に充当されるのではなく、交番に示された順序で仕業に充当される（表 1）。このような運用形態を採用することで、各車両編成の交番の周期で見た場合に使用内容が同一になる。車両運用計画作成問題は、最終的にこの交番を作成する問題である。すなわち車両運用計画作成問題は、1日単位のスケジュールと、それらをどのようにして巡るかという、ふたつの順序づけの側面を持つ。

### 2.2.3. 仕業検査

仕業や交番を作る上で重要なのが、仕業検査である。仕業検査は法令に定められている検査であり、予め定められた時間間隔（おおむね数日で、車両形式によって異なる）に一度の割合で車両の状態や機能の確認などを数時間かけて行う。検査が可能な場所や時間帯は限られており、さらに各車両編成は検査周期を必ず守る必要がある。

図 3 では仕業検査は考慮されておらず、実際には列車に充当されている以外の適当な時間に、検査可能な場所（概ね車両基地）の検査可能な時間帯に検査を受ける必要がある。

車両運用計画においては、この検査を運用計画の立案時に検査周期を守るように交番に予め組み込んでおく。

### 2.3. 関連する研究

車両運用計画作成問題は、検査を考えなければ巡回セールスマン問題と見なすことができる。すなわち、列車をノードに対応させ、接続可能な列車間にアークを張った上で、アークの始点に対応する列車の到着時刻と終点に対応する列車の出発時刻の差をアークの重みとすれば、列車と列車の間の間合時間の総和の最小化を目指す巡回路（運用計画）を求める問題になる。

しかし実際には、

- 検査を考慮する必要がある
- 回送列車を設定する必要があるかもしれない

といった理由から、純粋な巡回セールスマン問題には帰着できない。

後者の回送列車は、運用の都合によって発生するため元々与えられている訳ではなく、また与えられていない段階で問題を解く必要があるが、可能な回送列車とその所要時間を仮に与えれば、取りあえずの計画立案上は可能である（実際に回送列車が設定可能かどうかに応じて問題を解き直すなどの対応をする）。しかし、前者のために、純粋な巡回セールスマン問題として見なすことができない。

また、資源の割り当ての計画という意味でその問題構造が類似する乗務員スケジューリングでは、筆者の知る限り、1日ないし2日にまたがる行路によって全乗務が被覆されるような計画立案をした上で、数週間単位でそれら行路をどのように巡るかを決定するやり方を取り、それぞれの段階が単独の問題として扱われて研究がされることが多い。これに対して車両の運用では、やはり筆者の知る範囲では、各車両編成の1日単位のスケジュールとそれら

を巡回するスケジュール（交番）の両者を同時に決定することが多い。

車両の列車への割り当てに関する関連する研究は、オランダの Schrijver[7] や Alfieri et al.[1] の車両循環モデル、カナダの Cordeau et al. [3][4] などがある他、日本の場合に関しては趙ら [10] や福村ら [5] などの「巡回路を作る」という発想に基づく方法があるが、運用ポリシーが国によって違うなどの事情もあり、諸外国の類似の問題に対する研究を単純に日本のそれに適用することはできない。たとえば「検査」は諸外国の鉄道でも同様の概念があるものの、検査を車両運用計画にどのように取り込むかに相違があり、そのため Schrijver[7] や Alfieri et al.[1] のモデルでは検査は考慮していない。

本研究は、文献 [10][5] と違い、仕業と交番を分割して解く部分に新たな着眼点がある。

### 3. 本研究が提案するアプローチ

#### 3.1. ダイヤの性質に関する予備的分析

与えられたダイヤに対する最小の所要車両編成数は、列車が最大数運行されている時間帯のそれを検出すれば容易に判明し、これが必要とされる仕業数と見なせる。多くの場合の通勤路線では、朝のピーク時間帯にもっとも多く多くの車両編成を必要とし、昼間に閑散の時間帯を迎え、夕方に向かってダイヤ上の列車密度が再び高くなる。したがって、所要編成数は概ね朝のピーク時のそれで決まることが多い。これとともに、昼間は列車の運行頻度が下がるため、車両編成の運用上の余裕が比較的あることになる。

通勤路線における検査可能な場所は、その線区上にひとつないしふたつ程度ある車両基地であることが通例である。また通勤路線は、路線距離もさほど長くないことが多いため、各編成は同一の場所を一日に数度通過することも珍しくなく、車両基地に入庫できる機会は比較的多い。

一方、車両基地側の検査可能な時間帯はおおむね朝のラッシュアワーが終った時間から夕方までに設定されている。しかし、各基地で同時に検査可能な車両編成数には上限があるため、その意味で車両基地側の資源制約も考慮する必要がある。基地で検査が可能な時間帯や一編成の検査に要する時間、検査の要員数などの関係から、上記の車両編成側の余裕に対して、車両基地側の都合が優先する部分と考えられる。

ところで、検査周期の関係からその日に何編成の検査を行えば良いかは予め分かる。具体的には、最小の所要車両編成数に基づき仕業数を決定し、「仕業数 ÷ 検査周期」以上の最小の整数を検査数とすれば良い。

#### 3.2. 車両運用計画の評価関数

車両編成が高価な資源であることをふまえ、問題の評価関数として使用する車両編成数を考え、これを最小にすることが挙げられるが、前述のように、必要となる車両編成数はダイヤから定まる。

一方、ダイヤで運行が設定されている列車（営業列車）だけで運用が実現できるとは限らず、必要に応じて回送列車を設定する必要があるが、回送による走行距離はできるだけ少なくしたい。よって本研究では、上記の必要車両編成数を前提に、総回送距離を最小化する。

なお、総回送距離に加えて、列車と列車の間の「間合い時間」（の総和）も最小化の対象に取り込むことも考えられるが、

- 駅での滞留と車両基地での滞留は、同じ滞留でも性格が異なる
- 駅での滞留は、その設備の都合から接続し得る列車がある程度決まる

などの理由から，本研究では最小化の対象にする重要度は回送のそれに比べて低いと考えている．

### 3.3. 変数の削減と問題の分割

場所や時間の自由度がさほど大きくないとはいえ検査スケジュールも含めて一つの問題として全てを同時に決定するのは，上記の資源制約も同時に考慮する必要性が生じるとともに，決定すべき車両編成の列車への割り当ての順序に加えて，検査の場所や開始時刻という性格の異なる変数を同時に扱うことになる．

上で考察したような対象とする通勤路線の性格を考え合わせると，予め分かっている必要な検査の施行数に基づき，むしろ基地で検査を行う時刻（開始時刻および終了時刻）を所与としてもさほど不自然ではなく，そうすることで検査員のスケジュールの立案の簡略化，あるいは検査員に関するコスト面から有利になる可能性も考えられる．また，車両編成の余裕があるラッシュアワーの終わった時間帯以降であれば，検査の開始時刻が所与であってもそれに車両編成側がその融通の範囲内であわせられる可能性も高い．

またすでに述べたように，乗務員スケジューリングでは1日ないし2日の乗務員の行路群を求めてからそれらの巡回内容を決める，二段階のアプローチが採用されることが多い．本研究が対象にする問題も，細部の制約はともかく，日単位の仕業とそれを繋いだ交番からなる意味で構造的には類似している．このように，交番全体で検査に関する制約を満足するようなスケジュールを作る問題を直接的に考えるのではなく，仕業群をつくり，それを繋いで交番を作るやり方のほうが，個々の問題が単純化でき，決定変数の性質を統一するとともにその個数を減らすメリットが生まれるものと期待できる．

### 3.4. 解法の概要

前節で述べたような背景をふまえて，本研究では，仕業数と検査周期から算定される必要な検査数をあらかじめ求め，i) それを考慮して1日単位の仕業を作り（以下フェーズ1），ii) これら仕業をつないで交番を作成する（以下フェーズ2），という二段階のアプローチを採用する．各フェーズは数理計画問題として定式化・最適化しており，これによって全体の問題を一度に扱うことを避け，またそれぞれのフェーズの問題を扱い易い形にしている．その一方で，設定された列車（営業列車）だけで回送のない運用を実現できるかは分からない．そこで，設定可能な回送列車を上記のフェーズ1とフェーズ2の両者で考慮し，それぞれで回送距離を最小化するような問題を考える．

以下では，4節でフェーズ1について，5節でフェーズ2について説明する．以下の説明では，対象の全ての編成が同一視できる，すなわち車両運用上は検査周期などに関して同一視できること（同一形式の編成からなる，あるいは同一ではないが検査周期やそれ以外の扱いにおいて同等に扱える複数の形式の編成からなる場合）を前提にする．

なお，使用する車両形式が複数ある場合や，インスタンスによっては良い解を得るためにその一部を修正することが必要なケースがあり，それぞれ5.3節と6.5節で触れる．またこれ以後，車両編成のことを単に車両と書くことがある．

## 4. フェーズ1：仕業の作成

### 4.1. 仕業作成のための問題のネットワーク表現

仕業を生成するにあたって，乗務員スケジューリング問題に対して Beasley and Cao [2] が示したネットワークによる表現の考え方を利用し，図4のように，列車それぞれをノードに

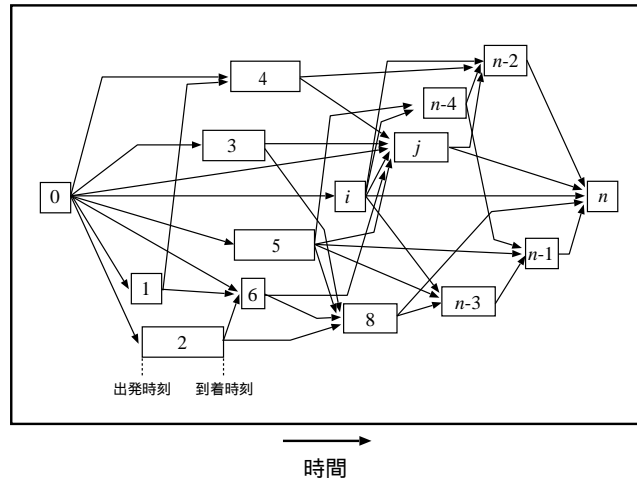


図 4: 仕業作成のためのネットワーク表現

対応させたネットワークを考える。

アークは、前の列車の担当を終了した後に次の列車を担当可能であることを意味する。開始ノード（図内ではノード0）と終了ノード（図内ではノードn）は特定の基地や駅を表すのではなく、仕業の開始と終了を表す。

以下に、本研究におけるノード間のアークの張り方の概要・原則を示す。このようにアークを張ることで、駅に留置する車両以外は仕業内で基地に回送するようになる。なお、車両基地以外に車両を留置できる場所である駅は、終電（およびその周辺の列車）が到着したらばその車両が翌日の初電（およびその周辺の列車）に充当されるケースがほとんどである。そこで、そのような駅では、日を跨ぐさい、その駅での留置可能上限まで車両を留置するという前提を置く。

(1) 開始ノードからのアーク

すべての列車に対して仕業の最初の列車（営業列車）になり得るかを調べ、なり得る列車にアークを張る。

車両が留置できる駅の場合は回送なし（回送距離が0）のアークを張るが、前述の留置に関する前提を承けて、そのような駅では、始発列車から数えて留置上限数分の列車の車両は当該の駅に留置されていると見なして回送なしのアークを張る。一方、それ以降の列車には近くの車両基地からの回送距離をコストとしたアークを張る。

なお、列車の本数が最大となる時刻以前にすべての車両が留置されている場所から出発していなければいけないので、開始ノードからのアークはそのような時刻以前に出発する全列車に張られる。

(2) 列車間のアーク

列車が終着してその駅で折り返す列車の中から、折り返し準備時間とホームの容量を考慮して定まる列車に対してコスト0のアークを張る。さらに後の列車への接続を考える場合は、一度車両をその駅から適当な場所に退避させて、必要なときに車両を再び送り込むようにするが、この場合は回送距離をコストとしたアークを張ることとなる。車両基地に隣接する駅では、列車の到着時刻に準備時間を加えた時刻以降のその駅発のすべての列車にコスト0のアークを張ることができる。

### (3) 終了ノードへのアーキ

すべての列車に対して仕業の最後の列車（営業列車）になり得るかを調べ、なり得る列車からアーキを張る．これは（1）と同様、列車が最大の本数運転されている時刻以後に到着する列車が候補になる．

開始ノードからのアーキ同様、車両を留置できる駅での留置を表現するため、各駅の終電から留置上限数分だけさかのぼった列車はその駅に留置するものとして回送なしのアーキを列車から張る．それ以前の列車には、近くの車両基地への回送距離をコストとしたアーキを張る．

### (4) 仕業検査の扱い

検査の回数や場所、開始・終了時刻は所与としているため、ネットワーク内では検査をノードに対応させることで、列車ノードと全く同様に扱うことができる．具体的には、検査を「出発地と到着地が同一で検査時間だけ所要時間がかかる列車」と見なし、それに該当するノードを用意した上で、本来の列車に対応するノードとアーキを張る．

なお、同一の車両が検査を一日に二回受けることは現実にはないためこれを防ぐ必要があるが、一日の最初の検査の終了時刻よりも最後の検査の開始時刻が早い場合は、このようなことをモデルや定式化の上で防ぐ必要はない．また、これが満たされない場合でも、検査終了後になんらかの列車を担当して再度検査に間に合うように基地にもどれるようなケースがなければ、同様に防ぐ必要はない．

本研究の範囲内ではこのようなことを考慮しなくても良いケースを対象にしているが、そうではない場合には、同一の車両編成が一日に二回の検査を受け得ないようネットワークを作る際に工夫を施したり、定式化の修正を要することも考えられ、そのため計算の負荷が増大する可能性もあると考えられる．

## 4.2. 仕業を求める問題の定式化

このようなネットワークが与えられたならば、そこから仕業を生成する問題はそのネットワークにおいて、開始ノードから終了ノードへの異なる  $M$  本（車両編成数）のパス（仕業）によって、始点と終点以外のノード（列車と検査）がそれぞれ一度だけカバーされるようにパス群を見つける問題に帰着する．この問題は、

- 列車ノードと検査ノードは、入ってくるアーキの中から 1 本が選ばれ、またそこから出てゆくアーキの中から 1 本が選ばれる
- 開始ノードから出てゆくアーキから  $M$  本のアーキが選ばれる
- 終了ノードへ入るアーキから  $M$  本のアーキが選ばれる

という条件をコスト最小で満たすような部分グラフを求める問題になる [6]．

### 記号の定義

ここで、ノード数を  $n+1$  として、ノード 0 を開始ノード、ノード  $n$  を終了ノードとし、 $V$  を列車と検査のノードの集合、 $A$  をアーキの集合、 $\Gamma_i$  をノード  $i$  に続くノードの集合、 $\Gamma_i^{-1}$  をノード  $i$  に先立つノードの集合とする．

さらに、 $c_{ij}$  をノード  $i$  と  $j$  それぞれに対応する列車（もしくは検査）の間に必要な回送距離、 $x_{ij}$  をアーキ  $(i, j)$  が上記の部分グラフに含まれれば 1、さもなければ 0 となる 0-1 変数とすると、部分グラフを求める問題は以下のような、回送距離をコストとしてこれを最小化する問題に帰着できる．

## 定式化

$$\text{minimize } z = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (4.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{j \in \Gamma_i} x_{ij} = 1, \quad i \in V \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in \Gamma_j^{-1}} x_{ij} = 1, \quad j \in V \quad (4.3)$$

$$\sum_{j \in \Gamma_0} x_{0j} = M, \quad (4.4)$$

$$\sum_{j \in \Gamma_n^{-1}} x_{in} = M, \quad (4.5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (i, j) \in A. \quad (4.6)$$

(4.1) で回送距離を最小化する (4.2) 式 (4.3) 式により列車 (もしくは検査) ノードから出てゆくアークから 1 本が選択され, 入ってくるアークから 1 本が選択される (4.4) 式により開始ノードから出てゆくアークから  $M$  本のアークが選択され (4.5) 式により終了ノードへ入るアークから  $M$  本のアークが選ばれる。

この問題は, 終了ノード以外のノードを工場, 開始ノード以外のノードを倉庫として各ノード間の輸送量が 0-1 の輸送問題になる。問題を解いた結果, 解が 1 となったアークをつないでいくことで,  $M$  本の仕業を作成することができる。これらは, 必要な数だけ検査が入った仕業群となっている。

## 5. フェーズ 2 : 交番の作成

## 5.1. 基本的な考え方

フェーズ 2 では, フェーズ 1 で得られた  $M$  個の仕業を検査周期をまもるような順序に並べて交番を作成する。その際, 交番内のどこに検査を含む仕業が割り当てられるべきかを制約として検査周期を満たすようにし, フェーズ 1 で得た仕業を交番内の 1 番目から  $M$  番目のどこに位置すべきかを, 仕業をつないだ際に生じる回送距離が最小になるように決定する。

## 5.2. 定式化

## 記号の定義

$D$  を仕業の集合,  $T$  を仕業を行う順番 (1 番 ~  $M$  番) の集合,  $E$  を検査を行う順番の集合 ( $E \subset T$ ) とする。ここで, 検査周期が  $q$  ならば  $E$  の要素を  $q, 2q, 3q, \dots$  などのように設定する。具体的には, 検査周期が「3」の場合は「3 日目, 6 日目, 9 日目, ...」のようになる。この場合は 2 日目などには仕業検査は行われない。ただし, 仕業数が  $q$  の倍数でなく特定の検査間隔が極端に短くなるような場合は, それを避けつつ検査周期を守るように  $E$  の要素を適切に設定する。

$a_l$  を仕業  $l$  が検査ありならば 1, さもなくば 0 を表す定数,  $d_{lm}$  を仕業  $l$  の到着場所から仕業  $m$  の出発場所への回送距離とする。また,  $\delta_{lk}$  を仕業  $l$  を  $k$  番目に行うなら 1, さもなくば 0 とする 0-1 変数,  $y_{lm}$  を仕業  $l$  の次に仕業  $m$  を行うなら 1, さもなくば 0 とする 0-1 変数とする。



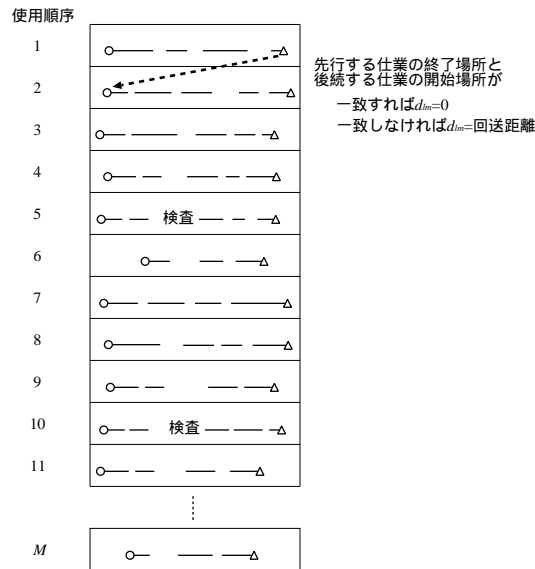


図 5: 交番の作成

## 定式化

$$\text{minimize } w = \sum_{l \in D} \sum_{m \in D} d_{lm} y_{lm} \quad (5.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{l \in D} \delta_{lk} = 1, \quad k \in T \quad (5.2)$$

$$\sum_{k \in T} \delta_{lk} = 1, \quad l \in D \quad (5.3)$$

$$\sum_{l \in D} a_l \delta_{lk} = 1, \quad k \in E \quad (5.4)$$

$$\delta_{lk} + \delta_{mk+1} - y_{lm} \leq 1, \quad l, m \in D, \quad k \in T \setminus \{M\}, \quad (5.5)$$

$$\delta_{lM} + \delta_{m1} - y_{lm} \leq 1, \quad l, m \in D, \quad (5.6)$$

$$\delta_{lk} \in \{0, 1\}, \quad l \in D, k \in T, \quad (5.7)$$

$$y_{lm} \in \{0, 1\}, \quad l, m \in D. \quad (5.8)$$

(5.1) で回送距離を最小化する (5.2) 式によりすべての仕業がいずれかの順番で行われ、(5.3) 式によりすべての順番でいずれかの仕業が行われる。また (5.4) 式により検査が必要な順番に検査ありの仕業が行われる (5.5) 式より、仕業  $l$  の次に仕業  $m$  を行うなら  $y_{lm}$  が 1 となり回送距離分のコストがかかる。また (5.6) 式より、最後の  $M$  番目に行う仕業から最初に行う仕業へのコストも考慮することで、循環的な使用計画である交番を作成する。

## 5.3. アプローチの拡張：交番を複数作成する必要がある場合

以下では、すでに述べた基本的な考え方の拡張に関して述べる。その線区の列車に対して充当される車両形式が複数あると、検査周期などの違いによりそれぞれで交番を作成する必要がある場合がある。そのとき、大きく分けて、a) すべての列車に対してどの車両形式でも割り当てが可能な場合、b) 列車によって車両形式の限定がある場合、の二つがあり得る。

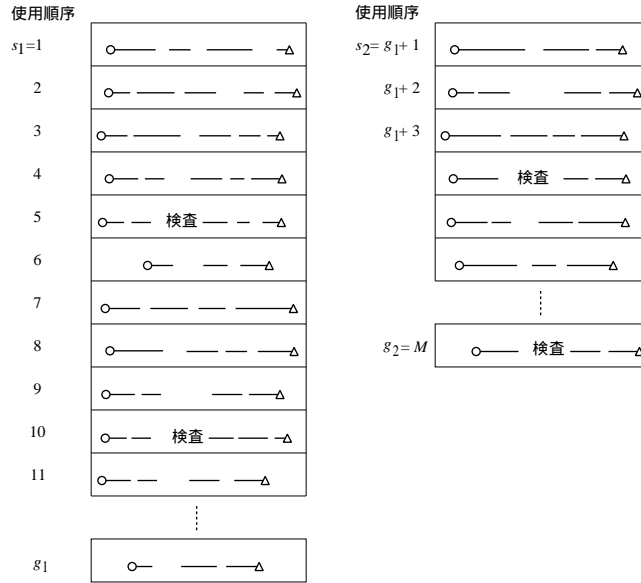


図 6: 複数の交番の作成

本研究のやり方は, a) に対しては交番作成すなわちフェーズ 2 のみを修正すればよい. b) については 6.5 節で考察する.

a) の場合, 検査周期を満たすように仕業と仕業をつなぐさいの回送距離が最小になるように, 1 番目から  $M$  番目までの順序を決めることに関しては交番が 1 つのときと同様である. 複数の交番を作成する場合, 図 6 のように使用順序を分割してそれぞれで循環的な計画を作る.

各交番  $h$  の中で使用順序上の先頭の番号を  $s_h$ , 最後尾の番号を  $g_h$  として, その間のコストを設定することで複数の交番が作成できる. また  $g_h + 1 = s_{h+1}$  である.

ここで,  $K$  を交番の集合,  $s_h$  を交番  $h \in K$  の使用順序上の先頭の番号,  $g_h$  を交番  $h \in K$  の使用順序上の最後尾の番号とし,  $E$  を各形式の交番のどこに検査を含む仕業が位置すべきかにあわせて定義すると, 複数の交番を作成する定式化は以下ようになる.

$$\text{minimize } w = \sum_{l \in D} \sum_{m \in D} d_{lm} y_{lm} \quad (5.9)$$

$$\text{subject to } \sum_{l \in D} \delta_{lk} = 1, \quad k \in T \quad (5.10)$$

$$\sum_{k \in T} \delta_{lk} = 1, \quad l \in D \quad (5.11)$$

$$\sum_{l \in D} a_l \delta_{lk} = 1, \quad k \in E \quad (5.12)$$

$$\delta_{lk} + \delta_{mk+1} - y_{lm} \leq 1, \quad l, m \in D, k \in T \setminus \{g_h\}, h \in K \quad (5.13)$$

$$\delta_{lg_h} + \delta_{ms_h} - y_{lm} \leq 1, \quad l, m \in D, h \in K \quad (5.14)$$

$$\delta_{lk} \in \{0, 1\}, \quad l \in D, k \in T, \quad (5.15)$$

$$y_{lm} \in \{0, 1\}, \quad l, m \in D. \quad (5.16)$$

(5.9) で回送距離を最小化する.(5.10) 式によりすべての仕業がいずれかの順番で行わ

れ (5.11) 式によりすべての順番でいずれかの仕業が行われる．また (5.12) 式により検査が必要な順番に検査ありの仕業が行われる (5.13) 式より，仕業  $l$  の次に仕業  $m$  を行うなら  $y_{lm}$  が 1 となり回送距離分のコストがかかる．また (5.14) 式より，交番  $h$  の最後の  $g_h$  番目に行う仕業から最初に行う仕業  $s_h$  へのコストも考慮することで，それぞれの交番で循環的な使用計画を作成する．

## 6. 数値実験

### 6.1. 実験の条件・環境

本研究では，首都圏の通勤路線である 4 線区の実際のデータに基づき，表 2 のような条件で数値実験を行った．数値実験は Pentium 4 3.2GHz，メモリ 2GB のパーソナルコンピュータを用いて行った．なお，今回のデータでは，線区 2 は車両形式が 2 種類あり，それぞれ別の交番をつくる必要がある．

### 6.2. 2 段階アプローチの性能評価

各線区のフェーズ 1 とフェーズ 2 の回送距離と計算時間を以下に示す．なお，計算時間の上限は両フェーズとも 3600 秒とした．表 3 中の回送距離の合計はフェーズ 1 とフェーズ 2 の回送を足し合わせた数値となり運用計画全体の回送距離を表す．また，最適解が求まった場合はその計算終了時間を，最適解が求まらなかった場合は暫定値を示すとともにその暫定値が算出された時間を示している．

#### フェーズ 1

フェーズ 1 ではすべてのデータにおいて数秒で最適値を得ることができた．フェーズ 1 で発生する回送は，必然的に発生するものでありこれ以上短くならない．

また線区 4 以外では，各基地・駅における仕業開始数と仕業終了数が一致しているため，フェーズ 2 の交番作成の段階で回送なしで運用計画を策定できる可能性がある．線区 4 ではそれが一致していないために，交番作成の段階でも回送が発生する．

#### フェーズ 2

フェーズ 2 で最適値 0 を得ることができた線区に関しては，回送距離が最小の運用計画を策定できたことになる．線区 4 では交番作成の段階で最適値が得られず，また多くの回送が発生している．これは，6.3 節で考察した上で対策を論じる．

表 2: 数値実験で用いた問題例

線	区	1	2	3	4
列	車	429	506	640	471
車	両	1	2	1	1
基	地	1	2	1	2
列	車	10	10	7	12
上	記	3	3	5	6
検	査	5	5	5	3
仕	業	30	56	35	39
1	日	6	12	7	13

表 3: 数値実験で用いた問題例に対する結果

線	区	1	2	3	4
フェーズ1	回送距離	300.7*	24.0*	67.8*	95.4*
	計算時間	1.81	3.69	5.59	2.59
フェーズ2	回送距離	0*	0*	0*	42.8
	計算時間	93.0	487	29.8	315
回送距離合計 (km)		300.7	24.0	67.8	138.2

計算時間の単位は秒, \* は最適値

### 6.3. 考察と手順の修正

線区1から線区3では満足すべき結果が得られたことから, 本アプローチの基本的な方向性には大きな誤りがないと考えられる. 特に, フェーズ1での必然的に発生する回送が増加していないことを考えると, これらは回送距離が最小の運用計画を策定できたことを意味する.

一方, 線区4はフェーズ2での回送を0にできなかった. 一般に基地に比べて駅は仕業の開始や終了が少なく, 駅同士が開始・終了となる仕業は交番作成の自由度に悪影響を与えると予想されるが, 特に検査周期の短い線区4ではこれが顕著になる可能性があり, 実際フェーズ2で回送が発生した. しかし, このような場合でも, 例えば以下のような簡単な修正で対応できる.

まず, フェーズ1は輸送問題なので, 表3からも分かるように短時間で解けるため, 仕業群の生成を反復しても大きな負担にはならない. 一方, 仕業は色々なものがあり得ると考えられるがゆえに, 仕業群全体の回送距離が同一でも中身が異なる仕業群が存在すると考えられる. そこで, フェーズ1で回送距離が同一であるが内容が異なる仕業群を作成することを試みる.

具体的には, 回送距離に影響を与えないような乱数 $\alpha_{ij}$ を各アーク $(i, j)$ のコストに加えて解き, 仕業の開始や終了の少ない駅(フェーズ1の結果やインスタンスそのものからおおむね定まる)をその両端に持つような仕業が現れなくなる(以下の手順で「条件」がこれに相当する)まで $\alpha_{ij}$ を変化させて仕業群の生成を繰り返し, 現れなかったら交番を作成する.

- 手順1  $\alpha_{ij}$ の値を乱数によって設定する.
- 手順2 現在の $\alpha_{ij}$ で仕業群を生成する(フェーズ1の最適化).
- 手順3 条件を満たしたら手順4へ. さもなくば手順1へ.
- 手順4 生成された仕業に基づき交番を作成する(フェーズ2).

回送距離は0.1kmの桁まで与えられていて, 仕業作成のときに変数の値として1をとるアークの数は高々数百であることから,  $\alpha_{ij}$ は0から $10^{-4}$ の一様分布の乱数とすれば, 最適化の際の回送距離には影響をおよぼさない.

### 6.4. 手順の修正による効果

線区4に対して, 実験1の結果と修正した手順を適用して仕業群を生成したときの結果を表4で比較する.

表 4: 手順の修正の有無の比較

手 順 の 修 正		なし	あり
フェーズ 1	回送距離	95.4*	95.4*
	計算時間	2.59	75.6
フェーズ 2	回送距離	42.8	14.0
	計算時間	315	110
回送距離合計 (km)		138.2	109.4

計算時間の単位は秒，\* は最適値

まず，フェーズ 1 での回送距離は，修正した手順を適用しても同一の値を算出できている．もちろん，フェーズ 1 での最適化を反復するため仕業作成のための計算時間は増えているが，それでも十分に許容できる時間であると評価できる．

一方，修正した手順を経て得られた仕業群で交番を作成したことで，回送距離を 30km 弱削減することに成功している．このことから，この修正は簡単な内容ではあるものの有効であると考えられる．

#### 6.5. 補足：列車に対する車両形式の割り当てに関する制限や指定がある場合

普通列車には形式 A，急行列車には形式 B といった具合に，車両形式ごとに割り当て可能な列車が厳密に決められている場合，列車を分類して各々のネットワークを作りフェーズ 1 を行い，フェーズ 2 でそれぞれの交番を作成すればよい．

しかし，普通列車には形式 A，急行列車には形式 B，快速列車は形式 A と B どちらでも可のような場合，各々のネットワークを作り仕業作成を行うことはできない．このような場合には，1 つの仕業の中に普通列車と急行列車が混在しないように制約をつけて仕業を作成する必要があり，本研究の仕業作成のアプローチをそのまま適用することはできないと考えられる．

このようなケースに対しては，形式が限定される列車と共通に充当できる列車が混在することを加味できるような定式化・モデルを考えることが解決の方向になるとともに，本研究の次の課題となる．

## 7. 考察

### 7.1. 通勤路線の特性と本アプローチ

以上に示した結果は実用的観点からもほぼ満足すべき水準にあるといえるが，それは通勤路線のインスタンス的な特性に因るところも大きいと考える．

3.1 節で述べたように，検査可能な場所が線区上のある駅から遠いとしても，高々数十分から概ね 1 時間数十分程度で到達できる場所に必ずあり，しかもそれぞれの車両編成が一日を通じて線区内を頻繁に行き来しているのが，通勤路線の特性であるともいえる．このような特性に加えて，基地側で検査可能な時間帯と列車側の運用上の余裕が生じる時間が重なるため，検査を行う場所と時間を予め決めてしまっても，本アプローチによって得られる計画全体にとってそれらが大きなデメリットにはなっていない．

換言すれば，例えば線区が距離的に極めて長い，あるいは車両の運用範囲が距離的に極めて広範囲であったり，検査可能な場所がいくつもある場合は，検査の場所と時間を予め決めることが逆にデメリットになることが予想される．しかし，本研究で実験を行った範囲内の

通勤路線では上記の問題点が顕在化せず、本研究のアプローチでも車両運用計画の策定上、十分満足できるものとする。

すなわち、本来の決定要因すべてを同時に変数とした数理計画問題を解くことで決定するのではなく、問題の特性を十分吟味した上で、問題を適当な規模に縮小したり、モデル化の上で表現しづらい部分をうまく回避することも、数理計画を適用する上で必要になる例であるとも考えられる。

## 7.2. 現実の意思決定のステップと本研究で取り上げた問題との関係

本研究は、現実における意思決定プロセスのある一部分を問題として取り上げて、数理計画によるアプローチを提案している。しかし、多くの場合の現実における意思決定プロセスは階層構造をなし、上位の階層の決定を受けて下位の階層での決定を行ったり、さらには下位の階層での決定内容に応じて上位の階層が決定内容の修正を行うこともある。

本研究が対象にした問題においてそれに対応する例を挙げれば、回送列車の問題がある。回送列車はダイヤ上予め設定されているものではなく、営業列車を運行するための車両運用やその他の都合によって発生するものである。本研究では、予め設定されているわけではない回送列車を仮に与えて解いている。

実際にそのような回送が実現可能かは、上位の階層、例えばダイヤグラムの策定の段階などから回答を待つことになる。しかし、本研究のアプローチが十分高速であることを考えると、もしそのような回送が実現できなかつたり所要時間がよりかかってしまうという結果が上位の階層から返ってきてても、そのような情報を加味した上で回送列車を再度設定して本アプローチにより再び解き直すのでも、十分に実用に耐えるものとする。

ただしその前提として、本研究でのモデル化の考え方やできあがった車両運用計画を実務的な観点から評価を受けることが、同時に必要なことであるとする。すなわち、このようなモデル化や定式化の範囲内では満足できる結果は得られたものの、たとえば回送距離の最小化を目指したモデル化や、それを前提にした解法によりできあがった車両運用計画が、鉄道事業者から見て妥当なものであるか、これらは実務にこのような方法を活用する上で不可避のプロセスであり、その評価を待つ必要がある。

## 8. 結論

本研究では、段階的なアプローチによって、車両運用計画作成問題を、仕業・交番を決定するそれぞれの問題に切り分け、このことで各問題を扱いやすくし、その結果、概ね実用レベルの運用計画が極めて短時間で得られた。

今後の課題としては、以下のようなことが考えられる。

- 現実の線区にはその地域や旅客の特性に応じたさまざまな事情があり、それに対応する運用方策を採っており、その視点から、
  - － 既に述べたように、車両の種類により充当できる列車に条件や制限、指定があるような線区
  - － 途中で車両の分割・併合を行うような線区

に対する本解法の拡張

- 7.1節で述べたように、広域運用がされ、検査可能な場所も多数設置されているような、例えば機関車などの運用計画作成のための方法の開発

特に、最後の機関車などの運用計画の作成は、本研究のような捉え方では解決が難しい問題であると著者らは考えており、別途モデル化や解決の方法を考える必要がある。総じて、本研究が提案する方法がどの範囲の問題まで適用できるか、また修正によって対応できるか否か、対応できない場合の新たな方法の開発が今後の課題となる。

一方で、本研究が提案する方法が実務家をどこまで満足させられるのかを含めて検証することも、別の観点からの重要な課題として位置づけられよう。

## 参考文献

- [1] A. Alfieri, R. Groot, L. Kroon and A. Schrijver: Efficient circulation of railway rolling stock. *Transportation Science*, **40** (2006), 378–391.
- [2] J.E. Beasley and B. Cao: A dynamic programming based algorithm for the crew scheduling problem. *Computers & Operations Research*, **25** (1998), 567–582.
- [3] J.-F. Cordeau, F. Soumis and J. Desrosiers: A Benders decomposition approach for the locomotive and car assignment problem. *Transportation Science*, **34** (2000), 133–149.
- [4] J.-F. Cordeau, F. Soumis and J. Desrosiers: Simultaneous assignment of locomotives and cars to passenger trains. *Operations Research*, **49** (2001), 531–548.
- [5] 福村直登, 坂口隆, 富井規雄, 中村達也, 西森進矢, 登坂安彦: 鉄道における車両運用計画作成問題. 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2004 年春季研究発表会アブストラクト集 (2004), 134–135.
- [6] A. Mingozzi, M.A. Boschetti, S. Ricciardelli and L. Bianco: A set partitioning approach to the crew scheduling problem. *Operations Research*, **47** (1999), 873–888.
- [7] A. Schrijver: Minimum circulation of railway stock. *CWI Quarterly*, **6** (1993), 205–217.
- [8] (財) 鉄道総合技術研究所運転システム研究室: 鉄道のスケジューリングアルゴリズム (NTS, 2005).
- [9] 富井規雄: 鉄道のスケジューリングアルゴリズム—現状と今後の課題—. オペレーションズ・リサーチ, **49** (2004), 33–39.
- [10] 趙鵬, 富井規雄, 福村直登, 坂口隆: 確率的局所探索に基づく鉄道車両運用計画作成アルゴリズム. 電気学会 交通・電気鉄道研究会, TER-01-54 (2001), 25–30.

今泉 淳

東洋大学経営学部経営学科

〒 112-8606 東京都文京区白山 5-28-20

E-mail: jun@prod.mng.toyo.ac.jp

## ABSTRACT

A TWO-PHASE MATHEMATICAL PROGRAMMING APPROACH FOR  
ROLLING STOCK CIRCULATION PROBLEM

Jun Imaizumi    Yuki Yamagishi    Susumu Morito  
*Toyo University*                      *Waseda University*

This paper considers Rolling Stock Circulation Problem (RSCP) in Japan. RSCP is known as a problem to determine an assignment of rolling stock to trains shown on the timetable. However, previous studies outside Japan cannot be applied to the case in Japan because the management policy for rolling stock in Japan is different from those in previous works.

In this paper, we propose a two-phase approach to RSCP in Japanese railways. The problem is to find a schedule to cover all trains on the timetable by *train compositions*, which are a minimal unit assignable for each train and composed with several carriages. The objective is to minimize the total mileage of “out-of-service” which is train movement carrying no passenger.

In the first phase, one-day schedules for each train composition are found. This problem is to find paths in a network, where an intermediate node corresponds to a certain train and an arc corresponds to a possible connection between two trains and the source and sink are dummy nodes corresponding the beginning and ending of a schedule for a certain train composition in a day, respectively. The problem is to find paths by which every node is covered exactly once except for the source and sink node.

In the second phase, a schedule circulating these one-day schedules obtained in the first phase is found by solving an integer programming problem so as to satisfy the constraints of the periodic maintenance.

Computational experiments are performed based on instances from lines in Japan. The results suggest that our approach is efficient and effective. It can give good schedules in relatively short computing time. Also, we show a minor modification to our approach for giving a better solution for a certain kind of instance.