

## 資金運用を伴う多期間生産計画問題の共進化 GA による解法

篠原 章宏      山下 英明  
首都大学東京大学院

(受理 2007年3月27日; 再受理 2009年4月28日)

**和文概要** 本稿は、各工程のカンバン枚数と基礎在庫量を決定する生産計画と、この生産計画に必要な資金を除いた余剰の資金を運用する運用計画を同時に策定し、運用で得られた利益を組み込んだ次期の資金をもとに、次期の生産計画と運用計画を同時に策定する多期間計画問題を考える。一般にこの問題の実行可能解の数は膨大で、最適解を求めることが難しい。一方、生産計画問題と資金運用計画問題を分離して、独立に解こうとすると、問題間のトレードオフによって、精度の良い近似最適解を得られない可能性が高い。そこで、本稿では共進化 GA の考え方をを用い、比較的精度の良い近似最適解が得られる解法を提案する。

**キーワード:** 組合せ最適化, 遺伝的アルゴリズム, 共進化 GA, 生産計画, 資金運用, 多期間計画問題

### 1. 背景・目的

見込生産システムでは、受注から納品までのリードタイムを短縮するために、常に一定の基礎在庫量を保つように生産指示が出される。したがって、基礎在庫量を大きくするとバックログ費用は減少するが、在庫維持費用が増大し、一方、基礎在庫量を小さくすると在庫維持費用は減少するがバックログ費用が増大するので、在庫維持費用とバックログ費用の間にはトレードオフが存在する。従来、このようなシステムに対して、在庫維持費用とバックログ費用の和を最小にするための最適なオペレーションを求める研究が、様々なモデルに対して行われてきた。特に、カンバンによって生産指示情報を伝達する生産システムにおいて、各工程の基礎在庫量とカンバン枚数に基づき、在庫維持費用とバックログ費用の和を最小化する研究は Duri ら [5] や Dallery ら [4] などによって行われている。

この種の研究では、在庫維持費用として、在庫を維持・管理するために直接かかる費用の他に、生産工程内に滞留する在庫そのものの機会費用を仮想的に加えるのが一般的である。在庫を減少させれば、設備投資や金融資産運用などの用途に使える資金が増加し、利益を得ることができるからである。しかし、本来は在庫維持費用を在庫を維持するための直接費用だけに限定し、生産活動により生じたキャッシュを運用して得られる利益を求めることによって、機会費用を直接的に扱うべきであると考えられる。なぜなら、従来のモデル化において機会費用を含めた在庫維持費用を実際に定めようとする、機会費用を算出できないという問題が残るからである。このような観点から Buzacott ら [2] は、カンバンを用いた見込生産システムの仕掛品とカンバンの流れと、売掛金や買掛金を考慮したキャッシュフローとの関係をモデル化した。しかしこの研究では、生産活動によって生じたキャッシュを運用し、その利益をキャッシュフローに組み入れるモデルの研究は行われていない。

本研究では、各工程のカンバン枚数と基礎在庫量を決定する生産計画と、この生産計画に

必要なキャッシュを除いた余剰の資金を運用する運用計画を同時に策定し、運用で得られた利益を組み込んだ次期の資金をもとに、次期の生産計画と資金運用計画を策定する多期間計画問題を考える。このとき、運用資金を増やすためにカンバン枚数や基礎在庫量を減少すると、十分な在庫を維持しないまま工程がストップするリスクが増大し、結果的に完成品のバックログ費用が嵩む。また、バックログ費用を減少させるためにカンバン枚数や基礎在庫量を増加すると、運用資金が減少し、同じ運用金利のもとでは運用益も減少するので、次期の資金を最大にするためには、生産計画と資金運用計画を同時に策定する必要がある。

上記の生産計画と資金運用は、実行可能解の組合せが膨大で、単独の問題として扱っても最適解を求めることは一般に難しい。したがって、生産計画と資金運用計画を同時に策定する最適解を求めることは、実用的な問題規模では不可能である。そこで、生産によるキャッシュを最大にする生産計画問題と運用益を最大にする資金運用問題を、別々に GA などを用いて最適化することが考えられる。しかし、バックログ費用と運用益の間にトレードオフの関係があるので、精度の良い近似最適解を得られない可能性が高い。したがって、本研究では「お互いに影響を及ぼしながら環境に適したものが生き残る」という共進化の概念を適用した共進化 GA の考え方をを用いて、カンバン枚数と基礎在庫量の組、及び金融資産の購買単元数を策定するときに、それぞれ運用益及び生産によるキャッシュの近似パレート最適値を参照することによって、生産によるキャッシュと運用益の和を最大にする可能性の高い遺伝子を残すアプローチを提案する。この解法も生産計画問題と資金運用問題を別々に最適化していることには変わりはないが、GA における適応度関数として本来の最適化問題の目的関数である生産によるキャッシュと運用益の和そのものを用いることにより、比較的精度の良い近似最適解を得ることができると考えられる。

本論文の構成は以下の通りである。まず、第 2 章では資金運用を伴う多期間生産計画問題を定義し、共進化 GA を用いた効率的な解法を提案する。次に、生産計画モデル及び資金運用モデルの詳細を、それぞれ第 3 章、第 4 章で説明する。第 5 章では、第 2 章で提案した解法に基づいたシミュレーション方法を説明し、数値実験の結果を第 6 章に示す。最後に、結論を第 7 章に示す。

## 2. 資金運用を伴う多期間生産計画問題

本研究では、生産活動に必要な資金を考慮した上で、余剰の資金を運用し、運用益と生産によるキャッシュの和を最大にする問題を考える。本稿ではこの問題を、資金運用を伴う多期間生産計画問題と呼ぶ。

まず、第 1 期の生産活動と資産運用を行うのに必要な初期資金  $C(0)$  を保有しているものとし、各工程のカンバン枚数と基礎在庫量を決定する生産計画と、金融資産の購買単元数を決定する資金運用計画を同時に考える。生産活動に必要な資金を第 1 期の間不足させないために、第 1 期の運用資金は、初期資金  $C(0)$  から第 1 期の生産に必要な資金  $Y_1(k_1, z_1)$  を差し引いた金額とする。ここで、 $Y_\tau(k_\tau, z_\tau)$  は、第  $\tau$  期の生産工程のカンバン枚数と基礎在庫量のベクトルをそれぞれ  $k_\tau$  と  $z_\tau$  としたときの第  $\tau$  期の生産に必要な資金で、後に第 3 章で導出する。第 1 期の終わりにおけるキャッシュは、初期資金  $C(0)$  と、第 1 期に購買単元数ベクトル  $s_1$  で表される金融資産を運用した結果、第 1 期末に得られる運用益  $F_1(s_1)$ 、および第 1 期末の生産によるキャッシュ  $X_1(k_1, z_1)$  の和となる。すなわち、

$$C(1) = C(0) + F_1(s_1) + X_1(k_1, z_1). \quad (2.1)$$

ただし,  $F_1(s_1)$  および  $X_1(k_1, z_1)$  は, それぞれ第3章と第4章において導出する. この第1期の終わりにおけるキャッシュ  $C(1)$  を第2期の資金とし, 第2期の生産計画と資金運用計画を同時に考える.

以後同様に考えると, 第  $(\tau - 1)$  期の終わりにおけるキャッシュ  $C(\tau - 1)$  を用いて, 第  $\tau$  期の生産計画と資金運用計画を同時に考える問題は, 以下のように定式化できる.

$$\begin{aligned} \max_{s_\tau, k_\tau, z_\tau} & E[F_\tau(s_\tau)] + E[X_\tau(k_\tau, z_\tau)] \\ \text{s.t.} & X_\tau(s_\tau) + Y_\tau(k_\tau, z_\tau) \leq C(\tau - 1) \\ & LPM_\tau(s_\tau) \leq R \end{aligned} \quad (2.2)$$

ただし,  $R$  は許容リスク,  $LPM_\tau(s_\tau)$  は購買単位数  $s_\tau$  における第  $\tau$  期のリスク,  $X_\tau(s_\tau)$  は第  $\tau$  期の初めに意思決定した金融資産  $s_\tau$  を購入するのに必要な資金であり,

$$C(\tau) = C(0) + \sum_{j=1}^{\tau} \{F_j(s_j) + X_j(k_j, z_j)\} = C(\tau - 1) + F_\tau(s_\tau) + X_\tau(k_\tau, z_\tau) \quad (2.3)$$

は第  $\tau$  期の終わりにおけるキャッシュである (図1).

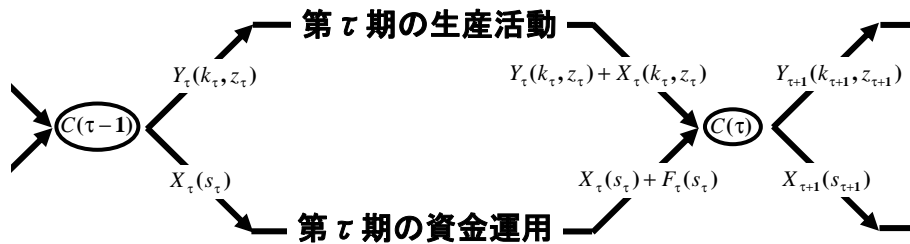


図1: 期末のキャッシュ

この問題の最適解を求めることは実行可能解の組合せ数が膨大になることから困難であり, GAのようなヒューリスティクスを用いても効率的でないと考えられる. そこで, 一般的には第  $\tau$  期の運用資金の上限  $x$  が与えられたもとで, その一部の資金  $X_\tau(s_\tau)$  を運用して, 運用益  $E[F_\tau(s_\tau|x)]$  を最大にする問題 (2.4)

$$\begin{aligned} \max_{s_\tau} & E[F_\tau(s_\tau|x)] \\ \text{s.t.} & X_\tau(s_\tau) \leq x \\ & LPM_\tau(s_\tau) \leq R \end{aligned} \quad (2.4)$$

と第  $\tau$  期生産活動に必要な資金  $Y_\tau(k_\tau, z_\tau)$  が  $y$  以下という制約のもとで, 第  $\tau$  期の終わりの生産によるキャッシュの期待値を最大にするカンバン枚数と基礎在庫量を求める問題 (2.5)

$$\begin{aligned} \max_{k_\tau, z_\tau} & E[X_\tau(k_\tau, z_\tau|y)] \\ \text{s.t.} & Y_\tau(k_\tau, z_\tau) \leq y \end{aligned} \quad (2.5)$$

のパレート最適解を (例えば GA などを用いて) 別々に求め, 最終的に第  $\tau$  期末の運用益と生産によるキャッシュフローの期待値の和を最大化するような運用資金と生産活動資金の配分を求める問題

$$\begin{aligned} \max_x & E[F_\tau(s_\tau^*|x)] + E[X_\tau(k_\tau^*, z_\tau^*|y)] \\ \text{s.t.} & x + y \leq C(\tau - 1) \end{aligned} \quad (2.6)$$

を解く方法が容易に考えられる (以後, この方法を一般的方法と呼ぶ). ここで, 問題 (2.6) において,  $*$  を付与した購買単位数, カンバン枚数と基礎在庫量の組は, それぞれ条件  $x$  または  $y$  のもとでの問題 (2.4) と問題 (2.5) の近似パレート最適解を表す.

いま, GA を用いて問題 (2.4) と (2.5) のそれぞれについて, 近似パレート最適解を求めることを考える. このとき, たとえば問題 (2.4) において, 運用益の期待値  $E[F_\tau(s_\tau^i|x)]$  をとる遺伝子  $i$  と運用益の期待値  $E[F_\tau(s_\tau^j|x')]$  をとる遺伝子  $j$  のどちらの遺伝子が適応度が高いかを評価するとき, 問題 (2.6) の目的関数最大化の観点から判断しようとする, 運用益の期待値  $E[F_\tau(s_\tau^i|x)]$  と  $E[F_\tau(s_\tau^j|x')]$  の大きさからだけでは評価できない. すなわち, 資金  $x$  を運用資金として用いた場合の生産によるキャッシュの期待値のパレート最適解の値  $E[X_\tau(k_\tau^*, z_\tau^*|C(\tau-1)-x)]$  と資金  $x'$  を運用資金として用いた場合の生産によるキャッシュの期待値のパレート最適解の値  $E[X_\tau(k_\tau^*, z_\tau^*|C(\tau-1)-x')]$  が必要である. しかし, 生産計画問題の最適パレート解を求める GA の過程においても, 同様な理由から遺伝子の適応度を評価するとき, 資金運用問題の運用益の期待値のパレート最適解の値が必要となる. したがって, 問題 (2.2) を上記の方法で独立に解く場合には, 問題 (2.6) の目的関数最大化の観点から遺伝子の適応度を評価することはできず, あらゆる運用資金  $x$  について運用益の期待値が大きくなる遺伝子をバイアスをかけず選択することになり, 精度の良い近似最適解を効率的に求められないと考えられる. そこで, 本研究では, 「お互いに影響を及ぼしながら環境に適したものが生き残る」という共進化の概念を適用し, GA を用いてカンバン枚数と基礎在庫量の組, 及び購買単位数を策定するとき, それぞれ運用益および生産によるキャッシュの近似パレート最適解を参照することによって, 運用益と生産によるキャッシュの和を最大にする可能性がより高い遺伝子を残すアプローチを提案する.

従来, 共進化の考え方をういた研究には以下のようなものがある. 石川ら [7] は, 異種クラス間のエージェントの共進化をもたらす「行動への介入」という組織学習の効果を確認した. 村上ら [9] は, タカハトゲームにおいて, 各エージェントが相互学習を行うことにより全員がハト派戦略を採るようになるメカニズムを明らかにした. また, 朝井ら [1] はロボットの行動 (制御) のみを進化させるのではなく, 各種センサやモータの選択や配置などのロボットの構造も進化させる共進化モデルを構築し, 進化の過程を分析している. しかし, これらの研究は, エージェント間, あるいはシステム間の相互作用を共進化 GA を用いたエージェントベースシミュレーションによって表現したものであり, 共進化 GA を最適化に応用したものではない. 一方, 張ら [3] は協調型共進化 GA による動的施設配置問題の解法を提案した. このモデルでは, 個体が一つの施設配置を, その集団が異時点における施設配置の組を表し, 個体の評価を集団の評価値を用いて行うことによって, 各個体が他の個体と協調して進化する. しかし, この研究はトレードオフの関係にある変数を含む最適化問題に共進化 GA を応用したものではない.

本稿で提案する方法では, GA を用いて購買単位数を策定するとき, 各世代において,  $\{E[F_\tau(s_\tau|x)] + E[X_\tau(k_\tau^*, z_\tau^*|C(\tau-1)-x)]\}$  (ただし,  $x \leq C(\tau-1)$ ) の値を遺伝子  $s_\tau$  の適応度とする. また, GA を用いてカンバン枚数と基礎在庫量を求めるときは,  $\{E[F_\tau(s_\tau^*|x)] + E[X_\tau(k_\tau, z_\tau|C(\tau-1)-x)]\}$  の値を遺伝子  $k_\tau, z_\tau$  の適応度とする. そして, 最終世代で運用益と生産によるキャッシュフローの期待値の和を最大化する問題 (2.7) を解く.

$$\begin{aligned} & \max_x E[F_\tau(s_\tau^*|x)] + E[X_\tau(k_\tau^*, z_\tau^*|C(\tau-1)-x)] \\ & s.t \quad x \leq C(\tau-1) \end{aligned} \tag{2.7}$$

前述の一般的解法では、各問題を独立に進化計算し、最終世代の運用益の期待値のパレート解と生産によるキャッシュフローの期待値のパレート解を組み合わせているのに対し、提案方法では、各問題のパレート解を求めるプロセスで運用益の期待値と生産によるキャッシュの期待値を相互参照しながらカンバン枚数と基礎在庫量の組と購買単元数を進化させるところが異なり、これが共進化たる所以である。したがって、提案方法は各問題の目的関数を運用益と生産によるキャッシュの和にすることができるので、前述の解法に比べ精度の良い近似最適解を求めることができると考えられる。

### 3. 生産計画モデル

本章では、文献 [2] をもとにして、生産活動におけるキャッシュフローを求めるために、図 2 のような  $m$  個の加工工程と  $m$  個の在庫の貯蔵庫からなる生産システムにおいて、カンバンと基礎在庫によって生産を制御するモデルを考える。ただし、本研究では顧客の需要に対応する見込生産システムを扱うので、基礎在庫やカンバンの不足により加工工程がストップしても、直接的には費用が発生しないものとする。しかし、加工工程がストップすることによって完成品の品切れが起こると、バックログ費用が発生する。

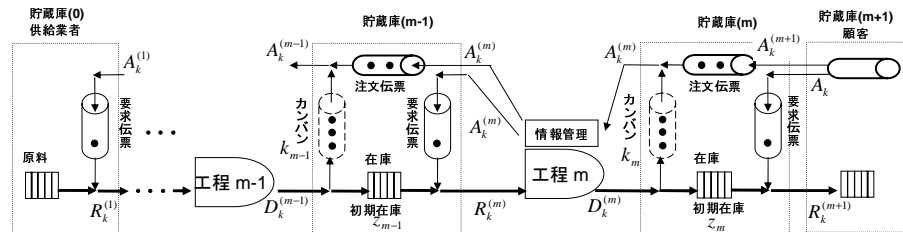


図 2: Transaction Network

まず、工程  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) のカンバン枚数  $k_i$  と基礎在庫量  $z_i$  が設定されたとき、この生産システムは時刻  $t = 0$  で、貯蔵庫  $i$  に  $z_i$  個の基礎在庫と  $k_i$  枚のカンバンがある状態でオーダーの到着を待つ。  $r$  ( $r = 1, 2, \dots$ ) 番目のオーダー (これをオーダー  $r$  と呼ぶ) の到着時刻を  $A_r$ 、オーダー  $r$  によって生じた生産指示が工程  $i$  および貯蔵庫  $i - 1$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) に到着する時刻を  $A_r^{(i)}$  とする。また、オーダー  $r$  の生産指示によって加工された仕掛品が工程  $i$  から退去する時刻を  $D_r^{(i)}$ 、オーダー  $r$  の生産指示によって加工された仕掛品が工程  $i$  に到着する時刻を  $R_r^{(i)}$  とし、オーダー  $r$  に完成品が渡される時刻を  $R_r$  と表す。

オーダーが貯蔵庫  $m$  に到着すると、貯蔵庫  $m$  において注文伝票と要求伝票を発生する。注文伝票は、もし貯蔵庫  $m$  にカンバンがあれば直ぐに、なければカンバンが戻って来るのを待って、カンバンと一緒に工程  $m$  に送られ、これが工程  $m$  への生産指示となる。工程  $m$  で加工が終了すると、完成品とカンバンが貯蔵庫  $m$  に送られる。カンバンは  $k_m$  枚しかないことから、オーダー  $r$  が到着したとき、オーダー  $(r - k_m)$  の生産指示による加工が終了していないとカンバンはすべて工程  $m$  にあり、貯蔵庫  $m$  には存在しないことになる。したがって、オーダー  $r$  による生産指示の工程  $m$  への到着時刻は、以下のように表される。

$$A_r^{(m)} = \max\{D_{r-k_m}^{(m)}, A_r\} \quad (3.1)$$

ただし、式 (3.1) において  $r \leq 0$  のとき、 $D_r^{(i)} = 0$ , ( $i = 1, \dots, m$ ) とする。要求伝票は (もし貯蔵庫  $m$  に完成品在庫がなければ完成品の到着を待って) 完成品とともに顧客に渡され

る．このとき，基礎在庫  $z_m$  が存在することから，オーダー  $r$  に渡される完成品は工程  $m$  で  $(r - z_m)$  番目に加工された仕掛品，すなわちオーダー  $(r - z_m)$  の生産指示によって加工された仕掛品に他ならない．したがって，オーダー  $r$  に完成品が渡される時刻は，以下のように表される．

$$R_r = \max\{D_{r-z_m}^{(m)}, A_r\} \quad (3.2)$$

注文伝票がカンバンと一緒に工程  $m$  に送られると同時刻に，オーダー  $r$  による生産指示が貯蔵庫  $(m - 1)$  にも到着し，貯蔵庫  $(m - 1)$  において注文伝票と要求伝票を発生する．そして，順次生産指示が下流に伝達されると共に，貯蔵庫  $i$  と工程  $i (i = m - 1, \dots, 2)$  においても，上述と同様なダイナミックスでカンバンや仕掛品が移動する．したがって，式 (3.1) と同様に

$$A_r^{(i-1)} = \max\{D_{r-k_{i-1}}^{(i-1)}, A_r^{(i)}\} \quad (i = m, \dots, 2) \quad (3.3)$$

が成り立つ．また，各工程では一つの仕掛品しか入れないため，オーダー  $r$  の生産指示によって加工された仕掛品が工程  $i$  に到着するためには，オーダー  $r$  によって生じた生産指示が工程  $i (i = m - 1, \dots, 2)$  に到着し，オーダー  $(r - z_{i-1})$  の生産指示による加工が工程  $(i - 1)$  で終了しているばかりではなく，オーダー  $(r - 1)$  の生産指示による加工が工程  $i$  で終了していることが必要となる．したがって，オーダー  $r$  の生産指示によって加工された仕掛品の工程  $i$  への到着時刻は，これらの時刻の最大値となる．

$$R_r^{(i)} = \max\{D_{r-z_{i-1}}^{(i-1)}, A_r^{(i)}, D_{r-1}^{(i)}\} \quad (i = m - 1, \dots, 2) \quad (3.4)$$

特に，原料は供給業者への注文と同時に供給業者から納入されるものと仮定すると，オーダー  $r$  の生産指示によって納入された原料の工程 1 への到着時刻  $R_r^{(1)}$  は，このオーダーによる工程 1 への生産指示の到着時刻  $A_r^{(1)}$  と等しいと考えることができる．

$$R_r^{(1)} = A_r^{(1)} \quad (3.5)$$

さらに，各工程では，仕掛品が到着すると直ちに加工が開始され，加工終了後直ちに下流の貯蔵庫へ移動されることから，オーダー  $r$  の生産指示によって加工された仕掛品が工程  $i$  から退去する時刻は，以下ようになる．

$$D_r^{(i)} = R_r^{(i)} + \alpha_r^{(i)} \quad (3.6)$$

ここで， $\alpha_r^{(i)}$  はオーダー  $r$  の生産指示によって工程  $i$  で加工される仕掛品の加工時間である．したがって，オーダーの到着時刻  $A_r$  と加工時間  $\alpha_r^{(i)}$  が与えられると，式 (3.1)~(3.6) は下流から順次計算することができる．

次に，生産活動を時刻 0 に開始したとき，時間の経過に伴うキャッシュフローを考える．まず，時刻  $t$  までのオーダー到着数を  $A(t)$ ，顧客への出荷数を  $R(t)$ ，供給業者からの納入数を  $R^{(1)}(t)$ ，工程  $m$  からの完成品の退去数を  $D^{(m)}(t)$  と表す．すなわち，

$$A(t) = \max_r \{r \mid A_r \leq t\}, \quad (3.7)$$

$$R(t) = \max_r \{r \mid R_r \leq t\}, \quad (3.8)$$

$$R^{(1)}(t) = \max_r \{r \mid R_r^{(1)} \leq t\}, \quad (3.9)$$

$$D^{(m)}(t) = \max_r \{r \mid D_r^{(m)} \leq t\}. \quad (3.10)$$

また，完成品を手渡してからその代金が入金されるまでの時間（売掛金入金までの時間）を  $\sigma$ ，原料を納入してからその代金を支払うまでの時間（買掛金支払までの時間）を  $\pi$  とする．ここで，完成品の単価を  $a$ ，仕掛品 1 個あたりの原料コストを  $c_{RM}$ ，完成品ができるまでの費用（原料コスト含む）を  $c_{FG}$ ，完成品の品切れ 1 個あたりのバックログ費用を  $b$ ，単位時間あたり，在庫 1 個あたりの在庫維持費用を  $v$  とすると，時刻  $t$  までに得られる収入（売掛金）から時刻  $t$  までの支出（買掛金+加工費+バックログ費+在庫維持費）を差し引いた額，すなわち時刻  $t$  における生産システムに存在するキャッシュ  $x(t)$  は以下のように求めることができる．

$$\begin{aligned} x(t) = & aR(t - \sigma) - c_{RM}R^{(1)}(t - \pi) - (c_{FG} - c_{RM})D^{(m)}(t) \\ & - b \sum_{r=1}^{A(t)} I_{(A_r < R_r)} - v \int_0^t \{R^{(1)}(u) + \sum_{i=1}^m z_i - R(u)\} du \end{aligned} \quad (3.11)$$

ただし， $I_{(\cdot)}$  は， $(\cdot)$  が成立するときは 1，それ以外は 0 の値をとる指示関数である．式 (3.11) において，第一項は時刻  $t$  までに入ってくる売掛金を，第二項は時刻  $t$  までに出て行く買掛金を，第三項は時刻  $t$  までに発生する加工費を，第四項は時刻  $t$  までに発生するバックログ費用を，第五項は時刻  $t$  までに発生する在庫維持費用を表す．以上より，工程  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) のカンバン枚数  $k_i$  と基礎在庫量  $z_i$  を設定すると，シミュレーションにおいてオーダーの到着時刻  $A_r$  と加工時間  $\alpha_r^{(i)}$  のサンプルを発生することにより，時刻  $t$  におけるキャッシュ  $x(t)$  を求めることができる．

次に，各期の生産に必要な資金を求める．いま，第  $\tau$  期の生産工程  $i$  のカンバン枚数と基礎在庫量をそれぞれ  $k_{\tau,i}$ ， $z_{\tau,i}$  とし，

$$\begin{aligned} k_\tau &= (k_{\tau,1}, k_{\tau,2}, \dots, k_{\tau,m}) \\ z_\tau &= (z_{\tau,1}, z_{\tau,2}, \dots, z_{\tau,m}) \\ (\tau &= 1, \dots, T; i = 1, \dots, m) \end{aligned} \quad (3.12)$$

とする．このとき，第  $\tau$  期の生産に必要な資金  $Y_\tau(k_\tau, z_\tau)$  は，第  $\tau$  期の生産期間を  $0 \leq t \leq \bar{t}_\tau$  とすると，式 (3.11) で与えられるキャッシュ  $x_{\tau, k_\tau, z_\tau}(t)$  (ただし， $x_{\tau, k_\tau, z_\tau}(0) = 0$ ) が常に正なら 0，負になることがあれば，生産期間中の  $x_{\tau, k_\tau, z_\tau}(t)$  の最小値の絶対値とする．

$$Y_\tau(k_\tau, z_\tau) = \max \left\{ 0, \left| \min_{0 \leq t \leq \bar{t}_\tau} x_{\tau, k_\tau, z_\tau}(t) \right| \right\}. \quad (3.13)$$

すなわち，第  $\tau$  期の生産に必要な資金は，第  $\tau$  期の生産によるキャッシュフローが一時的にでも負になるならば，第  $\tau$  期に資金不足が起こらないよう想定する支払分  $\left| \min_{0 \leq t \leq \bar{t}_\tau} x_{\tau, k_\tau, z_\tau}(t) \right|$  とし，逆に第  $\tau$  期の生産によるキャッシュフローが常に正ならば，支払分の資金を残しておく必要はないので 0 とする．

シミュレーションにおける  $Y_\tau(k_\tau, z_\tau)$  の値は，確率水準  $\alpha = 0.05$  で発生する最大値を用いて求める（たとえば，木島 [8] 参照）．具体的には，第  $\tau$  期の生産におけるカンバン枚数  $k_\tau$  と基礎在庫量  $z_\tau$  を決め， $\theta$  回のシミュレーションから得られた  $\theta$  個の  $Y_\tau(k_\tau, z_\tau)$  の順位統計量を  $\widehat{Y}_\tau(1) \leq \widehat{Y}_\tau(2) \leq \dots \leq \widehat{Y}_\tau(\theta)$  とすると，経験分布が以下のようになり，

$$G_n(x) = \begin{cases} 0, & x < \widehat{Y}_\tau(1) \\ k/\theta, & \widehat{Y}_\tau(k) \leq x < \widehat{Y}_\tau(k+1), \quad (k = 1, \dots, \theta - 1) \\ 1, & \widehat{Y}_\tau(\theta) \leq x \end{cases} \quad (3.14)$$

このとき，第  $\tau$  期の生産に必要な資金  $Y_\tau(k_\tau, z_\tau)$  は，以下ようになる．

$$Y_\tau(k_\tau, z_\tau) = G_n^{-1}(1 - \alpha) = \widehat{Y_\tau(k)} \quad (k/\theta \leq 1 - \alpha < (k + 1)/\theta) \quad (3.15)$$

最後に，第  $\tau$  期末の生産によるキャッシュは

$$X_\tau(k_\tau, z_\tau) = x_{\tau, k_\tau, z_\tau}(t_\tau) \quad (3.16)$$

となる．

#### 4. 資金運用モデル

本章では，複数期間の金融資産の収益率の確率分布を仮定し，ある一定のリスク下において，運用益の期待値が最大となるように，各期で購買する単元数を決定するモデルを考える．各期において，購買単元数の決定は期の初頭に行い，その運用益はその期の末に得られるものとする．ただし，各期の金融資産価格の変動を独立ではなく，異時点間の自己相関や他資産との相関を考慮する．

具体的には，第  $\tau - 1$  期の末までの金融資産価格変動が与えられたもとで，第  $\tau$  期の初めに，第  $\tau$  期の金融資産価格変動を表すサンプルパスを複数発生させ，第  $\tau$  期の運用益の期待値とリスクを求め，準最適な第  $\tau$  期の購買単元数を求める．その後，第  $\tau$  期におけるサンプルパスを 1 つ選択し，第  $\tau$  期までの金融資産価格を確定する．次に，第  $\tau + 1$  期の初めに，第  $\tau$  期までの金融資産価格をもとに，第  $\tau + 1$  期の金融資産価格変動を表すサンプルパスを複数発生させ，第  $\tau + 1$  期の運用益の期待値とリスクを求め，準最適な第  $\tau + 1$  期の購買単元数を求める (図 3)．ここでは，第  $\tau$  期の資金運用においては，第  $\tau$  期の運用資金を下回る金額の期待値を第  $\tau$  期のリスクと考える．

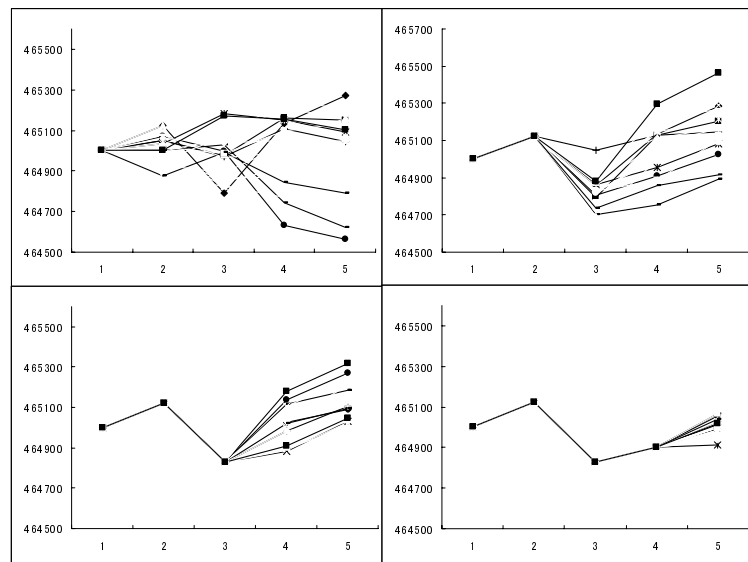


図 3: サンプルパスの発生例

##### 4.1. サンプルパスの発生方法

時点や資産間の相関がある収益率  $\mu_{j,\tau}$  のサンプルパスの発生方法として，以下の方法がある (たとえば，批々木 [6], 湯前 [10] 参照)．資産  $j$  の第  $\tau$  期での収益率  $\mu_{j,\tau}$  は，期待値 (平均)  $\bar{\mu}_{j,\tau}$ ，



標準偏差  $\sigma_{j,\tau}$  の正規分布に従い,  $\varepsilon_{j,\tau}$  を時点や資産間の相関がある標準正規分布に従う確率変数と仮定する.  $\varepsilon_{j,\tau}$  のサンプル  $\varepsilon_{j,\tau}^{(i)}$  ( $i = 1, \dots, I$ ) を発生することができれば, 収益率  $\mu_{j,\tau}$  のサンプル  $\mu_{j,\tau}^{(i)}$  を次式によって生成することができる.

$$\mu_{j,\tau}^{(i)} = \bar{\mu}_{j,\tau} + \sigma_{j,\tau} \varepsilon_{j,\tau}^{(i)} \quad (j = 1, \dots, n; \tau = 1, \dots, T; i = 1, \dots, I) \quad (4.1)$$

ただし,  $n$  は銘柄数,  $T$  は運用計画期間数,  $I$  がサンプルパスの本数である. したがって, 以下の関係式が成立する.

$$\begin{pmatrix} \mu_{1,1}^{(i)} \\ \mu_{2,1}^{(i)} \\ \vdots \\ \mu_{j,\tau}^{(i)} \\ \vdots \\ \mu_{n,T}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mu}_{1,1} \\ \bar{\mu}_{2,1} \\ \vdots \\ \bar{\mu}_{j,\tau} \\ \vdots \\ \bar{\mu}_{n,T} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,1}^{(i)} & & & & 0 \\ & \varepsilon_{2,1}^{(i)} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \varepsilon_{j,\tau}^{(i)} & \\ & & & & \ddots \\ 0 & & & & & \varepsilon_{n,T}^{(i)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{1,1} \\ \sigma_{2,1} \\ \vdots \\ \sigma_{j,\tau} \\ \vdots \\ \sigma_{n,T} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

ただし,  $\varepsilon_{j,\tau}^{(i)}$  は

$$\varepsilon_{j,\tau} \sim N(0, \Sigma) \quad (4.3)$$

なる確率変数の  $i$  番目のサンプルである. ここで,  $\Sigma$  はサンプルパス  $i$  の資産  $j$  の第  $\tau$  期での収益率  $\mu_{j,\tau}^{(i)}$  の資産間, 時点間の相関係数を要素ともつ  $nT \times nT$  行列である.

$$\Sigma = C \cdot C^t = \begin{pmatrix} c_{1,1} & & & & 0 \\ c_{2,1} & c_{2,2} & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \\ c_{nT,1} & c_{nT,2} & \cdots & c_{nT,nT} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & \cdots & c_{nT,1} \\ & c_{2,2} & \cdots & c_{nT,2} \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & c_{nT,nT} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

のように修正コレスキー分解をすると,  $\varepsilon_{j,\tau}^{(i)}$  を以下のように求めることができる.

$$\varepsilon^{(i)} = d^{(i)} \cdot C \quad (4.5)$$

ただし,  $\varepsilon^{(i)} = (\varepsilon_{1,1}^{(i)}, \dots, \varepsilon_{n,T}^{(i)})$  かつ  $d^{(i)} = (d_{1,1}^{(i)}, \dots, d_{n,T}^{(i)})$  とし,  $d^{(i)} = (d_{1,1}^{(i)}, \dots, d_{n,T}^{(i)})$  は  $N(0, 1)$  に従う  $nT$  個の 1 変量標準正規乱数とする.

以下では, この方法を応用して, 各期末に収益率を確定したうえで, 次期の収益率のサンプルを発生する方法を提案する.

#### 4.1.1. 第 1 期のサンプルパス

第 1 期は, 実現値を選択することがないため, 上記の方法でサンプルパスを発生させる. すなわち,  $N(0, 1)$  に従う  $nT$  個の 1 変量正規乱数  $(d_{1,1}^{(i)}, \dots, d_{n,T}^{(i)})$  を発生させ,  $d^{(i)}$  を生成すれば, 第 1 期のサンプルパス  $i$  の収益率  $(\mu_{1,1}^{(i)}, \dots, \mu_{n,T}^{(i)})$  は式 (4.2), (4.5) によって求められる.

#### 4.1.2. 第 2 期のサンプルパス

第 1 期で発生させた 1 変量正規乱数  $(d_{1,1}^{(i)}, \dots, d_{n,1}^{(i)})$  から実現値を一つ選択し, この実現値のもとで第 2 期のサンプルパスを更新する. すなわち,  $d_{j,1}$  を  $N(0, 1)$  に従う選択された 1 変量正規乱数とし,  $N(0, 1)$  に従う  $n \times (T - 1)$  個の 1 変量正規乱数  $(d_{1,2}^{(i)}, \dots, d_{n,T}^{(i)})$  を発生させ,  $d^{(i)} = (d_{1,1}, \dots, d_{n,1}, d_{1,2}^{(i)}, \dots, d_{j,\tau}^{(i)}, \dots, d_{n,T}^{(i)})$  とすると, 第 2 期のサンプルパス  $i$  の収益率  $(\mu_{1,1}, \dots, \mu_{n,1}, \mu_{1,2}^{(i)}, \dots, \mu_{n,T}^{(i)})$  は式 (4.2), (4.5) によって求められる.

### 4.1.3. 第 $\tau$ 期のサンプルパス

第  $\tau - 1$  期で発生させた正規乱数を選択し, 同様に第  $\tau$  期のサンプルパス  $i$  の収益率  $(\mu_{1,1}, \dots, \mu_{j,\tau}, \mu_{1,\tau+1}, \dots, \mu_{n,T}^{(i)})$  を発生させることができる.

### 4.2. 運用益の実現値・運用益の期待値・リスク

第  $\tau$  期の運用益の実現値, 運用益の期待値, およびリスクは, 以下のように記述できる.

#### 4.2.1. 運用益

第  $\tau$  期の終わりのサンプルパス  $i$  の資産  $j$  の価格  $\rho_{j,\tau}^{(i)}$  は, 第  $(\tau - 1)$  期の終わりの資産  $j$  の価格の実現値  $\rho_{j,\tau-1}$  から,  $\rho_{j,\tau-1}$  にサンプルパス  $i$  の資産  $j$  の第  $\tau$  期の収益率  $\mu_{j,\tau}^{(i)}$  をかけた額だけ変化するので, 以下のようになる.

$$\rho_{j,\tau}^{(i)} = \left(1 + \mu_{j,\tau}^{(i)}\right) \rho_{j,\tau-1} \quad (j = 1, \dots, n; \tau = 1, \dots, T; i = 1, \dots, I) \quad (4.6)$$

同様に, 第  $\tau$  期の終わりの資産  $j$  の価格の実現値  $\rho_{j,\tau}$  は, 以下のようになる.

$$\rho_{j,\tau} = \left(1 + \mu_{j,\tau}\right) \rho_{j,\tau-1} \quad (j = 1, \dots, n; \tau = 1, \dots, T) \quad (4.7)$$

次に, 運用意思決定後の運用益を記述する. 第  $\tau$  期初めに購買単元数  $s_\tau = (s_{1,\tau}, \dots, s_{n,\tau})$  を決定したとき, 第  $\tau$  期終わりに得られる運用益の期待値  $E[F_\tau(s_\tau)]$  は, 第  $\tau$  期の資産  $j$  への投資量  $s_{j,\tau}$  と第  $\tau$  期のサンプルパス  $i$  の資産  $j$  の価格  $\rho_{j,\tau}^{(i)}$  を用いて以下のようになる.

$$E[F_\tau(s_\tau)] = \left\{ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^n \mu_{j,\tau}^{(i)} \cdot \rho_{j,\tau-1} \cdot s_{j,\tau} \right\} \quad (4.8)$$

また, 第  $\tau$  期初めに購買単元数  $s_\tau$  を決定したとき, 第  $\tau$  期終わりに得られる運用益の実現値  $F_\tau(s)$  は, 同様に以下のようになる.

$$F_\tau(s_\tau) = \sum_{j=1}^n \mu_{j,\tau} \cdot \rho_{j,\tau-1} \cdot s_{j,\tau} \quad (4.9)$$

#### 4.2.2. 各期のリスク

購買単元数  $s_\tau$  を決定したとき, 各サンプルパスにおける運用益  $F_\tau^{(i)}(s_\tau)$  が元本を下回る額の期待値をリスク  $LPM_\tau$  とする.

$$LPM_\tau = \left\{ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I |F_\tau^{(i)}(s_\tau)|_- \right\} \quad (4.10)$$

$I$ : サンプルパスの本数  
 $|a|_- = \max\{-a, 0\}$

本研究で扱う資金運用問題は, 上記で定義したリスクがある一定値以下のものとして, 運用益の期待値を最大にする購買単元数を求める問題である.

## 5. シミュレーションモデル

本章では, 第 2 章 ~ 第 4 章の議論を踏まえ, 共進化 GA の考え方をを用いた提案方法のシミュレーションについて説明する.

### 5.1. 遺伝子表現

遺伝子表現には、カンバン枚数、基礎在庫量、購買単元株数をそのまま用いる。すなわち、第  $\tau$  期の第  $\varphi$  世代の工程  $i$  のカンバン枚数と基礎在庫量をそれぞれを  $k_{\tau,i}^{(\varphi)}$ 、 $z_{\tau,i}^{(\varphi)}$  とするとき、第  $\tau$  期の生産計画の第  $\varphi$  世代のカンバン遺伝子  $k_{\tau}^{(\varphi)}$  と、基礎在庫遺伝子  $z_{\tau}^{(\varphi)}$  は、以下のようになる。

$$\begin{aligned} k_{\tau}^{(\varphi)} &= (k_{\tau,1}^{(\varphi)}, k_{\tau,2}^{(\varphi)}, \dots, k_{\tau,m}^{(\varphi)}) \\ z_{\tau}^{(\varphi)} &= (z_{\tau,1}^{(\varphi)}, z_{\tau,2}^{(\varphi)}, \dots, z_{\tau,m}^{(\varphi)}) \\ (\varphi &= 1, \dots, N; \tau = 1, \dots, T; i = 1, \dots, m) \end{aligned} \quad (5.1)$$

ここで、 $N$  は GA の総世代数、 $T$  は生産活動、資金運用を行う期間数、 $m$  は生産システムの工程数である。また、第  $\tau$  期の資金運用の第  $\varphi$  世代の遺伝子  $s_{\tau}^{(\varphi)}$  は、第  $\varphi$  世代の  $\tau$  期の資産  $j$  への購買単元数  $s_{\tau,j}^{(\varphi)}$  を用いて、以下のようになる。

$$s_{\tau}^{(\varphi)} = (s_{\tau,1}^{(\varphi)}, s_{\tau,2}^{(\varphi)}, \dots, s_{\tau,n}^{(\varphi)}) \quad (\varphi = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n) \quad (5.2)$$

ここで、 $n$  は資金運用の総資産数である。

### 5.2. 遺伝子の評価 (適応度)

前述のように、本研究では共進化 GA の考え方を採用し、カンバン枚数と基礎在庫量の遺伝子、及び購買単元数の遺伝子を評価するとき、生産によるキャッシュと運用益の和を最大にする可能性がより高い遺伝子を残そうとするアプローチを提案する。いま、運用期間第  $\tau$  期の世代  $\varphi$  において、生産に必要な資金が  $y$  以下となるカンバン枚数と基礎在庫量の遺伝子の中で、第  $\tau$  期末の生産によるキャッシュの期待値が最大となる遺伝子 (近似パレート最適解) を  $(k_{\tau}^{(\varphi)*}, z_{\tau}^{(\varphi)*} | y)$  とし、この遺伝子における第  $\tau$  期末の生産によるキャッシュの期待値を  $E[X_{\tau}(k_{\tau}^{(\varphi)*}, z_{\tau}^{(\varphi)*} | y)]$  とする。また、第  $\tau$  期の資金運用の世代  $\varphi$  において、運用資金が  $x$  以下となる購買単元数の遺伝子の中で、第  $\tau$  期末の運用益の期待値が最大となる遺伝子 (近似パレート解) を  $(s_{\tau}^{(\varphi)*} | x)$  とし、この遺伝子における第  $\tau$  期末の運用益の期待値を  $E[F_{\tau}(s_{\tau}^{(\varphi)*} | x)]$  とする。

第  $\tau$  期において、運用資金と生産に必要な資金の和は、第  $\tau - 1$  期末のキャッシュ以下となることが必要であるので、金融資産  $s_{\tau}^{(\varphi)}$  を購入するのに必要な資金が  $X_{\tau}(s_{\tau}^{(\varphi)})$  であるとき、生産活動に利用できる資金は  $C(\tau - 1) - X_{\tau}(s_{\tau}^{(\varphi)})$  となる。ここで、 $C(\tau - 1)$  は第  $\tau - 1$  期末のキャッシュである。したがって、遺伝子  $s_{\tau}^{(\varphi)}$  の適応度を、 $s_{\tau}^{(\varphi)}$  を運用したときの運用益の期待値  $E[F_{\tau}(s_{\tau}^{(\varphi)})]$  と、生産に必要な資金が  $C(\tau - 1) - X_{\tau}(s_{\tau}^{(\varphi)})$  以下であるという条件のもとでのカンバン枚数と基礎在庫量の近似パレート最適解における生産によるキャッシュの期待値  $E[X_{\tau}(k_{\tau}^{(\varphi)*}, z_{\tau}^{(\varphi)*} | C(\tau - 1) - X_{\tau}(s_{\tau}^{(\varphi)}))]$  の和と定義する。

同様に、生産活動  $(k_{\tau}^{(\varphi)}, z_{\tau}^{(\varphi)})$  を行うのに必要な資金が  $Y_{\tau}(k_{\tau}^{(\varphi)}, z_{\tau}^{(\varphi)})$  であるとき、運用に利用できる資金は  $C(\tau - 1) - Y_{\tau}(k_{\tau}^{(\varphi)}, z_{\tau}^{(\varphi)})$  となる。したがって、遺伝子  $(k_{\tau}^{(\varphi)}, z_{\tau}^{(\varphi)})$  の適応度は、 $(k_{\tau}^{(\varphi)}, z_{\tau}^{(\varphi)})$  で生産活動をしたときの生産によるキャッシュの期待値  $E[X_{\tau}(k_{\tau}^{(\varphi)}, z_{\tau}^{(\varphi)})]$  と、運用に利用できる資金が  $C(\tau - 1) - Y_{\tau}(k_{\tau}^{(\varphi)}, z_{\tau}^{(\varphi)})$  以下であるという条件のもとでの購買単元数の近似パレート最適解における運用益の期待値  $E[F_{\tau}(s_{\tau}^{(\varphi)*} | C(\tau - 1) - Y_{\tau}(k_{\tau}^{(\varphi)}, z_{\tau}^{(\varphi)}))]$  の和と定義する。

一方、生産管理問題と資金運用問題を独立に GA を用いて解く一般的な方法では、目的関数は式 (2.4)(2.5) であるので、GA の世代  $\varphi$  の遺伝子の評価は、世代  $\varphi - 1$  の近似パレート解を基準として行われる。たとえば、GA の第  $\tau$  期の世代  $\varphi$  において遺伝子  $s_{\tau}^{(\varphi)}$  を評価すると

きは、金融資産  $s_\tau^{(\varphi)}$  を購入するのに必要な資金  $X_\tau(s_\tau^{(\varphi)})$  と同額の資金を用いるという条件の下での、世代  $(\varphi - 1)$  の近似パレート解における運用益の期待値  $E[F_\tau(s_\tau^{(\varphi-1)*}|X_\tau(s_\tau^{(\varphi)}))]$  と遺伝子  $s_\tau^{(\varphi)}$  の運用益の期待値  $E[F_\tau(s_\tau^{(\varphi)})]$  の差  $E[F_\tau(s_\tau^{(\varphi)})] - E[F_\tau(s_\tau^{(\varphi-1)*}|X_\tau(s_\tau^{(\varphi)}))]$  の値を遺伝子  $s_\tau^{(\varphi)}$  の適応度として用いる。しかし、この方法では生産によるキャッシュと運用益の期待値の和が大きくなるような購買単元数の遺伝子  $s_\tau^{(\varphi)}$  の適応度が必ずしも大きくなるとは限らない。遺伝子  $(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)})$  を評価するときにも同様な問題が生じる。これが、本研究において共進化 GA の考え方を用いる理由である。

### 5.3. GA オペレータ

#### 5.3.1. 選択

5.2 節で計算される適応度に基づき、次世代の遺伝子の選択を行う。本研究では、全遺伝子数のうち適応度が上位 5% の遺伝子をエリート選択する。エリート選択とは、上位 5% に選択された遺伝子は交叉・突然変異といった GA オペレータを実行せず、次世代に引き継ぐことである。残りの 95% の遺伝子は、トーナメントサイズが 2 のトーナメント方式により選択し、以下の交叉と突然変異を行う。

#### 5.3.2. 交叉

上記の 95% の遺伝子は確率 0.6 で交叉を行う。具体的には、第  $\tau$  期の生産計画の第  $\varphi$  世代のカンバン遺伝子  $k_\tau^{(\varphi)}$  と、基礎在庫遺伝子  $z_\tau^{(\varphi)}$  のそれぞれにおいて 2 点交叉を行う。資金運用計画の遺伝子は、全遺伝子長の第  $\varphi$  世代の遺伝子  $s_\tau^{(\varphi)}$  で 2 点交叉を行う。確率 0.4 で交叉を行わなかった遺伝子の組は、そのまま次世代に引き継ぐ。

#### 5.3.3. 突然変異

突然変異は、全遺伝子座が独立にある確率で変化するものとする。具体的には、5.3.1 の 95% の遺伝子について、第  $\tau$  期の生産計画の第  $\varphi$  世代のカンバン遺伝子  $k_\tau^{(\varphi)}$  と、基礎在庫遺伝子  $z_\tau^{(\varphi)}$  のそれぞれにおいて確率 0.2 で突然変異がおり、平均一つの遺伝子座が変化する。資金運用計画の遺伝子座も全遺伝子長の第  $\tau$  期の第  $\varphi$  世代の遺伝子  $s_\tau^{(\varphi)}$  において確率 0.1 で突然変異が起り、平均一つの遺伝子座が変化する。

### 5.4. 解法のアルゴリズム

本論文で提案する、生産計画及び資金運用計画を同時に策定する最適化問題の解法のアルゴリズムを以下に示す。

#### step0 初期化

第 1 期の生産活動と資金運用を行うのに必要な初期資金  $C(0)$  を保有しているものとし、運用期間を表すパラメータ  $\tau$  を  $\tau = 1$  に、GA の世代を表すパラメータ  $\varphi$  を  $\varphi = 1$  に設定する。

#### step1 資産価格のサンプルパスの発生

$N(0, 1)$  に従う  $n \times (T - \tau + 1)$  個の 1 変量正規乱数  $(d_{1,\tau}^{(k)}, \dots, d_{n,T}^{(k)})$  ( $k = 1, \dots, 100$ ) を発生させ、式 (4.4) のように資産間、時点間の相関係数を修正コレスキー分解し、 $d^{(k)} = (d_{1,1}, \dots, d_{n,\tau-1}, d_{1,\tau}^{(k)}, \dots, d_{j,\tau}^{(k)}, \dots, d_{n,T}^{(k)})$  を生成し、第  $\tau$  期の運用益の期待値率  $(\mu_{1,1}, \dots, \mu_{n,\tau-1}, \mu_{1,\tau}^{(k)}, \dots, \mu_{n,T}^{(k)})$  のサンプルパス  $k$  ( $k = 1, \dots, 100$ ) を式 (4.2), (4.5) によって求める。(4.1 節参照)。

特に、 $\tau = 1$  のときは、 $N(0, 1)$  に従う  $nT$  個の 1 変量正規乱数  $(d_{1,1}^{(k)}, \dots, d_{n,T}^{(k)})$  ( $k = 1, \dots, 100$ ) を発生させ、 $d^{(\varphi)}$  を生成し、第 1 期の運用益の期待値率  $(\mu_{1,1}^{(k)}, \dots, \mu_{n,T}^{(k)})$  のサンプルパス  $k$  ( $k = 1, \dots, 100$ ) を式 (4.2), (4.5) によって求める。

## step2 初期遺伝子の生成

各工程のカンバン枚数と基礎在庫量を決定する生産計画と購買単元数を決定する資金運用計画を同時に考えるため、各工程のカンバン枚数と基礎在庫量の組と購買単元数の第  $\tau$  期の初期遺伝子  $(k_\tau^{(1)}, z_\tau^{(1)})$  と  $s_\tau^{(1)}$  を乱数により複数生成する。

## step3 生産シミュレーション

各工程のカンバン枚数と基礎在庫量の第  $\tau$  期の遺伝子  $(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)})$  それぞれに対して、生産期間  $(0 \leq t \leq \bar{t}_\tau)$  のシミュレーションを  $\theta$  回行い(3章参照)、式(3.15)(3.16)から第  $\tau$  期の生産に必要な資金の期待値  $Y_\tau(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)})$  と第  $\tau$  期の終わりの生産によるキャッシュの期待値  $E[X_\tau(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)})]$  を求める。図4のように、横軸に第  $\tau$  期の生産に必要な資金  $(Y_\tau(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)}))$  を、縦軸に第  $\tau$  期の生産によるキャッシュの期待値  $E[X_\tau(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)})]$  をとり、それぞれの遺伝子をプロットし、パレート解  $E[X_\tau(k_\tau^{(\varphi)*}, z_\tau^{(\varphi)*} | Y_\tau(k_\tau^{(\varphi)*}, z_\tau^{(\varphi)*}))]$  を求める。このパレート解を階段状に線で結び、パレート階段関数を求める。

## step4 資金運用シミュレーション

第  $\tau$  期のサンプルパス  $k$  の運用益の期待値率  $(\mu_{1,1}^{(k)}, \dots, \mu_{n,T}^{(k)})$  を用いて、購買単元数の第  $\tau$  期の遺伝子  $s_\tau^{(\varphi)}$  からそれぞれの遺伝子に対して、第  $\tau$  期の初めに意思決定した金融資産  $s_\tau^{(\varphi)}$  を購入するのに必要な資金  $X_\tau(s_\tau^{(\varphi)})$  および  $s_\tau^{(\varphi)}$  のリスク  $LPM_\tau(s_\tau^{(\varphi)})$  を求める。ただし、リスク  $LPM_\tau(s_\tau^{(\varphi)})$  が許容リスク  $R$  の制約を満たさない場合、制約を満たすまで遺伝子を再生成する。step3と同様に、図5に示すように横軸に第  $\tau$  期の初めに意思決定した金融資産  $s_\tau^{(\varphi)}$  を購入するのに必要な資金  $X_\tau(s_\tau^{(\varphi)})$  を、縦軸に第  $\tau$  期の運用益の期待値  $E[F_\tau(s_\tau^{(\varphi)})]$  をとり、それぞれの遺伝子をプロットし、パレート解  $E[F_\tau(s_\tau^{(\varphi)*} | X_\tau(s_\tau^{(\varphi)*}))]$  を求める。このパレート解を階段状に線で結び、パレート階段関数を求める。

## step5 適応度の計算

購買単元数の遺伝子  $s_\tau^{(\varphi)}$  の適応度として、 $s_\tau^{(\varphi)}$  の運用益の期待値  $E[F_\tau(s_\tau^{(\varphi)})]$  と、生産に必要な資金が  $C(\tau-1) - X_\tau(s_\tau^{(\varphi)})$  であるときの、図4のパレート階段関数の値  $E[X_\tau(k_\tau^{(\varphi)*}, z_\tau^{(\varphi)*} | C(\tau-1) - X_\tau(s_\tau^{(\varphi)}))]$  の和を計算する(図6参照)。同様にして、カンバン枚数と基礎在庫量の遺伝子  $(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)})$  についても適応度  $\{E[X_\tau(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)})] + E[F_\tau(s_\tau^{(\varphi)*} | C(\tau-1) - Y_\tau(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)}))]\}$  を求める。

## step6 次世代遺伝子の生成

適応度に基づき、エリート選択(5.3.1項参照)、交叉(5.3.2項参照)、突然変異(5.3.3項参照)の順にGAオペレータを実行し、次世代の遺伝子  $(k_\tau^{(\varphi+1)}, z_\tau^{(\varphi+1)})$  と  $s_\tau^{(\varphi+1)}$  を生成する。 $\varphi < N$  ならばstep3へ。 $\varphi = N$  ならばstep7へ。

## step7 最適解を選択

最終世代  $N$  におけるパレート解のうち、 $Y_\tau(k_\tau^{(N)*}, z_\tau^{(N)*}) + X_\tau(s_\tau^{(N)*}) \leq C(\tau-1)$  という条件のもとで、 $E[F_\tau(s_\tau^{(N)} | Y_\tau(k_\tau^{(N)*}, z_\tau^{(N)*}))] + E[X_\tau(k_\tau^{(N)*}, z_\tau^{(N)*} | X_\tau(s_\tau^{(N)*}))]$  の値が最大となるカンバン枚数と基礎在庫量と購買単元数の組合せ  $(k_\tau^{(N)*}, z_\tau^{(N)*}, s_\tau^{(N)*})$  を第  $\tau$  期の最適解として選択する。

## step8 期末キャッシュの計算

第  $\tau$  期の運用益の期待値率  $(\mu_{1,1}, \dots, \mu_{n,\tau-1}, \mu_{1,\tau}^{(k)}, \dots, \mu_{n,T}^{(k)})$  のサンプルから実現値を一つ選択し、最適解  $s_\tau^{(N)}$  における運用益の実現値  $F_\tau(s_\tau^{(N)})$  を求める。さらに最適解  $(k_\tau^{(N)}, z_\tau^{(N)})$  における生産によるキャッシュの実現値  $X_\tau(k_\tau^{(N)}, z_\tau^{(N)})$  をシミュレーションによって求め、第  $\tau$  期末のキャッシュ

$$C(\tau) = C(\tau-1) + F_\tau(s_\tau^{(N)}) + X_\tau(k_\tau^{(N)}, z_\tau^{(N)}) \quad (5.3)$$

を求める． $\tau < T$  ならば  $\tau = \tau + 1$  と設定し，step1 へ． $\tau = T$  ならば終了．

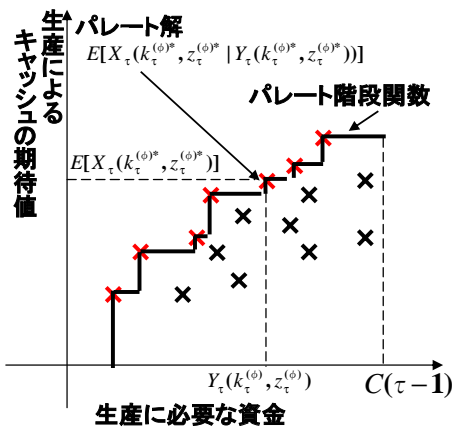


図 4: カンバン枚数と基礎在庫量のパレート解とパレート階段関数

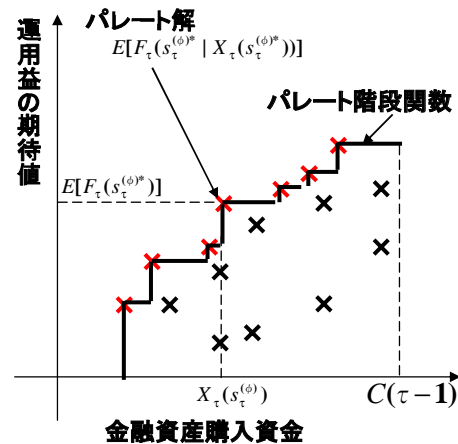


図 5: 購買単元数のパレート解とパレート階段関数

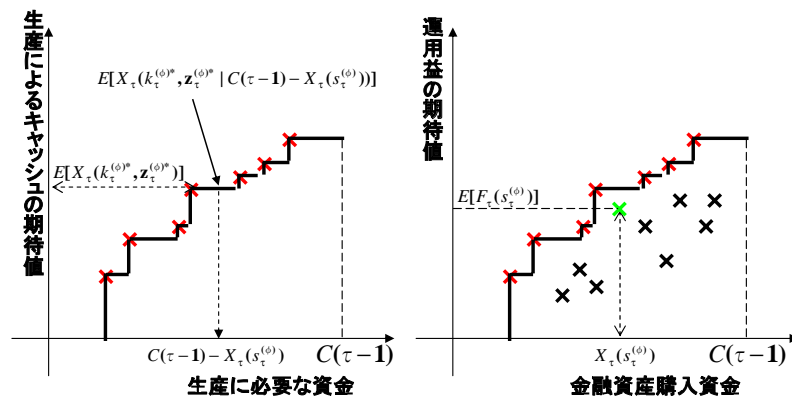


図 6: 購買単元数の遺伝子の適応度計算

これに対し，一般的方法では，step5において，購買単元数の遺伝子  $s_\tau^{(\varphi)}$  の適応度を第  $\varphi - 1$  世代のパレート階段関数を用いて  $E[F_\tau(s_\tau^{(\varphi)})] - E[F_\tau(s_\tau^{(\varphi-1)*} | X_\tau(s_\tau^{(\varphi)}))]$  とし，カンバン枚数と基礎在庫量の遺伝子  $(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)})$  の適応度も同様に  $E[X_\tau(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)})] - E[X_\tau(k_\tau^{(\varphi-1)*}, z_\tau^{(\varphi-1)*} | C(\tau - 1) - Y_\tau(k_\tau^{(\varphi)}, z_\tau^{(\varphi)}))]$  とするところが提案方法と異なる．ただし，一般的方法では，step2 から step6 までは，生産計画と資金運用計画のアルゴリズムが独立になることに注意する．

## 6. 数値実験

本数値実験では 4 期間 ( $T = 4$ ) の最適化問題を考え，各世代の遺伝子数を 50 とし，GA 操作を 15 世代 ( $N = 15$ )，生産計画モデルのシミュレーションを 19 回 ( $\theta = 19$ ) 行うことにより近似最適解を求める．

### 6.1. 実験内容

本数値実験で用いるパラメータは，表 1，表 2 の通りである．ただし，本実験における 1 期間は実際の 1 月 (20 営業日) を想定することから，各期・各資産の収益率の期待値と分散，そ

して各期・各資産間の相関係数は2006年6月20日～2006年11月10日までの東証1部上場10銘柄の100営業日の株価データから求めた。これらの値を表3, 4に示す。

表 1: 数値実験パラメータ (生産計画)

項目	値	
工程数 $m$	5 工程	
運用 1 期間における生産時間 $\bar{t}_\tau$	400 時間	
オーダー到着間隔 $A_k - A_{k-1}$	平均 1 の指数分布	
加工時間 $\alpha$	[0.85, 0.90] の一様分布	
初期資金 $C(0)$	30000 万円	
売掛金入金までの時間 $\sigma$	400 時間	
買掛金支払までの時間 $\pi$	400 時間	
完成品の単価 $a$	3000	
品切れ 1 個あたりのバグログコスト $b$	3000	
項目	case1	case2
単位時間あたり, 在庫 1 個あたりの在庫維持費用 $v$	150	200
仕掛品 1 個あたりの原料コスト $c_{RM}$	1700	1800
完成品ができるまでの費用 (原料コスト含む) $c_{FG}$	1900	2000

表 2: 数値実験パラメータ (資金運用)

項目	値				
運用期間 $T$	4 期間				
総資産数 $n$	10 銘柄				
サンプルパス数 $I$	100 通り				
項目	資産 1	資産 2	資産 3	資産 4	資産 5
株価 (初期値)	465	711	479	1042	967
単位株式数	1000	1000	1000	1000	1000
項目	資産 6	資産 7	資産 8	資産 9	資産 10
株価 (初期値)	348	212	399	704	799
単位株式数	1000	1000	1000	1000	1000

上述のような設定で100回シミュレーション実験を行い, 提案方法による近似最適解と一般的方法 (GA を用いて問題 (2.4) と問題 (2.5) を独立に解く方法) を用いて得た近似最適解の各期末のキャッシュを比較する。

## 6.2. 実験結果

図 7, 8, 表 5, 6 は, 各期の初めに求めた近似最適生産計画 (カンバン枚数と基礎在庫量) と近似最適購買単位数の元での期末のキャッシュの期待値の平均値と 95%信頼区間を示し, 図 9, 10, 表 7, 8 は, サンプルパスを 1 つ選択することによって期末に確定する資金運用益を反映させた期末のキャッシュの実現値の平均値と 95%信頼区間を示す。図 7~10 より,

表 3: 相関関係行列と期待値と分散 (資産 1 ~ 5)

Table with 5 asset columns (資産1-5) and 4 time periods (期 0-4). It contains correlation coefficients, expected values, and variances for each asset.

表 4: 相関関係行列と期待値と分散 (資産 6 ~ 10)

Table with 5 asset columns (資産6-10) and 4 time periods (期 0-4). It contains correlation coefficients, expected values, and variances for each asset.



各期の初めに求めた期末キャッシュの期待値についても、期末キャッシュの実現値についても、すべての期において一般的方法による解よりも提案方法による解のほうが勝っていることがわかる。具体的には、表 9～12 に示すように、各期末のキャッシュは 100 回のシミュレーション中 62～82 回において提案方法が勝っており、case1 においては提案方法の初期資金 30000 万円に対する各期末のキャッシュの増分の平均値が一般的方法の増分の平均値よりも 34～45% 程度多く、case2 においては一般的方法では各期末のキャッシュの平均値が初期資金よりも減少したのにもかかわらず、提案方法では逆に一般的方法の減少分の 50～220% 程度増加している。本シミュレーションでは、各資産の収益率、生産オーダーの到着時刻や加工時間のサンプルが乱数によって決定されるため、どのような資金運用計画と生産計画を用いても、すべてのシミュレーションで期末キャッシュを最大にすることはできない。しかし、図 7～10 に示すように、期末キャッシュは 95% 信頼区間に重なりなく提案方法が勝っていることから、提案方法は一般的方法と比べて、問題 (2.2) のより良い近似最適解を求められると結論できる。提案方法は共進化 GA の考え方をを用い、カンバン枚数と基礎在庫量の組の遺伝子、及び購買単元数の遺伝子を評価するとき、問題 (2.2) の目的関数そのものである「生産によるキャッシュフローと運用益の和」を最大にする可能性がより高い遺伝子を残そうとしているのに対し、生産管理問題と資金運用問題を独立に GA を用いて解く一般的方法では、生産管理問題では「生産によるキャッシュフロー」のみを、資金運用問題では「運用益」のみをそれぞれ最大にするように遺伝子を選択することを考慮すると、提案方法の優位性は当然の結果である。

次に、提案方法と一般的方法のシミュレーション計算時間の比較をおこなった。シミュレーション環境が表 13 のとき、Case1 及び Case2 に対して、5 期間の生産計画及び資金運用計画問題を 1 回解くのにかかる計算時間は表 14 の通りとなった。この結果から、提案方法の計算時間は一般的方法よりも大きくなるが、その差は 1 回のシミュレーションあたり 5～10 秒であり、非常に小さいことが分かる。

表 5: 期末キャッシュの期待値の 95% 信頼区間 (case1)

期番号	提案方法 (万円)	一般的方法 (万円)
1 期	30012 ± 0.9	30009 ± 1.1
2 期	30026 ± 1.6	30018 ± 1.7
3 期	30040 ± 2.0	30028 ± 2.1
4 期	30054 ± 2.0	30040 ± 2.4

表 6: 期末キャッシュの期待値の 95% 信頼区間 (case2)

期番号	提案方法 (万円)	一般的方法 (万円)
1 期	30001 ± 1.0	29998 ± 1.2
2 期	30001 ± 1.7	29997 ± 2.1
3 期	30008 ± 2.1	29996 ± 2.7
4 期	30011 ± 2.3	29995 ± 3.1

表 7: 期末キャッシュの実現値の 95% 信頼区間 (case1)

期番号	提案方法 (万円)	一般的方法 (万円)
1 期	30011 ± 1.2	30008 ± 1.3
2 期	30026 ± 1.6	30018 ± 1.7
3 期	30040 ± 2.0	30028 ± 2.1
4 期	30054 ± 2.1	30040 ± 2.4

表 8: 期末キャッシュの実現値の 95% 信頼区間 (case2)

期番号	提案方法 (万円)	一般的方法 (万円)
1 期	30001 ± 1.2	29998 ± 1.5
2 期	30005 ± 1.7	29997 ± 2.2
3 期	30007 ± 2.1	29996 ± 2.7
4 期	30011 ± 2.4	29995 ± 3.1

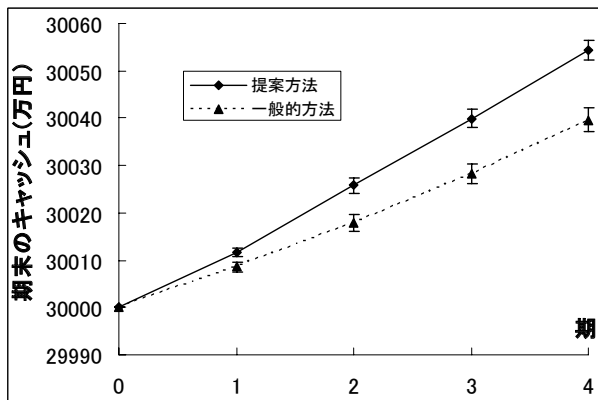


図 7: 期末キャッシュの期待値の推移 (case1)

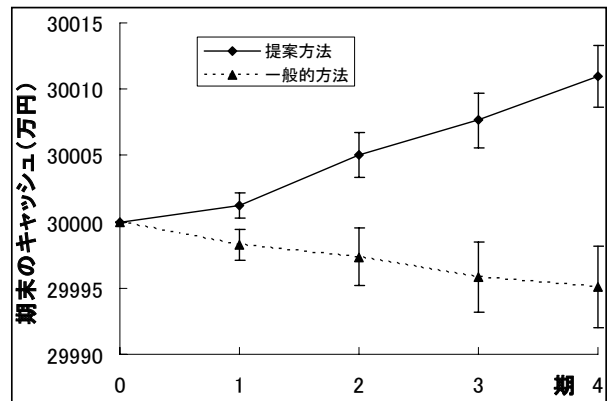


図 8: 期末キャッシュの期待値の推移 (case2)

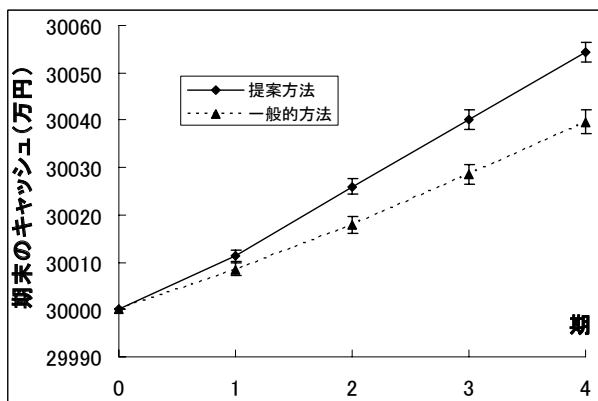


図 9: 期末キャッシュの実現値の推移 (case1)

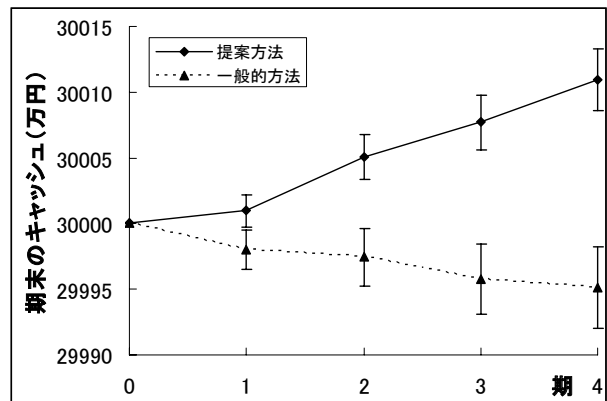


図 10: 期末キャッシュの実現値の推移 (case2)

表 9: 提案方法と一般的方法による期末キャッシュの期待値の比較 (case1)

期番号	提案方法が勝る回数	$\frac{\text{提案方法の増分}}{\text{一般的方法の増分}}$
1期	65回	134.3%
2期	78回	144.3%
3期	81回	141.1%
4期	82回	136.8%

表 10: 提案方法と一般的方法による期末キャッシュの期待値の比較 (case2)

期番号	提案方法が勝る回数	$\frac{\text{提案方法の増分}}{\text{一般的方法の減少分}}$
1期	71回	69.6%
2期	76回	191.2%
3期	76回	182.6%
4期	80回	221.0%

表 11: 提案方法と一般的方法による期末キャッシュの実現値の比較 (case1)

期番号	提案方法が勝る回数	提案方法の増分 一般的方法の増分
1期	62回	134.4%
2期	79回	145.2%
3期	81回	141.0%
4期	82回	136.8%

表 12: 提案方法と一般的方法による期末キャッシュの実現値の比較 (case2)

期番号	提案方法が勝る回数	提案方法の増分 一般的方法の減少分
1期	68回	48.7%
2期	75回	196.5%
3期	76回	180.6%
4期	81回	223.6%

表 13: シミュレーション環境

項目	内容
プログラム	C言語
コンパイラ	Visual C++
OS	Windows XP Home Edition
CPU	Pentium(R)4 3.00GHz
メモリ	1GB

表 14: 提案方法と一般的方法による計算時間の比較

	提案方法	一般的方法
Case1	481.9	477.1
Case2	500.1	495.2

## 7. 結論

本研究では、各工程のカンバン枚数と基礎在庫量を決定する生産計画と、この生産計画に必要なキャッシュを除いた余剰の資金を運用する運用計画を同時に策定し、運用で得られた利益を組み込んだ次期の資金をもとに、次期の生産計画と資金運用計画を策定する多期間計画問題をモデル化し、共進化GAの概念を用いて運用益と生産によるキャッシュの和を最大にする可能性がより高い遺伝子を残そうとする近似解法を提案した。数値実験において提案方法と一般的方法を比較することによって、提案方法が近似精度において有意に勝っていること、計算時間は提案方法の方がやや多く必要であるが、その差は非常に小さいことが判明した。

本研究で提案したモデル化および近似解法を、多品目を生産するシステムに拡張することも可能である。しかしこの場合、問題(2.2)の決定変数は金融資産の購買単位数と、生産品目ごとの基礎在庫量とカンバン枚数になるので、生産品目の増加にしたがって解の探索に時間がかかり、精度の良い近似解を得ることが難しくなる可能性がある。

本研究で提案したモデルのように、生産で得られたキャッシュと金融資産運用で得られたキャッシュをフレキシブルに再配分することは、財務活動を行う意思決定機関が生産部門と切り離されている大企業では、現実的ではないかも知れない。しかし、今後生産部門と財務部門が連携を深め、資金活用の柔軟性を高めることにより、本モデルの考え方をを用いることが可能となり、利益を増加することができると思われる。

## 参考文献

- [1] 朝井勇次, 有田隆也: ブロック型ロボットを用いた構造と行動の共進化の試み. 情報処理学会論文誌 - 数理モデル化と応用, 43 (2002), 110-118.
- [2] J.A. Buzacott, R.Q. Zhang: Managing and modeling financial flows and material flows.

- In J.G. Shanthikumar, D.D. Yao and W.H.M. Zijm (eds.): *Stochastic Modeling and Optimization of Manufacturing Systems and Supply Chains* (Springer Verlag, 2003), 375–404.
- [3] 張明, 大倉和博, 上田宗次: 協調型共進化 GA による動的施設配置問題の一解法. システム制御情報学会論文誌, **15-4** (2002), 167–174.
- [4] Y. Dallery, and G. Liberopoulos: Extended kanban control systems: combining kanban and base stock. *IIE Transactions*, **32** (2000), 369–386.
- [5] C. Duri, Y. Frein and M. Di Mascolo: Comparison among three pull control policies: kanban, base stock, and generalized kanban. *Annals of Operations Research*, **93** (2000), 41–69.
- [6] 批々木規雄: 金融工学と最適化 (朝倉書店, 2001).
- [7] 石川泰志, 寺野隆雄: 分類子システムによるエージェントの共進化とマーケティングシミュレーション. 知能と複雑系, **119-10** (2000), 65–72.
- [8] 木島正明編著: 金融リスクの計量化 (上) バリュアットリスク (金融財政事情研究会, 2005).
- [9] 村上幸一, 佐藤浩, 生天目章: 模倣学習と共進化に関する研究. 知能と複雑系, **127-24** (2002), 183–190.
- [10] 湯前祥二, 鈴木輝好: モンテカルロ法の金融工学への応用 (朝倉書店, 2004).

山下英明

首都大学東京大学院社会科学部

〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1

E-mail: hideak@tmu.ac.jp

## ABSTRACT

**A COEVOLUTIONARY GENETIC ALGORITHM APPROACH FOR THE  
MULTIPERIOD MANUFACTURING PLANNING PROBLEMS WITH  
FINANCIAL INVESTMENT**

Akihiro Shinohara Hideaki Yamashita  
*Tokyo Metropolitan University*

We consider the multiperiod manufacturing planning problems with financial investment; that is, we consider two single-period plannings concurrently; One is the manufacturing planning to determine the number of kanbans and base stocks at each stage of the manufacturing system, and the other is the financial investment planning to determine portfolio under the investable surplus excluding a production fund from cash on hand. The manufacturing activities and the financial investment yield profits which are incorporated in cash on hand in the next period. Generally, it is hard to optimize these two plannings concurrently in finite time because of millions of combination of feasible solutions. On the other hand, optimizing the manufacturing planning and financial investment planning independently leads to inaccurate solutions because of the trade-off between these two plannings. In this paper, we propose a new approach to obtain an approximate optimal combination with satisfactory accuracy using a coevolutionary genetic algorithm.