

人間社会的流行における数理モデルの提案 -イノベータ理論と時間遅れの方程式を用いて-

大田 靖 水谷 直樹
岡山理科大学 岡山理科大学

(受理 April 8, 2019; Revised December 23, 2020)

和文概要 本研究では、ファッションや映画、食品などの人間社会的流行に対して、先行研究で提案された数理モデルを基に、疫学的流行を記述する数理モデルの基礎となった SIR モデル、及びマーケティングにおけるイノベータ理論を考慮し、新しい形の流行モデルを提案した。また、一過性で終わるような流行（以下、一過性タイプの流行）、及び再び盛り上がりを見せるような流行（以下、再起タイプの流行）の実データを用いて、ベイズ推定のアプローチによる提案モデルのパラメータ推定を行い、さらに、実データへのフィッティングを行った。本研究で提案されたモデルによって、再起や微細な振動を表現することが可能となり、先行研究で提案された数理モデルに比べて実データへのフィッティングにおいて、その精度を大幅に高めることができた。特に、再起タイプの流行である KitKat や本麒麟の SNS への投稿データにおいては、多少のずれはみられるものの、明らかに先行研究のモデルでは表現できていなかった再起や微細な振動が再現された。これらの結果から、提案モデルは人間社会的流行の変遷を説明するための便利なツールであることが結論づけられた。

キーワード: マーケティング, アルゴリズム, 最適化, 非線形計画

1. はじめに

流行は多くの分野で発生し、我々の日常生活に密接に関係している。流行の例としては、ファッションや映画、食品などの人間社会的な流行（以下、人間社会的流行）から、インフルエンザをはじめとした感染症の流行（以下、疫学的流行）まで、様々な形の流行があげられる。では、これらの流行はどのように発生し、どのように伝わっていくのだろうか。

これまでに、インフルエンザなどの疫学的流行に関する数理モデルを用いた研究は、19世紀後半からの差分方程式、1920年代からの Kermack と McKendrick による微分方程式を用いた数理モデル化によって研究基盤が築かれ、1980年代に先進諸国で脅威となったエイズに代表される新興感染症の蔓延とともに多くの研究者に注目され、現在でも発展し続けている ([2],[4],[10])。一方で、人間社会的流行については、社会学や心理学等の観点からの研究成果が多く、数理的な視点からの研究はあまり行われていない ([1], [9],[13],[17],[19])。しかしながら、近年、企業では顧客の嗜好を重視したヒット商品の開発や Twitter, Facebook などのソーシャル・ネットワークキング・サービス (SNS) を活用したトレンド流行分析が、マーケティング分野において重要視されるようになってきている。

本研究においては、人間社会的流行に着目し、疫学的流行における伝搬物質であるウイルスを人々の間に伝染していく興味の情報と考えて、人間社会的流行の数理モデルによる定式化とその評価を行い、特に、繰り返し起こる流行を解明することを目的とする。これまでに、人間社会的流行に着目した研究成果として、中桐ら [18] がある。中桐らは、人間社会系の流行の問題を連立線形微分方程式を用いて数理モデル化し、実データへのフィッティング

を行った．その中で提案された数理モデルは，数学的には単純であるが非常に汎用性が高いものとなっている．また，植田ら [24] は，中桐らのモデルを拡張し，特に Twitter 利用者の関心移行モデルの構築，及びそのモデルの検証について実データを用いた分析を行った．

本研究では中桐らのモデルを基に，ウイルス感染などの生物学的流行における先駆的研究である SIR モデル [10] と，社会学者の Rogers [21] が提唱したイノベータ理論を考慮し，中桐らの流行の数理モデルを拡張し，新しい流行モデルを提案することを目的とする．さらに，一過性タイプ，及び再起タイプの流行データを用いて，パラメータの評価及びモデルの当てはまり等について検討することを目的とする．

本論文の構成は以下の通りである．2章では，先行研究として中桐ら，及び植田らの流行の数理モデルを紹介し，その解と課題について述べる．3章では，はじめに提案モデルの導出の核となった感染症の伝播を記述する SIR モデル，及びロジャースのイノベータ理論について説明し，その後提案モデルを導出する．4章では，提案モデルの解について触れ，特にパラメータの弾力性について，一過性タイプの流行，及び再起タイプの流行を例に検証する．5章では，提案モデルのパラメータの推定方法としてベイズ推定の手法について説明し，さらに当てはまりの基準となる決定係数について述べる．6章では，一過性タイプ，及び再起タイプの流行データを用いて，パラメータの評価及びモデルの当てはまり等について検討し，最後にまとめを行う．

2. 先行研究

2.1. 「社会的なブームの微分方程式モデル」 中桐裕子，栗田治（2004） [18]

中桐らは，ある製品やファッションスタイルなどが一瞬にして流行した後，短期間で衰退していくような社会的なブームに着目し，その現象を連立線形微分方程式を用いてモデル化している．さらに，様々なブームデータを取りあげ，ブーム特性の地域差やブームによる定着顧客数の増加について検証している．中桐らは，あるブームに参入する顧客の状態を「ブーム前」，「ブーム中」，「ブーム後」，「ブーム定着」の4つ属性に分割したうえで，社会的なブームに関して，実データへの当てはまりの観点から一定の評価が得られた数理モデルを導出している．さらにそのモデルを用いて，パラメータの評価，ブームのピーク時刻や終息後の状態，地域のブーム消費者特性などを検証している．

2.1.1. モデルの定式化

図1は，ある特定製品の消費ブームについて，消費者間にブームを引き起こす構造・メカニズムが存在すると推察し得られたブームモデルのイメージである．

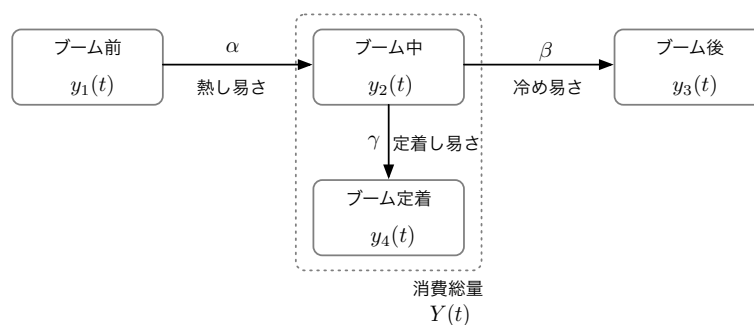


図 1: 流行モデルのイメージ

今、ある時刻 T にブームが始まり、その後、起こり得る顧客の状態変化を次の3つの場合であると想定する。

- 状態変化1：ブーム前からブーム中への変化
- 状態変化2：ブーム中からブーム後への変化
- 状態変化3：ブーム中からブーム定着への変化

図1には、これらの状態変化が実線の矢印で示されている。この図1を考慮すると、以下の連立線形微分方程式によるブームモデルが得られる。

$$\begin{cases} \frac{dy_1(t)}{dt} = -\alpha y_1(t) \\ \frac{dy_2(t)}{dt} = \alpha y_1(t) - (\beta + \gamma)y_2(t) \\ \frac{dy_3(t)}{dt} = \beta y_2(t) \\ \frac{dy_4(t)}{dt} = \gamma y_2(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

ここで、 α 、 β 、 γ は、それぞれ以下を表現するパラメータであり、 $\alpha > 0, \beta > 0, \beta + \gamma > 0$ を仮定している。

α ：単位時間内にブームに乗り製品の消費を開始する未消費者の割合

β ：単位時間内に製品に飽きて消費を止めるブーム中消費者の割合

γ ：単位時間内に製品を消費し続け、ブーム定着層に移行するブーム消費者の割合

中桐らのモデルの仕組みは以下の通りである。まず、ブーム前の状態に属する顧客のうち、単位時間に割合 α の顧客がブーム状態に移行し、製品の消費を開始する。次に、製品消費中の中から割合 β の顧客が製品に飽きて、ブーム後の状態に移行し製品の消費を中止したり、一方で割合 γ の顧客製品を気に入り、ブーム定着の状態に移行し製品の消費を継続したりするのである。

2.2. 「Twitter 利用者の関心移行モデルの構築と検証」 植田雄介, 朝日弓未 (2014) [24]

植田らは、中桐らの提案モデルを既存モデルとして用いて、そのモデルが、Twitter などの一人ひとりの利用者の交流によって形成される情報媒体において機能するかを検証している。さらに Twitter 利用者の関心に適応させた、Twitter 利用者の関心移行モデルを構築し、そのモデルを用いてブーム事例を検証し、Twitter を用いたマーケティング手法を提案している。

2.2.1. 関心移行モデルの定式化

植田らは、中桐らのモデルを基にし、Twitter に適応させた利用者の関心の推移を読み取るモデルを提案している。

植田らは、モデルの構築において、以下の3つの仮定を置いている。

1. ツイートの件数を顕在化した利用者の関心の大きさとする
2. ツイートの投稿は既存モデルにおける消費活動に比べ容易かつ突発的である
3. 2より、ブーム発生前のツイート件数の推移は考慮しない

このとき、以下のモデルが構築される。

ただし、植田らは利用者の状態を「関心なし」、「関心あり (1)」、「関心あり (2)」、「沈静」の4つ属性に分割している。

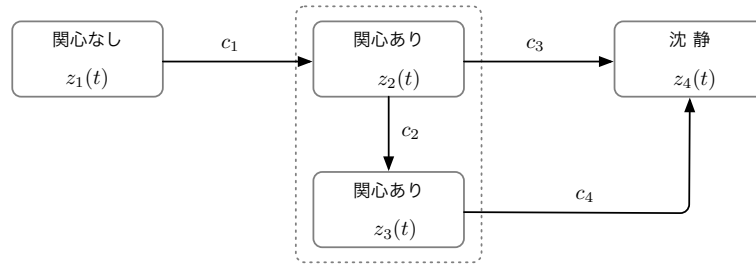


図 2: 関心移行モデルのイメージ

このとき、図 2 を考慮すると、以下の連立線形微分方程式による関心移行モデルが得られる。

$$\begin{cases} \frac{dz_1(t)}{dt} = -c_1 z_1(t) \\ \frac{dz_2(t)}{dt} = c_1 z_1(t) - (c_2 + c_3) z_2(t) \\ \frac{dz_3(t)}{dt} = c_2 z_2(t) - c_4 z_3(t) \\ \frac{dz_4(t)}{dt} = c_3 z_2(t) + c_4 z_3(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

ここで、 $c_1 \sim c_4$ は、それぞれ以下を表現するパラメータである。

- c_1 : 関心を持ち始める利用者の割合
- c_2 : 関心が顕在化する利用者の割合
- c_3 : 関心が顕在化する前に落ち着いてしまう利用者の割合
- c_4 : 関心が顕在化したのち次第に冷めていく利用者の割合

2.3. 既存のモデルと課題

以下の図 3、図 4 は、(2.1)、及び (2.2) の解析解 ($y_2(t) + y_4(t)$) のグラフである。

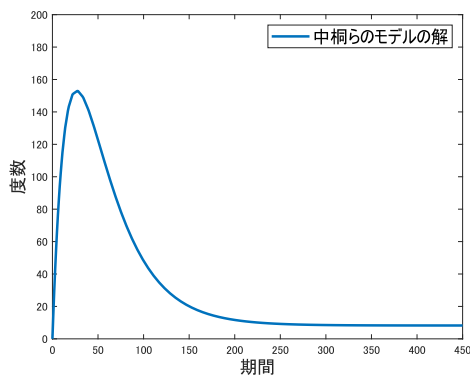


図 3: 中桐らのモデルの解

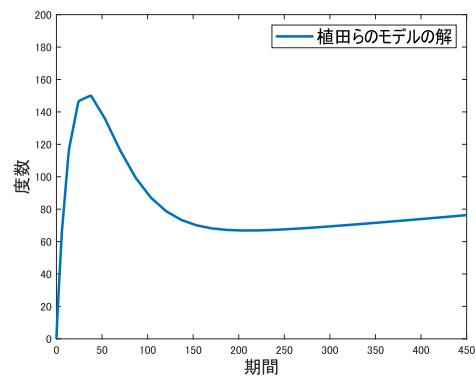


図 4: 植田らのモデルの解

これらの図からもわかるように、解析解は滑らかな指数関数であり、特に、話題が短時間で爆発的に盛り上がり、すぐに沈静化するような一過性タイプの流行への当てはまりは良いものになると考えられるが、一方で、流行が再び起こったり繰り返起こったりする場合や微細な振動を含んだ場合のような再起タイプの流行への当てはまりはあまり期待できない。これらの点は、中桐らも指摘しており、提案モデルの拡張の必要性について言及して

いる。植田らの関心移行モデルは、中桐らのモデルを拡張したものであり、減少していくツイート件数が再び盛り上がる現象を高い精度で再現している。しかしながら、得られる解析解は単調な指数関数で与えられるため、再起タイプの流行における2度目のピークや微細な振動を含むような再起タイプの流行データへの当てはまりはあまり期待できない。これらの点は中桐らも指摘しており、流行前の顧客 $y_1(t)$ と流行中の顧客 $y_2(t)$ との接触の必要性について言及しているが、導出される数理モデルが連立非線形微分方程式になるため、解析解が得られずパラメータ推定が困難になることを問題点としてあげている。

本研究ではこれらの問題を考慮し、特に再起タイプや微細な変動を含んだタイプの流行データへの当てはまりを意識した新しい流行の数理モデルを提案する。さらに、困難とされる連立非線形微分方程式を用いた数理モデルのパラメータ推定をベイズ推定の手法を用いて解決し、様々なタイプの流行の実データへのフィッティングを行う。

3. 提案モデル

はじめに、新しいモデルの導出において核となる3つの観点について述べる。

1つ目の観点は、**接触**である。インフルエンザなどの感染症の流行は、被感染者が感染者と接触することによって、ウイルスが被感染者の体内に侵入し感染者となることで起こると考えられている。提案モデルにおいては、興味の情報をいわゆる“ウイルス”であると定義し、流行前の人々が流行中の人々と接触することによって、興味の情報が流行前の人々に伝えられ、流行中（流行を取り入れる）の人々となると考え、中桐では扱われていない接触の観点を取り入れている。

2つ目の観点は、**時間遅れ**である。Rogersが提唱したイノベータ理論とは、商品購入者とその購入が早い順に5つの層（イノベータ、アーリーアダプター、アーリーマジョリティ、レイトマジョリティ、レガート）に分類するものである。この理論を基に提案モデルでは、流行中の人々には、その流行を取り入れた際の時間遅れが存在していると考え、時間遅れの効果を取り込んだモデルを導出している。

Hutchinson[7]は、以下の時間遅れ τ をもつロジスティック方程式

$$\frac{dx(t)}{dt} = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t-\tau)}{K} \right) \quad (\alpha, K \text{ は正の定数}) \quad (3.1)$$

を提案し、時間遅れの大きさによって解は単調に変動するのではなく、振動などの複雑な挙動がみられることを示している。また、生物学者のMay[12]は、(3.1)が草食動物の個体数 $x(t)$ の時間変化を表現する数理モデルであると考え、時間遅れの生物学的意味を「餌となる植物が再生するまでの時間」としている。さらにMayは、Nicholson[20]によって行われたヒツジキンバエの実験結果へのフィッティングの問題にも取り組み、一定の評価を得ている。

本研究では、これらの結果を前提とし、時間遅れの人間社会的流行における意味を「接触や再起に関係する流行採択者が、流行を取り入れ行動を起こすまでの時間」と考え、数理モデルの導出に時間遅れ概念^{*1}を取り込んでいる。これは生物学的流行におけるウイルス感染の潜伏期間と考えると理解しやすい。例えば、Cooke[3]によって構築された、蚊のような媒介生物を介して広がる感染症に対する時間遅れの数理モデルにおいて考えられた「未感染の蚊が感染個体へと変化するための時間（いわゆる潜伏期間）」と同様に考えることができ

^{*1}つまり、ある流行に関して、接触によって流行採択者が流行未採択者に影響を与えるためには、その流行に対してある程度の知識が必要であり、その知識を取得するための一定時間を経てはじめて、未採択者に影響を与えることができると考えているのである。

る。他にも潜伏期間として時間遅れを数理モデル、特に微分方程式に取り組む試みは、生物学、感染症、工学など様々な分野で行われている ([15],[23],[25])。提案モデルでは、Cookeと同様に、流行前の人々が興味の情報に感染すると、一定期間を経て流行中状態となり、その後、興味的情報を流行前の人々に感染させることができる流行定着状態になると考えている。

最後の観点は、インフルエンサー、及びサクラ^{*2}の存在である。近年の企業のマーケティングの現状をみると、インフルエンサーやサクラをその戦略として積極的に取り込んでいる。提案モデルでは、これらをオピニオンリーダーによる再起、及び強制的な人数変化などによって表現している。

以上のように提案モデルは、中桐らの流行モデルの自然な拡張を基に、3つの観点から導出されており、様々なタイプの流行データを捉えることが期待されるモデルである。以下では、提案モデルの導出の前に、上記の2つの観点である「接触と時間遅れ」に関して、SIRモデルとロジャースのイノベータ理論について簡単に触れておく。

3.1. SIR モデルとモデルの意味

感染症などのウイルス感染による流行の数理疫学的な研究で基本となるモデルが、KermackとMcKendrickにより提案されたSIRモデル [10] である。KermackとMcKendrickは、人間集団を未感染者(S)、感染者(I)、免疫者(R)の3つの個体群に分類し、ウイルス等によって人間集団に感染症が伝播する数理モデルを導出した。このモデルは、非線形積分方程式によってモデル化されたが、最終的には以下の式(3.2)のような、連立非線形微分方程式の形で幅広く利用されている。

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = -\alpha S(t)I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = \alpha S(t)I(t) - \beta I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = \beta I(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

ここで、 $\alpha S(t)I(t)$ は、時刻 t における感染者の増加速度を表現しており、未感染者と感染者の接触の数に比例すると仮定されている。つまり、未感染者と感染者の接触によって、未感染者がウイルスに感染し、感染者となっていく状況を数式によって表現されているのである。このモデルに対しては、平衡点やその周りでの解の振る舞いなどは簡単に検証することが可能である。

3.2. イノベータ理論

イノベータ理論とは、1962年にアメリカのスタンフォード大学の社会学者Rogersによって提唱された新製品や新サービス等の市場浸透に関する理論である。Rogersは、新しい商品を取り入れるか否かは人の性格によるとし、取り入れる早さによって購入者を以下の図6の5つに分類した。

^{*2}ここでのサクラとは、何らかの理由で強制的にその商品を購入した顧客のことである。近年、サクラはステルスマーケティング(ステマ)などとよばれ、社会問題となっているが、ここではこれら以外にも、例えば、キャンペーンなどで、その商品を無料で取得した顧客もポジティブなサクラとしてそれに含まれると考えている。

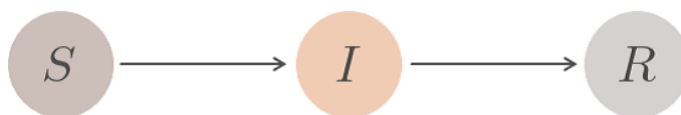


図 5: 生物学的流行のイメージ

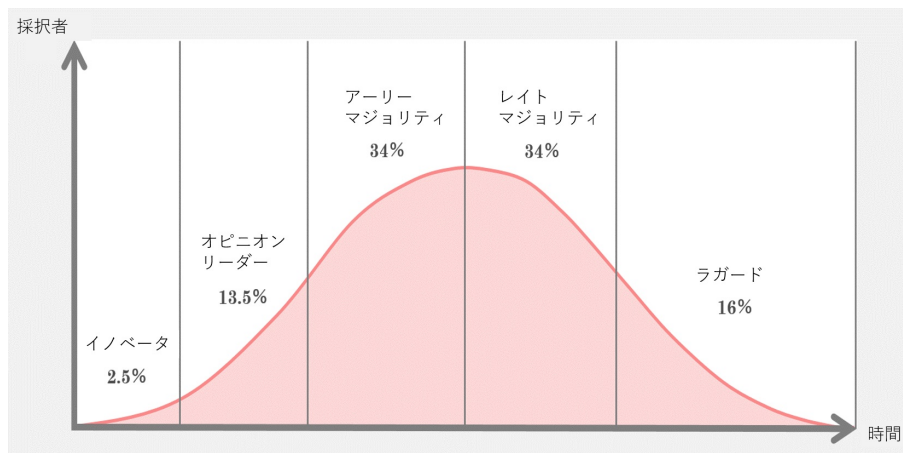


図 6: イノベータ理論

イノベータ

イノベータとは、新しいアイデアや行動様式を最初に採用する人々である。彼らは社会の大部分のメンバーが採用していない段階で採用に踏み切るため、革新者ではあるが社会の価値からの逸脱者であり冒険者である。

オピニオンリーダー

オピニオンリーダーとは、イノベータの次に採用に踏み切る人々である。イノベータに比べ、社会の価値への統合度が高く、アイデアや行動様式が価値適合的であるか否かを判断したうえで採用する。また、社会の平均的メンバーとイノベータほどにはかけ離れていないため、彼らは最高度のオピニオン・リーダーシップを発揮する。

アーリーマジョリティー

アーリーマジョリティーとは、オピニオンリーダーの次に採用に踏み切る人々である。彼らは社会全体の平均的メンバーが採用する直前に新しいアイデアの採用を開始し、完全に採用するに至るまで慎重に行動する人々である。彼らは社会での新しいアイデアや行動様式の採用を正当化する役割を担う。

レイトマジョリティー

レイトマジョリティーとは、社会の平均的メンバーが採用した直後に採用する人々である。彼らは新しいアイデアの有用性に関して確信をいだいてから採用までに時間を要する。採用へと踏み切るにはさらに仲間の圧力によって採用を動機づけられることが必要であり、大勢順応型という性質をもつ。

ラガード

ラガードとは、流行を最後に採用する人々である。彼らは伝統志向的で流行を採用し難く、大部分は孤立者に近い存在である。俗に「流行遅れ」とよばれる人々はレイトマジョリティー、ラガードに属する人々である。

イノベータ理論から、流行採択者は全員が同時期に流行を採択するわけではなく、そこにはいわゆる時間遅れが存在することが示唆される。

3.3. 提案モデルの導出

以上の背景の基に、人間社会的流行における新しい数理モデルを提案する。

ある製品や言葉などの流行に関して、流行関係者間で流行を引き起こす構造・メカニズムについて、以下の図7のように図式化する。

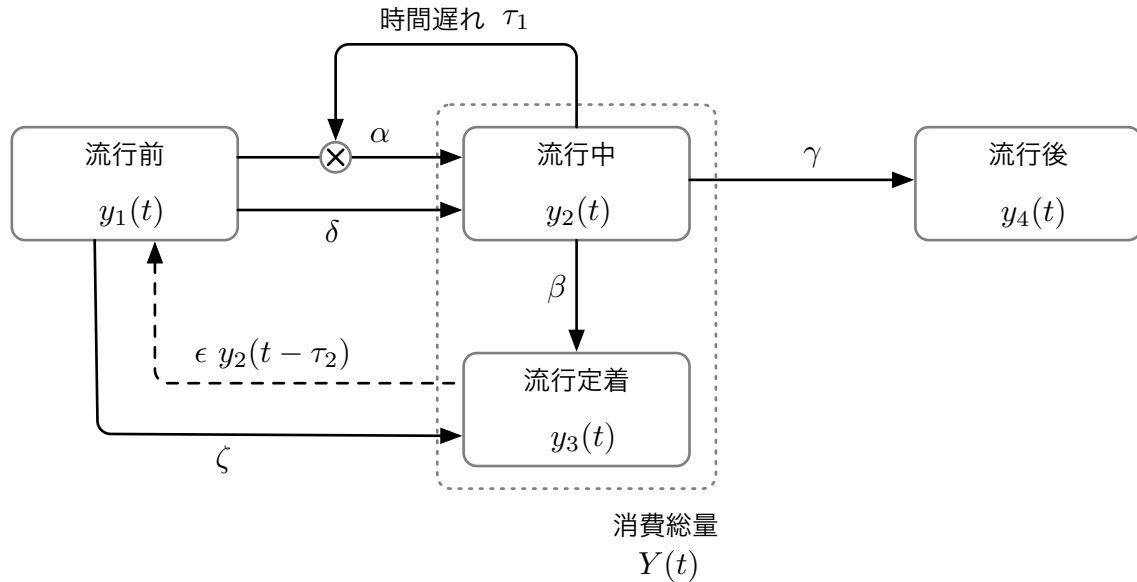


図7: 提案の流行モデルのイメージ

また、各時間における流行関係者の状態を以下のいずれかとする。

- 状態1【流行前】：流行を取り入れる可能性がある状態
- 状態2【流行中】：流行に乗っている状態
- 状態3【流行定着】：流行を定着させた状態
- 状態4【流行未定着】：流行を取り止めた状態

さらに、ある時刻 t において、それぞれの状態に属する流行関係者の人数を状態1から状態4の順に、 $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$, $y_4(t)$ とする。このとき、顧客の各状態変化を以下により定式化する。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy_1(t)}{dt} = -\alpha y_1(t)y_2(t - \tau_1) - \delta y_1(t) + \epsilon y_2(t - \tau_2) - \zeta \\ \frac{dy_2(t)}{dt} = \alpha y_1(t)y_2(t - \tau_1) - (\beta + \gamma)y_2(t) + \delta y_1(t) \\ \frac{dy_3(t)}{dt} = \beta y_2(t) - \epsilon y_2(t - \tau_2) + \zeta \\ \frac{dy_4(t)}{dt} = \gamma y_2(t) \end{array} \right. \quad (3.3)$$

ここで(3.3)式の α , β , γ , δ , ε , ζ , τ_1 , τ_2 は、以下の通りとする。それぞれ流行前の人々の単位時間あたりのある流行への感染率、流行中の人々の流行の定着率、流行をやめる率、流行前の人々の流行の採択率、流行定着の人々が時間経過によって流行前の状態に復帰する率、流行定着の人々が(強制的に)生産される割合を表す。

- α : 流行前の人々が接触によって流行中の状態に移行する率
- β : 流行中の人々が流行定着の状態に移行する率
- γ : 流行中の人々が流行未定着の状態に移行する率
- δ : 流行前の人々が接触することなく流行中の状態に移行する率
- ε : 流行定着の人々が流行前の状態に復帰する率
- ζ : 流行定着の人々が流行前の状態から(強制的に)生産される人数

ただし、いずれの率、人数も単位時間あたりとし、 $\alpha > 0, \beta + \gamma > 0, \delta > 0$ を満たすものとする。また、 τ_1, τ_2 は時間遅れを表すパラメータであり、 $\tau_1 < \tau_2$ とする。特に、 $\alpha y_2(t - \tau_1)$ を感染力とよび、流行のモデルを特徴づける重要な指標の一つである。

3.3.1. モデル式の説明

このモデルでは、流行前の人々が流行中になる割合は、流行前の人々と τ_1 前に流行中となった人数の量に比例するとし(第1式の初項)、流行前の人々は一定の割合で自然に流行を取り入れるとしている(第1式の第2項)。さらに、第3式から τ_2 前に流行中となった割合の移入により流行の再起^{*3}を表現している。また、第2式の第2, 3項により、流行中の人数が一定の割合で定着、及び未定着することを表現し、さらに、第3式の第3項で強制的な流行定着の割合(いわゆるサクラ)を表現している。

4. 提案モデルの解について

提案モデル(3.3)は、SIRモデル、Rogersのイノベータ理論の観点を基に、接触、及び時間遅れを含んだ形で導かれたものであり、その形から求積法によって解析解を得ることはできない。そこで本研究においては、提案モデルの解として、提案モデルの方程式を離散化することにより得られる数値解^{*4}を用いて、ベイズ推定的手法によるパラメータ推定を行い、さらに実データへのフィッティングにより推定結果の検証を行う。

以下の図8、及び図9は、提案のモデル式(3.3)の各パラメータに適当な値^{*5}を与えて得られる、消費者と考えられている「流行中」と「流行定着」の総数 $y_2(t) + y_3(t)$ の時間変化である。それぞれのグラフを見ると、再起や微細な振動の様子が再現できていることがわかる。したがって、提案モデルを用いることにより、人間社会的流行のデータに対してもフィッティングの精度が向上し、マーケティング戦略等へのより積極的な利用が可能となることが期待される。

^{*3}ここでは、流行をかなり前に取り入れ定着させた人々を、再度流行前の状態に移入させることによって、再度流行前の購買層になることを表現している。つまり、ある商品を購入し続けた人々が、定着状態を経て、再度その商品について購入するか否かを判断するような局面をモデル化している。

^{*4}ただし、離散化による数値解は、MATLAB2018の遅延微分方程式(dde23)を利用した。

^{*5}ただし、それぞれのパラメータの値の詳細については、後述するPokémon Go、及び本麒麟の節を参照されたい。

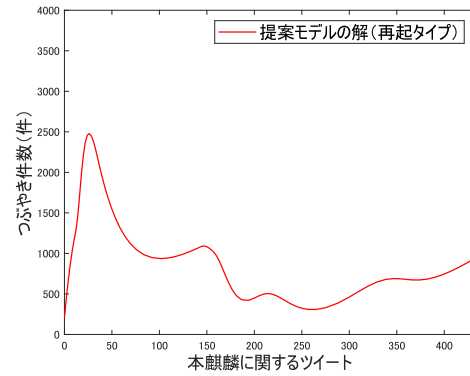
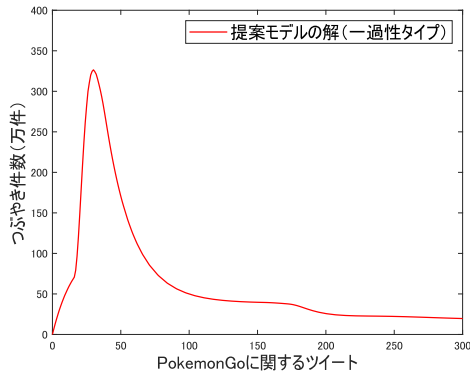


図 8: 提案モデルの解 (一過性タイプの流行) 図 9: 提案モデルの解 (再起タイプの流行)

4.1. パラメータの弾力性

4.1.1. 一過性タイプの弾力性

以下の図 10(a)~図 10(e) は, 図 8 でのパラメータ (“Pokémon Go” の実データへのフィッティング) を基として, それぞれのパラメータの微小変動に対して, 消費数 $y_2(t) + y_3(t)$ がどのように変化するかを示したグラフである. ただし, 弾力性の検証の対象としたパラメータは $\alpha \sim \varepsilon$ であり, τ_1, τ_2 に関しては, 他のパラメータと性質が異なるためここでは固定値としている. また, 一過性タイプの流行においては, サクラの影響は受けにくいと考え, ここでは $\zeta = 0$ として検証している.

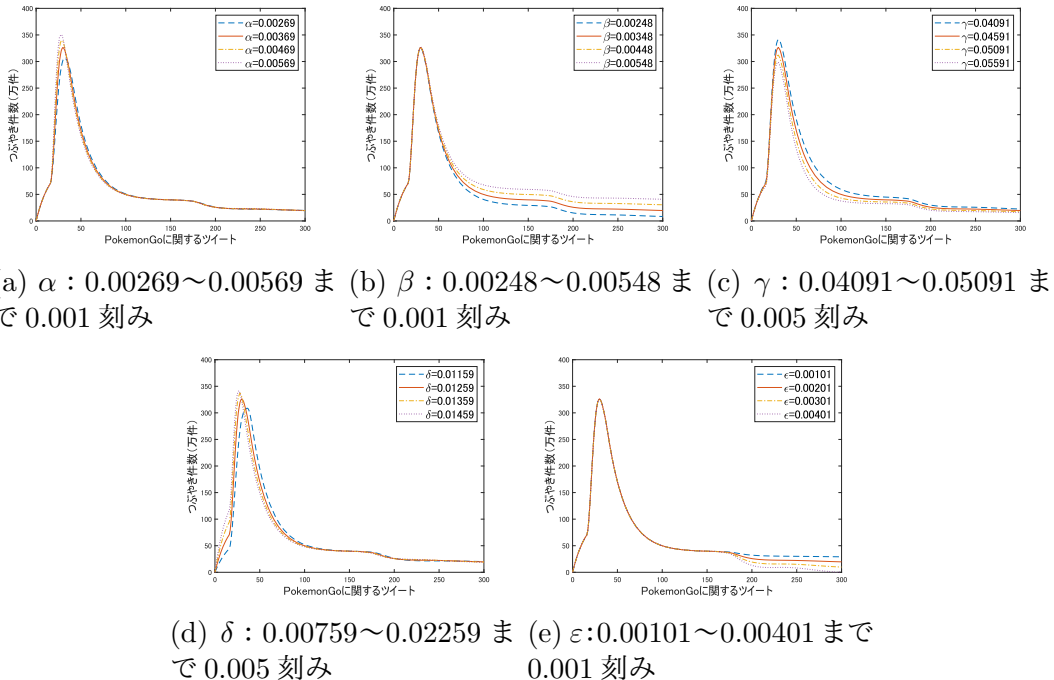


図 10: 消費数の各パラメータの感度 (一過性タイプの流行)

図 10(a) から, α の微小変化によって, グラフの上での流行の最終段階の時点にはあまり変化が見られないが, 値の変化に伴って, ピークには大きな変化が見られる. また, 同様に図 10(d) から δ の微小変化によって, 流行の最終段階の時点には変化が見られないが, 値の

上昇に伴って、流行のピーク時点の変化が読み取れる。特に、値の上昇に伴ってピーク時点が早くなることがわかる。 α は接触による感染の程度（感染率）を表現するパラメータであり、また、 δ は接触以外の流行の採択の程度（採択率）を表現するパラメータであるため、これらの値の微小変化が流行のピークに影響を与えていることは、モデルが現実をうまく反映できていると考えることができる。

図10(b)から、 β の微小変化によって流行のピークには、あまり変化が見られないが、流行の最終段階の時点には大きな変化が見られる。 β は定着を表現するパラメータであり、この値の上昇に伴って、流行が高い水準で推移し定着していることが読み取れる。

図10(c)から、 γ の微小変化によって流行のピークには大きな変化が見られ、また流行の最終段階の時点には多少の変化が見られる。 γ は非定着を表現するパラメータであり、この値の上昇に伴って、流行のピークが下降し、流行が低い水準で推移し定着していることが読み取れる。

最後に図10(e)から、 ε の変化によって、流行のピークには全く変化が見られないが、流行の最終段階の時点には大きな変化が見られる。 ε は再起を表現するパラメータであり、この値の変化に伴って、流行が途中段階での急激な人数変化を起こしていることが読み取れる。また、再起における時間遅れの影響（変化が見られる時点が横軸の $t = 156$ 付近）がこのグラフからも読み取ることができる。

4.1.2. 再起タイプの弾力性

以下の図11(a)~図11(f)は、図9(“本麒麟”の実データへのフィッティング)のパラメータを基として、同様にそれぞれのパラメータの微小変動に対して、消費数 $y_2(t) + y_3(t)$ がどのように変化するかを示したグラフである。ただし、弾力性の検証の対象としたパラメータは $\alpha \sim \zeta$ であり、 τ_1, τ_2 に関しては、他のパラメータと性質が異なるためここでは固定値としている。

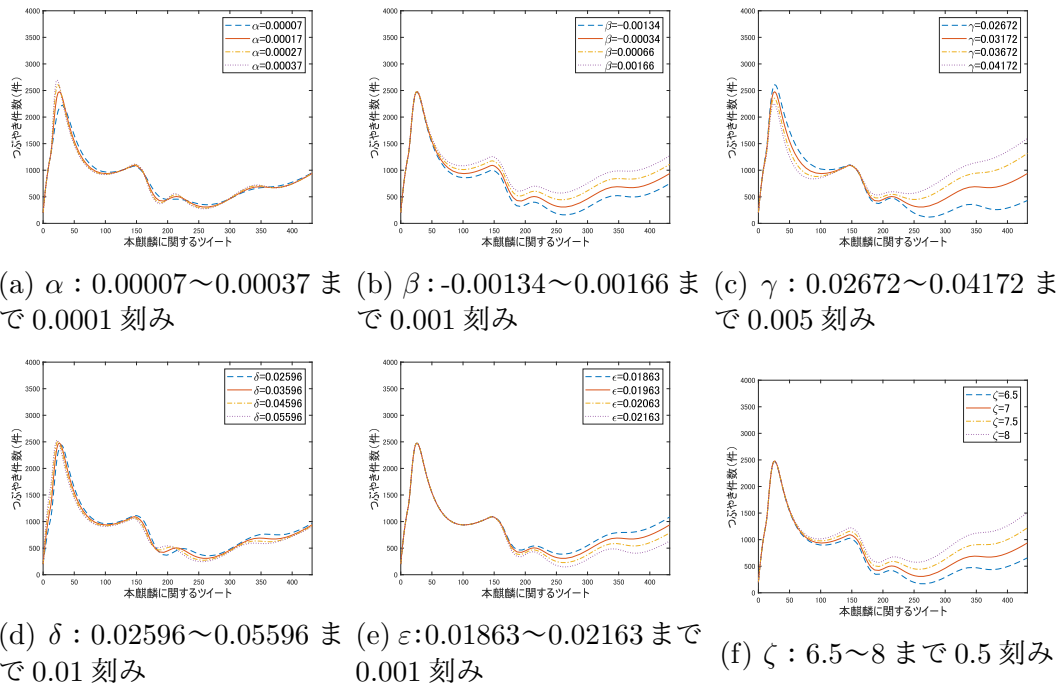


図 11: 消費数の各パラメータの感度（再帰タイプの流行）

図 11(a) から, α の微小変化によって, 流行の最終段階の時点にはあまり変化が見られないが, 値の変化に伴って, 流行のピークの上昇, 及び途中段階での解の振動の変化が若干表現されていることが読み取れる. また, 図 11(d) から δ の変化によって, 流行の最終段階の時点の変化は, $\beta, \gamma, \varepsilon, \zeta$ などに比べるとあまり見られないが, 値の上昇に伴って, 流行のピーク時点の変化が見られ, さらに全体的な形状が形を保ちながらシフトしている状況が読み取れる. 特に, 値の上昇に伴ってピーク時点が早くなる方向にシフトしていることがわかる.

図 11(b) から, β の変化によって流行のピークには, あまり変化が見られないが, 流行の最終段階の時点には大きな変化が見られる.

図 11(c) から, γ の変化によって流行のピーク, 及び流行の最終段階の時点の両方に変化が見られる.

最後に図 11(e), (f) から, ε, ζ の変化によって, 流行のピークには全く変化が見られないが, 流行の最終段階の時点には大きな変化が見られる. これらは, 再起に大きく関係するパラメータであり, これらの値の変化に伴って, 定着に関する方向性の変化をよく表現している. ただし, 再起における時間遅れの影響 (変化が見られる時点が横軸の 150 付近) がこのグラフからも読み取ることができる.

以上の結果は, 一過性の場合とほぼ同様な結果であり, これらの結果により, $\alpha \sim \zeta$ の微小な変化による感度が十分得られており, モデルとして一定の意味があると評価される.

5. パラメータ推定方法について

5.1. パラメータ推定におけるベイズ的アプローチ

微分方程式を用いて様々な現象を数理モデル化し, 把握する際に問題となるのは, モデルのパラメータの推定手法である. 対象となる微分方程式が適当な初期条件, 境界条件の下で解くことができれば, 得られた解析解を用いて, 最尤推定法などによってパラメータを推定することが可能である. 一方で, 本提案モデルのような, 必ずしも解析解が得られない場合においては, 最尤推定法などの手法を利用することが難しいため, 解析解の表示に頼らずに, モデルの数値解を用いたパラメータ推定の手法を利用する必要がある. 本研究では, ベイズ推定的なアプローチによって, 微分方程式によるモデルのパラメータを推定する.

近年, パラメータ推定の手法において, マルコフ連鎖モンテカルロ法 (以下, MCMC とする.) に代表される解析的な手法の発展によって, ベイズ推定的なアプローチ方法が様々な分野において広く利用されている ([5], [11], [26]). ベイズ推定的なアプローチにおいては, 以下のベイズの定理

$$f(\theta|\mathbf{Y}) = \frac{f(\mathbf{Y}|\theta)f(\theta)}{f(\mathbf{Y})} \quad (5.1)$$

が基本となる. ここで, θ は推定したい母数 (パラメータ) であり, \mathbf{Y} は観測可能なデータである. ベイズの定理によると, 観測データ \mathbf{Y} が与えられた場合のパラメータ θ の条件付確率 $f(\theta|\mathbf{Y})$ (特に, 事後確率密度関数とよぶ.) は, 尤度関数 $f(\mathbf{Y}|\theta)$ と事前密度関数 $f(\theta)$ の積によって求めることができる. 本研究においては, パラメータを推定する際に, 特にパラメータに関する事前情報を仮定しないため, 事前密度関数 $f(\theta)$ は, 以下のように一様分布として考える.

$$f(\theta) = U_{[-\theta_0, \theta_0]} \quad (5.2)$$

ここで, θ_0 は十分大きな正の定数であり, $U_{[-\theta_0, \theta_0]}$ は一様分布である. また, $f(\mathbf{Y})$ は, デー

タが観測可能な場合には、値が完全に固定されるため定数と考えられる。したがって、以下では特に尤度関数 $f(\mathbf{Y}|\theta)$ の形について考える。

はじめに、次を満たす m 次元ベクトル \mathbf{Y} , \mathbf{F}^θ , さらに ε を考える。

$$\begin{aligned}\mathbf{Y} &= (Y_1, Y_2, \dots, Y_m) = (Y(t_1), Y(t_2), \dots, Y(t_m)) \\ \mathbf{F}^\theta &= (F_1^\theta, F_2^\theta, \dots, F_m^\theta) = (y_2^\theta(t_1) + y_3^\theta(t_1), y_2^\theta(t_2) + y_3^\theta(t_2), \dots, y_2^\theta(t_m) + y_3^\theta(t_m)) \\ \varepsilon &= (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m)\end{aligned}$$

ただし、 $t_j (j = 1, \dots, m)$ は観測時点であり、 $F_j^\theta = y_2^\theta(t_j) + y_3^\theta(t_j)$ は数理モデルの数値解、 ε_j は以下のように仮定する。

$$\varepsilon_j \sim \text{i.i.d. } N(0, \Sigma_\varepsilon^2)$$

ここで、i.i.d. とは、複数の確率変数が互いに独立に同じ分布に従っている状態を表現している。

今、観測データ \mathbf{Y} と数理モデルの解 \mathbf{F}^θ の関係は、観測誤差を表現する ε を用いて

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}^\theta + \varepsilon. \quad (5.3)$$

の形に書くことができるとする。このとき、求める尤度関数は

$$f(\mathbf{Y}|\theta) = \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{Y} - \mathbf{F}^\theta)(\mathbf{Y} - \mathbf{F}^\theta)^T}{2\Sigma_\varepsilon^2} \right\}$$

と書くことができる。以上により、(5.2) とあわせて、最終的に本研究で利用する事後確率密度関数 $f(\theta|Y)$ は、次の形で与えられる。

$$f(\theta|\mathbf{Y}) \propto \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{Y} - \mathbf{F}^\theta)(\mathbf{Y} - \mathbf{F}^\theta)^T}{2\Sigma_\varepsilon^2} \right\} \quad (5.4)$$

ここで、 Σ_ε は既知であり、正則化のパラメータとしてみなすことができる。

5.2. マルコフ連鎖モンテカルロ法 (Markov Chain Monte Carlo methods, MCMC)

尤度関数が単純な場合には、最大となるようなパラメータ θ は、偏微分によって、容易に求めることができる。しかしながら、その形が複雑な場合や本研究のように尤度関数自体にモデルの数値解が含まれている場合には、偏微分によって目的のパラメータを求めることはできない。そこで、パラメータをしらみつぶしに変化させて、尤度関数の値を計算し最大となるパラメータを探す必要がある。

MCMC とは、事後分布から疑似乱数を発生させるモンテカルロ法のことであり、特にその疑似乱数は、1 ステップ前の状態に基づいて次のステップの状態へと更新する、マルコフ連鎖に従って発生させている。MCMC には、

1. 離散的・連続的な様々な分布に適用できる
2. 多数のパラメータが存在するモデルにも適用できる
3. 尤度関数が多峰形でも、大域的にピークを探し出すことが可能である

といった利点がある。MCMC の計算手法には、メトロポリス法、メトロポリス・ヘイスティング法 (以下、M-H 法とする)、ギブス・サンプリングなどがある。本研究では、M-H 法を用いることとする ([6],[14])。

5.2.1. M-H 法のアルゴリズム

M-H 法とは、確率が既知である提案分布が、目標分布である事後分布に等しくなるようにサンプリングするためのアルゴリズムである ([8]). 以下の Algorithm 1 は、M-H 法の手順である。なお、実行においては MATLAB2018 を用いた。

Algorithm 1 Metropolis-Hastings MCMC

- 1: 提案分布からの抽出 $\theta' \sim q(\cdot|\theta_k) = N(\theta_k, \sigma_\theta^2)$ (平均 θ_k , 標準偏差 $\sigma_\theta > 0$ の正規分布).
 - 2: θ' を採択するか否かを計算する $\alpha(\theta', \theta_k) = \min \{1, f(\theta'|Y)/f(\theta_k|Y)\}$.
 - 3: 確率 $\alpha(\theta', \theta_k)$ で $\theta_{k+1} = \theta'$ として更新 そうでなければ $\theta_{k+1} = \theta_k$.
-

5.3. 提案モデルの実データへの当てはまりの良さを測る指標

本研究では、提案モデルがどの程度実データに当てはまっているかを測る指標として、以下の形 (5.5) の決定係数 R^2 を導入^{*6}する。このとき (5.5) の形より、 R^2 は 0 以上 1 以下の値を取り、1 に近づくほど実データとの当てはまりが良いモデルと考えられる。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (5.5)$$

ここで、 \bar{Y} は観測データの平均である。また、 $E_i = Y_i - F_i^\theta$ であり、 \bar{E} は E_i の平均である。

6. 実データを用いた提案モデルの妥当性の評価

以下の Algorithm 2 は、本研究で行った実データへのフィッティングに対するパラメータ推定の手順である。

Algorithm 2 パラメータ推定のアルゴリズム

- 1: $\alpha \sim \varepsilon$ の初期値を適当に決める。
 - 2: ζ , 及び τ_1, τ_2 の初期値を実データから決定する。
 - 3: MCMC-MH 法を 500000 回を基準として適用し、 $\alpha \sim \varepsilon$ の値を決定する。
 - 4: 実データとのフィッティングを目測で確認し、さらに決定係数の値を確認する。
 - 5: ζ , 及び τ_1, τ_2 の値を微調整する。
 - 6: 3 ~ 5 を繰り返す、目測と決定係数の値の変化から最終的なパラメータを決定する。ただし、最終的なパラメータの決定においては、500000 回のうち、最初の 200000 回をバーンイン (稼働検査期間) として切り捨て、その後の 300000 回の平均値を用いる。
-

ここで、上記の Algorithm 2 の 2 においては、以下の通りに実データからそれらの値を決定した。まず、サクラパラメータ ζ は、各実データのピーク時の人数に対して、5% 程度の人数を初期値とした。ここで考えているサクラとは、強制的に流行定着の状態に移動する人数であり、本研究においては、この人数が一定数存在することを仮定している。例えば、

^{*6}本研究では、Pokémon Go と本麒麟など、異なるデータ間においても、当てはまりの良さを比較することを目的とするため、決定係数を採用する。

KitKat や本麒麟においてはキャンペーン等で強制的にその商品に関心をもたされ^{*7}, その話題に関して口コミ等を行う人数などが存在することを仮定している. また, 時間遅れパラメータ τ_1, τ_2 に関しては, 実データからそれぞれの出来事の前イベントを参考に値を決めた. Pokémon Go, 君の名は. は, いずれも2週間程度前に, 日本以外での先行配信, 及び完成披露試写会があったため, その話題を先に取り込んだと考えそれぞれ $\tau_1 = 16, 14$ ^{*8}を初期の値とした. また, KitKat, 及び本麒麟は, それぞれイベントの前日(半日前)に, その話題を先に取り込んだと考え, それぞれ $\tau_1 = 13, 12$ を初期の値とした. さらに, τ_2 に関しては, 再起の山などの特異な変化点に注目し, その点から大きな山までの時間を τ_2 とした.

6.1. 先行研究との比較

はじめに, 提案モデルの優位性を検証するために, 提案モデルの解と先行研究1(中桐らのモデル[18]), 先行研究2(植田らのモデル[24])のモデルの解との比較を行う. 比較の対象データとしては, 植田らが先行研究1との比較で用いた原発に関するツイート件数を利用した.

図13から, 破線の先行研究1のモデルでは, 植田らの検証と同様に, 減衰後の再起を表現できていないことが読み取れる. また, 1点破線の先行研究2のモデルでは, 減衰後の再起は表現されているが, 2つ目のピークや途中の落ち込む現象までは再現できていない. 一方で, 実線の提案モデルでは, 先行研究1,2では表現することができなかった, 減衰からの再起, 2つ目のピークや途中の落ち込みまで表現できている. その精度の高さは, グラフの目測からも明らかであるが, 決定係数が先行研究1の値が0.9170であり, 先行研究2の値が0.9238であるのに対し, 提案モデルの値が**0.9610**であることから読み取ることができる.

以上により, 先行研究1,2に対して, 本提案モデルの優位性^{*9}を示すことができたため, 以下で提案モデルを用いて実データへのフィッティングを行うことには, 有用性が高いといえる.

原発(提案モデル)			
α	0.00132	$y_1(0)$	29000
β	0.00541	$y_2(0)$	0
γ	0.02723	$y_3(0)$	0
δ	0.05132	$y_4(0)$	0
ε	0.01183	τ_1	45
ζ	0.35	τ_2	150
原発(中桐らのモデル)			
α	0.05340	$y_1(0)$	29000
β	0.00808	$y_2(0)$	0
γ	0.02520	$y_3(0)$	0
		$y_4(0)$	0
原発(植田らのモデル)			
α	0.04680	$y_1(0)$	29000
β	0.00576	$y_2(0)$	0
γ	0.02251	$y_3(0)$	0
δ	-0.00066	$y_4(0)$	0

図 12: 各種パラメータの値

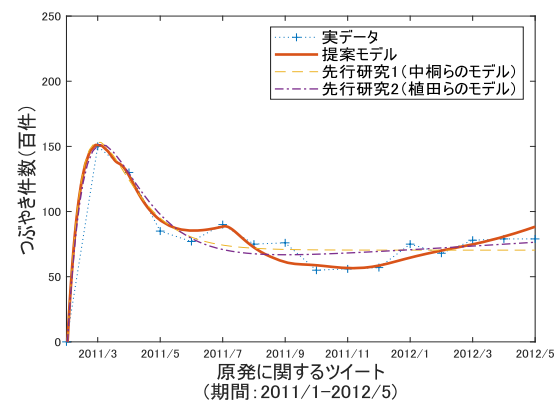


図 13: 先行研究との比較

^{*7}例えば, キリン(株)では, 本麒麟に関して, 100万本の無料配布等のイベントを行っている.

<https://www.ryutsuu.biz/column/k061540.html/2>

^{*8}ただし, Pokémon Go, 君の名は. においては, 微分方程式の解の単位時間を1日あたりとし, KitKat, 本麒麟においては, 単位時間を1時間あたりとした.

^{*9}ただし, ここでの比較には先行研究1, 及び本研究に従い $y_2(t) + y_3(t)$ の人数変化を用い, それぞれのパラメータの推定には, 上述の Algorithm 1, 2 の手法を用いた. この点は, 顕在化の人数である $z_3(t)$ の人数変化を用い, 最小二乗法によりパラメータを推定し検証した植田らの手法とは異なるため, ここでの優位性は本研究の条件下に限ることに注意されたい.

6.2. 実データへのフィッティング結果

本研究で用いた実データは、一過性タイプの流行の例として、Pokémon Go, 君の名は。に関するつぶやき数, また, 再起タイプの流行の例として, KitKat, 本麒麟に関するつぶやき数である. Pokémon Go, に関しては, 2016/6~2017/4の期間のGoogleトレンドのくちこみ数, KitKat, 本麒麟に関しては, それぞれ2013/1/17~2013/1/31, 2019/2/22~2019/3/12の期間のTwitter社におけるつぶやきデータを取得して利用した. また, 君の名は。に関しては, 2016/8~2018/7の期間のYAHOO!JAPANの映画ユーザーレビューのレビュー数を取得して利用した.

6.2.1. Pokémon Go

Pokémon GOとは, Niantic社^{*10}と株式会社ポケモンによって共同開発された, スマートフォン向けのアプリケーションゲームである. 2016年7月6日のアメリカやオーストラリア, ニュージーランド, 7月22日から日本で配信を開始し, 約900万件ものダウンロード数^{*11}を記録した. 利用者の内訳をみると, 4割程度が40代^{*12}であり携帯ゲームの新たな顧客層を切り開いたアプリ商品である. 以上のように, 爆発的な人気を博したPokémon Goは, 突発的で爆発的な話題性があり, 一過性タイプの流行の例として適していると考え検証の対象とした.

図15の実データを見ると, 一過性タイプの流行の特徴である, 短期間で急激な盛り上がりを見せ, その後沈静化していく状況が見て取れる. それに対する提案モデルのフィッティングでは, 全体的に非常に高い精度であることがわかる. また, 当てはまりの指標である決定係数 R^2 値は $R^2 = 0.9979$ であり, このことから提案モデルの当てはまりの高さが窺える. 特に, 微小ではあるが, 2016年12月から2017年1月の落ち込みも提案モデルの解によってうまく表現されている. この点は, 時間遅れやサクラを取り込んだことによって振動解が表現可能となった提案モデルの利点であると考えられる.

Pokemon Go			
α	0.00369	$y_1(0)$	550
β	0.00348	$y_2(0)$	0
γ	0.04591	$y_3(0)$	0
δ	0.01259	$y_4(0)$	0
ε	0.00201	τ_1	16
ζ	0	τ_2	155

図 14: 各種パラメータの値

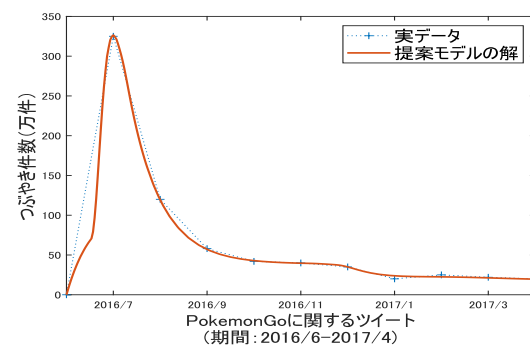


図 15: Pokémon Go へのフィッティング

^{*10}Niantic社は, 最高経営責任者 (CEO) John Hanke (1967-) が設立したアメリカのベンチャー企業である. 全地球測位システム (GPS) による位置情報や世界規模のAR (拡張現実) を駆使してARゲームやアプリケーション開発をしている.

^{*11}<https://sensortower.com/blog/pokemon-go-revenue-september-2018>の調べによるもの.

^{*12}<https://pokemongo-get.com/pokego02024/>の調べによるもの.

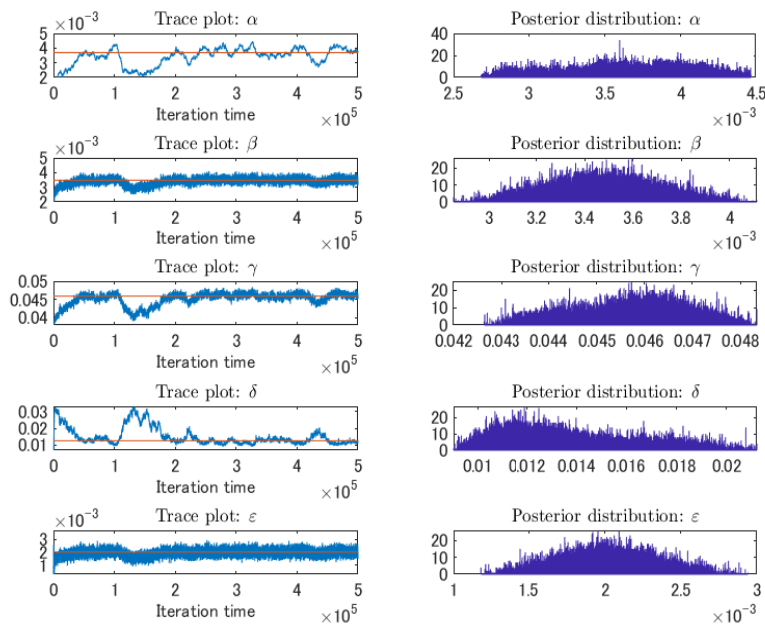


図 16: 各パラメータの Trace-Plot と事後分布 (Pokémon Go)

6.2.2. 君の名は。

「君の名は。」は、2016年8月26日に公開されたアニメーション映画である。「秒速5センチメートル(07年)」、「言の葉の庭(13年)」など意欲的な作品を作り出してきた映画監督・深海誠によって出がけられた作品であり、メッセージ性、アニメーションの美しさ、音楽など様々な方面からの評価が高い作品である。興行収入ランキング^{*13}においても、250.3億円となっており、これは歴代4位の記録である。また、君の名は。の配給会社である東宝によると、公開日から2016年9月22日までの28日間で観客数が770万人を超え、その時点で興行収入は100億円を突破したと発表している。以上の点から、君の名は。も、突発的で爆発的な話題性があり、一過性タイプの流行の例として適していると考え検証の対象とした。

図18の実データを見ると、ここでも一過性タイプの流行の特徴である、短期間で急激な盛り上がりを見せ、その後沈静化していく状況が見て取れる。それに対する提案モデルのフィッティングでは、全体的に高い精度であり、これは、決定係数の値 $R^2 = 0.9782$ からわかる。また、2016年12月～2017年2月の急激な落ち込みに対しても提案モデルの解は対応しており、当てはまりの精度は劣るが、変動に応じた対応が十分できていると考えられる。Pokémon GO との結果とあわせても、一過性タイプの流行のデータに対しては提案モデルの解は、非常に高い当てはまりであることがわかる。

^{*13}CINEMA ランキング通信調べ (<http://www.kogyotsushin.com/archives/alltime/>)

君の名は。			
α	0.00020	$y_1(0)$	3500
β	-0.00900	$y_2(0)$	0
γ	0.04677	$y_3(0)$	1255
δ	0.02256	$y_4(0)$	0
ε	0.00305	τ_1	14
ζ	0	τ_2	123

図 17: 各種パラメータの値

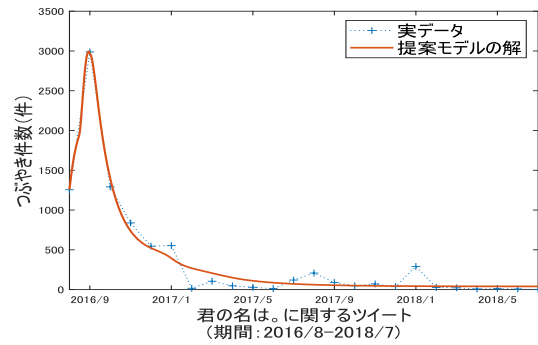


図 18: 君の名は。へのフィッティング

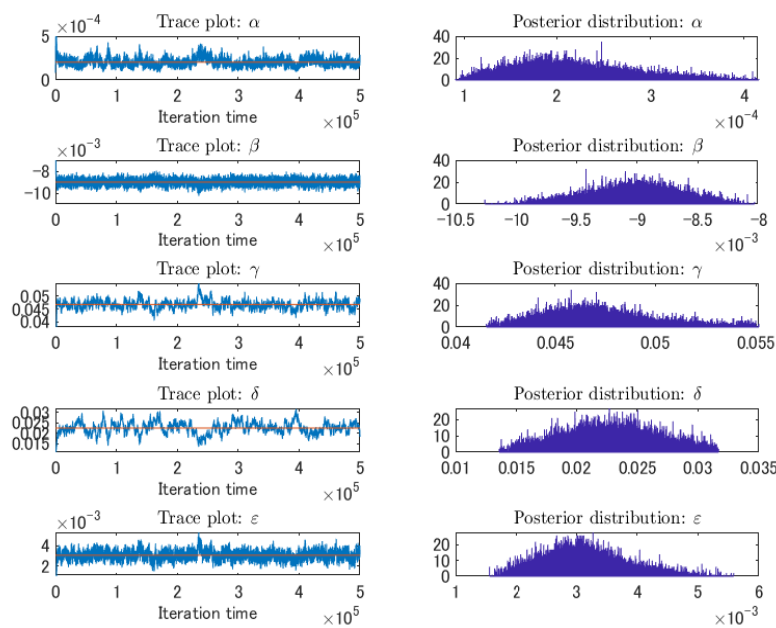


図 19: 各パラメータの Trace-Plot と事後分布 (君の名は。)

6.2.3. KitKat

KitKat は、ネスレが製造するチョコレート菓子であり、1937年にKitKatという名前で商品が発売され、その際に「KitKatでBreakする!」というコンセプトを打ち出した広告が開始される等、マーケティング戦略の研究対象としても興味深い商品である。KitKatの呼び方が、九州の方言で「きっと勝とお」に似ていることから、九州地方を中心に受験生の中に口コミで広がり、今日では受験生への激励の意味を込めて贈る商品として欠かせないものとなっている。ここでは、佐藤ら [22] の中で「キャンペーン効果の測定」として取り上げられているKitKatのTwitterデータを利用して、2013年のセンター試験が実施された1月18日、19日前後のKitKatのキャンペーン効果を提案モデルの実データへのフィッティングの観点から検証する。

図 21 の実データを見ると、一過性タイプの流行の例である、Pokémon Go、君の名は。のデータとは違い、第1のピークから一度減衰するが、その後高水準の定着から再起する様子

が見て取れる。それに対する提案モデルのフィッティングでは、第1のピークだけでなく、第2のピークへの当てはまりが高いことがわかる。その後、若干当てはまりが悪くなるが最終的な上昇傾向を表現することに成功している。また、決定係数の値 $R^2 = 0.9674$ から当てはまりの精度の高さが読み取れる。

このような振動や上昇といった動きは、先行研究では表現できておらず、この点も時間遅れやサクラを取り込んだことによって、振動解や再起の表現が可能となった提案モデルの利点であると考えられる。

KitKat			
α	0.00016	$y_1(0)$	750
β	-0.01340	$y_2(0)$	0
γ	0.04394	$y_3(0)$	230
δ	0.04001	$y_4(0)$	0
ε	0.01011	τ_1	13
ζ	1.30	τ_2	163

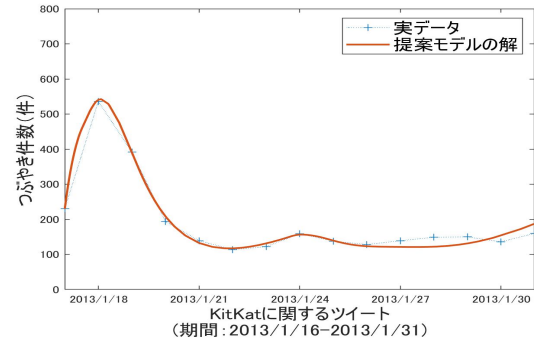


図 20: 各種パラメータの値

図 21: KitKat へのフィッティング

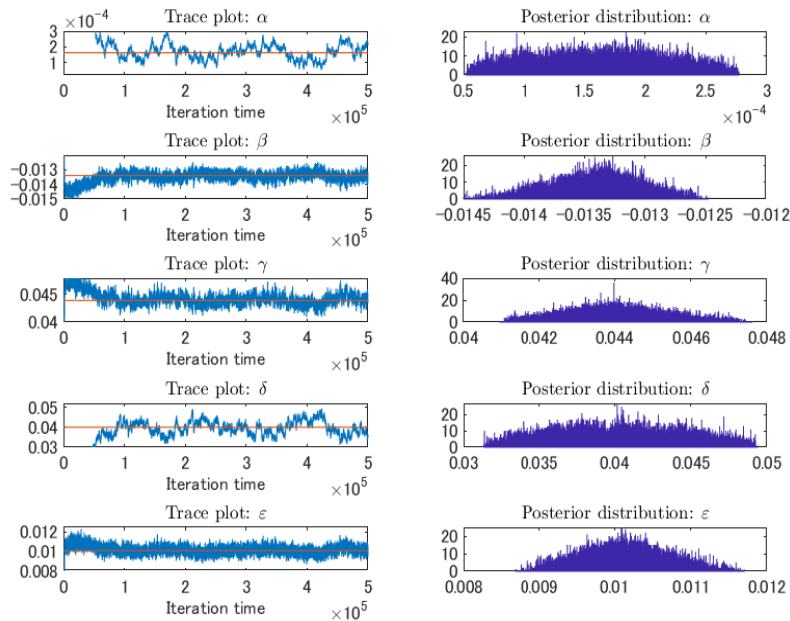


図 22: 各パラメータの Trace-Plot と事後分布 (KitKat)

6.2.4. 本麒麟

本麒麟は、2018年3月13日に発売されたいわゆる第3のビールであり、節約志向が高まる中、低価格でありながら高品質であるとされ2018年度ビール類新商品で最大のヒットとなった商品^{*14}である。キリンによると^{*15} 2019年1月中旬からリニューアルを行い、本格的なうまさに、さらに磨きをかけた商品である。その結果、2月の販売数量は、昨年3月の発売月（117万ケース）に次ぐ最大級の規模（112万ケース）となっている。

本麒麟もマーケティング戦略の研究対象として、興味深い商品である。本麒麟は、「お客様第一」に根差した企業改革のもと、開発から生産、マーケティング、そして営業に至るまですべての判断基準を「お客様」に置き換えて作り上げた商品である^{*16}。また、キャンペーンにも力を入れており、CMはもちろん、新発売披露会やTwitterでおすすめすると「おすすめした人もされた人も本麒麟が当たる！」など様々な形のキャンペーンを実施している。ここでも、本麒麟のキャンペーンの効果を2019年2月23日の新商品完成披露会前後のTwitterデータを利用して、提案モデルの実データへのフィッティングの観点から検証する。

図24の実データをみると、第1のピークから減衰し、途中の早い段階でその減衰が横ばいになり、その後再度減衰するが、2019年3月5日を底に再起をみせている。それに対する提案モデルのフィッティングでは、これまでと同様に、第1のピークへの当てはまりが高いことがわかる。また、横ばいや再起する時点も含めてその後の大枠の様子を再現できていることが読み取れる。また、決定係数の値 $R^2 = 0.9643$ から当てはまりの精度の高さが読み取れる。

一方で、提案モデルの解では、若干ではあるが過剰な振動（ピーク）がみられ、さらに最終時点での当てはまりはあまり良いものではない。これらの点の改善が、今後の課題である。

本麒麟			
α	0.00017	$y_1(0)$	3500
β	-0.00034	$y_2(0)$	0
γ	0.03170	$y_3(0)$	199
δ	0.03593	$y_4(0)$	0
ε	0.01962	τ_1	12
ζ	7	τ_2	144

図 23: 各種パラメータの値

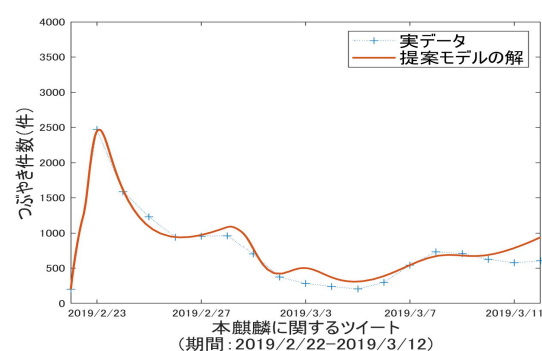


図 24: 本麒麟へのフィッティング

^{*14}詳細は、日経トレンディ2018年ヒット商品ランキングを参照されたい。

<https://trend.nikkeibp.co.jp/atcl/contents/18/00064/00001/>

^{*15}<https://www.kirin.co.jp/company/news/2019/031201.html>

^{*16}詳細は、日経トレンディネットを参照されたい。 <https://special.nikkeibp.co.jp/atclh/TRN/18/kin1203/>

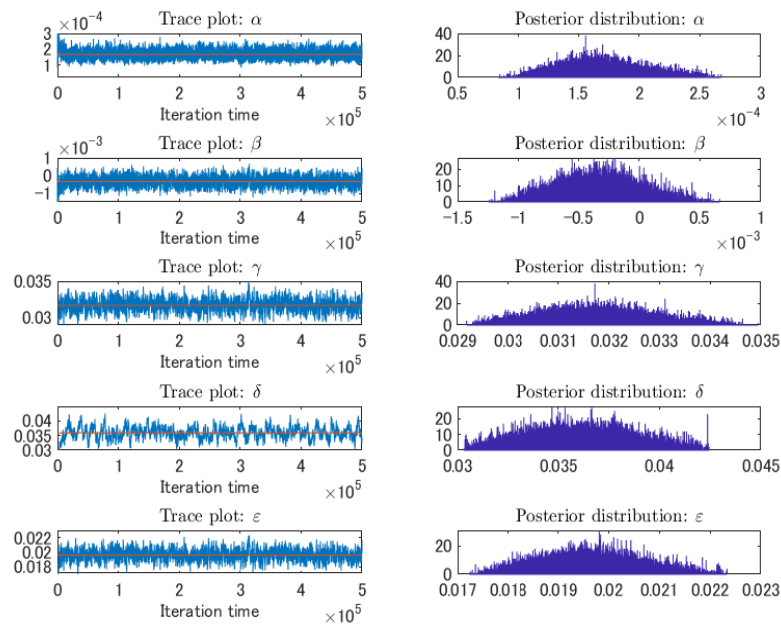


図 25: 各パラメータの Trace-Plot と事後分布 (本麒麟)

6.3. パラメータの特徴

一過性タイプの流行、及び再起タイプの流行において、共通の項目としてみられたのは、 γ の値の大きさである。いずれにおいても γ の値は、他のパラメータの値に比べて高い値となっている。これは、一過性タイプ、再起タイプにかかわらず、少なくとも一度の爆発的な増加があり、多くの人々はその後定着に向かわず、止めてしまっていることが考えられる。一方で、再起タイプの流行では、そこから再度流行に乗るため ε の値が一過性タイプの流行に比べて多くなっていることがわかる。また β の値は、Pokémon Go 以外は全て負の値となったが、これは Pokémon Go 以外の流行データは、初期の定着者数 ($y_3(0)$ の値) が一定数存在し、そこから最終的な定着者数が減少することが原因と考えられる。この点は中桐ら [18] でも指摘されており、本研究においても中桐らと同様に「流行に反発」して興味を中止する人数を想定して負の値を解釈した。

7. まとめと今後の課題

本研究では、ファッションや映画、食品などの人間社会的流行に対して、先行研究で提案された数理モデルを基に、疫学的流行を記述する数理モデルの基礎となった SIR モデル、及びマーケティングにおけるイノベータ理論を考慮し、新しい形の流行モデルを提案した。また、一過性タイプ、及び再起タイプの流行の実データを用いて、ベイズ推定のアプローチによる提案モデルのパラメータ推定を行い、さらに、実データへのフィッティングを行った。特に、本研究で提案されたモデルによって、再起や微細な振動を表現することが可能となり、先行研究で提案された数理モデルに比べて実データへのフィッティングにおいて、その精度を大幅に高めることができた。実際、実データを用いたパラメータ推定においては、推定されたパラメータを用いた流行モデルの解による実データとの当てはまりは、一過性タイプ、及び再起タイプの流行のいずれにおいても良いものとなったが、特に決定係数の値が

ら、一過性タイプの流行の当てはまりが非常に良いものとなった。また、比較のために用いた再起タイプの流行である原発に関するつぶやき数のデータへのフィッティングでは、得られた決定係数の値からも明らかなように、中桐らの流行モデルや植田らの Twitter モデルよりもその精度はあがっていた。また、再起タイプの流行である KitKat や本麒麟のデータにおいては、多少のずれはみられるものの、明らかに先行研究のモデルでは表現できていなかった再起や微細な振動が再現されていた。これらの結果から、提案モデルの有用性が結論づけられた。

しかしながら、いくつか課題が残っている。一つ目は、提案モデルの妥当性である。今回の例は、一過性タイプ2つ、及び再起タイプ2つの流行の合計4つの実例しか検証できていないため、今後は、様々な流行データの例を取りあげ、提案モデルの妥当性を検証し、実データとパラメータの関係性にも言及する必要がある。また、国内の流行データのみに限らず、世界中の流行に関するデータを用いた分析を行い、提案のモデルの妥当性を検証したい。

また、パラメータ推定の方法にも改善の余地がある。今回は、ベイズ推定 (MCMC, M-H 法) によるパラメータ推定を行ったが、特に再起タイプの流行データへのフィッティングの結果からわかるように、グラフの後半、及び実データの振動 (実際の振動) と数理モデルの解の振動の当てはまりに若干のずれがみられた。この点は、モデルの再現性の限界とも考えられるが、一方でベイズ推定の手法の改善も含めた検証が必要である。さらに、時間遅れを表す τ_1, τ_2 やサクラの存在を表す ζ の決め方にも改善の余地がある。今後は、マーケティング分野の研究の知見をパラメータ推定の際に盛り込むことによって、実務的にも意味づけ可能なパラメータの探索を行いたい。

モデルの拡張も大きなテーマである。特に、突発的に起こる事象に対応するために、確率論的な項目をモデルに組み込んだ数理モデルを提案することも大切である。今回のモデルのポイントの一つにサクラパラメータの存在があるが、一定数のサクラを送り続ける状況以外のモデルも現実的には必要ではないだろうか。また、各パラメータやサクラが時間に依存する関数の場合のモデルも考える必要がある。一方で、数理モデルの漸近的な振る舞いや平衡点の周りでの解の振る舞いなど、数学的な解析を進める必要性も残されている。特に、提案モデルは接触と時間遅れを含んだモデルであり、解析解のみならず、解の漸近的な振る舞いを調べることも容易ではないが、これらの解析が進めば、パラメータ推定における条件設定ができ、その精度や探索回数の削減が期待できる。

近年、科学技術の発展により、量的にも質的にも大量のデータを比較的容易に手に入れることが可能となっているが、その大量のデータをどのように活用するかが大きな課題となっている。本研究において提案した数理モデル、及びベイズ推定の手法によるパラメータ推定の手法が、企業のマーケティング戦略の場面で利用され、実務的な貢献に繋がることを期待し、さらに研究を続けていきたいと考えている。

謝辞

論文の作成において、査読者から誠に的確で、有意義なご指摘・ご助言を頂きました。査読者の懇切丁寧なご指摘・ご助言に、心より感謝の意を表します。なお、本研究は、科研費 (18K03439, 17K04029) の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] 芹沢俊介: ブームの社会現象学 (筑摩書房, 1990).

- [2] S. Busenberg and K. Cooke: *Vertically Transmitted Diseases—Models and Dynamics—* (Springer-Verlag, Berlin, 1993).
- [3] K. L. Cooke: Stability analysis for a vector disease model. *Rocky Mountain Journal of Mathematics*, **9** (1979), 31–42.
- [4] K. Dietz: The first epidemic model: a historical note on P. D. En'ko. *Australian Journal of Statistics*, **30** (1988), 56–65.
- [5] H. Haario, M. Laine, M. Lehtinen, E. Saksman and J. Tamminen: Markov chain Monte Carlo methods for high dimensional inversion in remote sensing. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, **66** (2004), 591–608.
- [6] W. K. Hastings: Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their application. *Biometrika*, **57** (1970), 97–109.
- [7] G. E. Hutchinson: Circular causal systems in ecology. *Annals of the New York Academy of Sciences*, **50** (1948), 221–246.
- [8] J. Kaipio and E. Somersalo: *Statistical and Computational Inverse Problems* (Springer-Verlag, New York, 2005).
- [9] 川本勝: 流行の社会心理学 (株式会社勁草書房, 1981).
- [10] W. O. Kermack and A. G. McKendrick: A contributions to the mathematical theory of epi-demics I. *Proceedings of the Royal Society*, **115** (1927), 700–721.
- [11] J. C. Martin, L. C. Wilcox, C. Burstedde and O. Ghattas: A stochastic Newton MCMC method for large-scale statistical inverse problems with application to seismic inversion. *SIAM Journal on Scientific Computing*, **34** (2012), 1460–1487.
- [12] R. M. May: *Stability and Complexity in Model Ecosystems* (Princeton University Press, 1974).
- [13] 松井豊: ファンとブームの社会心理 (サイエンス社, 1994).
- [14] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth M, and A. H. Teller: Equations of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemical Physics*, **21** (1953), 1087–1092.
- [15] J. Mena-Lorcat and H. W. Hethcote: Dynamic models of infectious diseases as regulators of population sizes. *Journal of Mathematical Biology*, **30** (1992), 693–716.
- [16] 内藤敏機, 原 惟, 日野義之, 宮崎倫子: タイムラグをもつ微分方程式-関数微分方程式入門 (牧野書店, 2002).
- [17] F. Monneyron: ファッションの社会学 流行のメカニズムとイメージ (白水社, 2009).
- [18] 中桐裕子, 栗田治: 社会的なブームの微分方程式モデル. *オペレーションズ・リサーチ*, **47** (2004), 83–105.
- [19] 中島純一: メディアと流行の心理 (金子書房, 1998).
- [20] A. J. Nicholson: The Self-Adjustment of Populations to Change. *Cold Spring Harbor Symposia on Quantitative Biology*, **22** (1957), 153–173.
- [21] E. M. Rogers: *The Diffusion of Innovations. Fifth Edition* (The Free Press, New York, 2003).
- [22] 佐藤弘和, 浅野弘輔: ソーシャルメディアクチコミ分析入門 Twitter/ブログ/掲示板... に秘められた生活者が本当に求めるものの見つけ方 (SoftBank Creative, 2013).

- [23] H. L. Smith: Subharmonic bifurcation in an S-I-R epidemic model. *Journal of Mathematical Biology volume 17* (1983), 163–177.
- [24] 植田雄介, 朝日弓未: Twitter 利用者の関心移行モデルの構築と検証. *オペレーションズ・リサーチ*, **59** (2014), 219–228.
- [25] K. Pyragas: Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Physics Letters A*, **170** (1992), 421–428.
- [26] J. Wang and N. Zabarar: A Bayesian inference approach to the inverse heat conduction problem. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **47** (2004), 3927–3941.

大田 靖
岡山理科大学
経営学部
〒700-0005 岡山県岡山市北区理大町 1-1
E-mail: yota@mgt.ous.ac.jp