

ミスプライスに着目した利付債ポートフォリオの構築法

島井 祥行
アセットマネジメント One 株式会社

牧本 直樹
筑波大学

(受理 2020 年 5 月 11 日; 再受理 2020 年 11 月 4 日)

和文概要 債券投資に関する典型的な研究は割引債を対象にしているが、中長期の割引債は市場に存在しないため、実務への応用に課題を抱える。本稿では、実際に取引できる利付債を対象にした投資戦略を提案する。まず、本邦利付国債の観測価格と理論価格の差異をミスプライスと定義し、その統計的性質を考察する。次に、ミスプライスの平均回帰性や低相関性に着目し、ベンチマークとみなした最適割引債ポートフォリオに対する利付債ポートフォリオの構築方法、利付債のロングショート戦略について論じる。実証分析の結果、デュレーションが割引債に最も近い利付債へ投資、または、一定範囲内の利付債へ分散投資する手法がパッシブ運用として有効なこと、ミスプライスの割安な銘柄へ投資する手法がアクティブ運用として有効なことを見出した。また絶対収益型運用では、一定年限におけるロングショート取引のパフォーマンスが良好であることを明らかにした。

キーワード: 統計, 金融, 債券投資, 金利期間構造, 債券ポートフォリオ

1. はじめに

近年、日本のイールドカーブは、日本銀行による緩和的な金融政策を背景に低下し、債券運用によるリターンの確保が難しくなっている。しかしながら、多くの国内機関投資家の運用資産の内訳を見ると、依然として債券の占める割合が最大である。債券投資はポートフォリオの中核という位置づけに変わりはなく、株式運用に比べると従来あまり行われてこなかった債券運用に関する研究の高度化は、ポートフォリオマネジメントにおける重要な課題である。

債券投資に関する典型的な研究は割引債を対象にしているが、中長期の割引債は市場に存在しないため、実務への応用に課題を抱える。一方、市場で取引可能な利付債を対象にした研究は筆者らが知る限り存在しない。利付債を対象にした分析が望まれて久しいが、これまで敬遠されてきたのは、利付債は定期的にクーポン支払がありキャッシュフローが複雑である、起債後間もない銘柄には十分なヒストリカルデータが存在しない、時間の経過に伴い残存期間が短くなる、などの特性から分析が困難なことが背景にある。こうした点は、ポートフォリオを最適化する場面で特に障害となる。本稿では、実際に取引できる利付債を対象にした投資戦略を提案する。

債券運用に関する先行研究のテーマは、債券アービトラージ戦略と債券ポートフォリオ最適化に大別できる。前者は、相対的に割安な資産に投資すると同時に、割高な資産をショートする投資戦略である。様々な手法があるが、ロングとショートのポジションを適切に組み合わせることによって、ミスプライシングの解消に伴う利益を狙う点は共通している。債券アービトラージ戦略の先行研究としては、確率金利モデルを利用した四塚 [21], Duarte et al.[3], Bali et al.[1], 島井 [17] などが挙げられる。Duarte et al.[3], Bali et al.[1] ではミス

ワップ市場、島井 [17] では円スワップ市場を運用対象にしている。

もう一方のテーマである債券ポートフォリオ最適化に関する研究には、Korn and Koziol [13], Puhle [16], Caldeira et al. [2], 島井・牧本 [18] などがある。Korn and Koziol [13] では線形3ファクター確率金利モデル、Caldeira et al. [2] ではネルソン・シーゲルモデルなどのファクターモデル、島井・牧本 [18] では時系列モデルと確率金利モデルにより将来リターンの分布を導出し、ゼロクーポンイールド（以下、ゼロイールド）を対象に最適化のバックテストを行っている。

ゼロイールドを債券ポートフォリオ最適化の対象とする場合、長期のゼロイールドは市場に存在しないため、利付債から推定する必要がある。代表的な推定法には、割引関数を区分多項式でモデル化する区分多項式法として McCulloch [14] や Steeley [19], ゼロイールドや瞬間フォワードレートに特定の関数形を仮定する方法として Nelson and Siegel [15], Svensson [20] などがある。Korn and Koziol [13] ではドイツ国債を対象に、ドイツ連邦銀行によって Svensson [20] の手法で推定されたゼロイールドデータを使用している。Caldeira et al. [2] では、Jungbacker et al. [9] 及び Gürkaynak et al. [6] によって推定された米国債のゼロイールドデータを使用している。島井・牧本 [18] では本邦国債を対象に、菊池・新谷 [11] の手順に沿って Steeley [19] の手法で推定したゼロイールドデータを使用している。

利付債運用を考えるにあたって、本稿ではゼロイールド推定モデルに基づく理論価格と市場価格との差であるミスプライスに着目する。ミスプライスに関する分析は数少ないが、米国債を対象にした Hu et al. [8], 本邦国債を対象にした源間・稲村 [5], Hattori [7] などが挙げられる。Hu et al. [8], Hattori [7] は、各市場におけるミスプライスから流動性指標を構築した。源間・稲村 [5] では、本邦国債 10 年債を対象に個別銘柄のミスプライスを推定し、その変動要因を考察している*。

本稿では、まず Steeley [19] の方法で日本の固定利付国債（2, 5, 10, 20, 30 年債）の価格データを用いて 2003 年 1 月から 2018 年 12 月までのゼロイールドを推定し、そこからミスプライスを導出する。その上でミスプライスの統計的性質をさまざまな角度から分析し、ミスプライスには概ねゼロに平均回帰する性質があること、債券種類毎、残存期間毎に特徴が異なることを見出す。

次に、そうしたミスプライスの性質を前提に利付債と割引債のリターンの差異を分析する。こうした分析の背景には、割引債を用いた投資戦略を実際に売買できる利付債によって複製したいという動機がある。そのため本稿では、割引債をベンチマークとみなし、それに対してベンチマーク運用する方法を提案する。パッシブ運用の観点では割引債にマコーレー・デュレーション（以下、デュレーション）が最も近い利付債に投資するマッチ型、一定レンジ内の利付債に均等投資する平準型の 2 タイプ、アクティブ運用の観点ではミスプライスの最割安、最割高な利付債に投資する割安型、割高型の 2 タイプの選択方法を採用する。2006 年 1 月から 2018 年 12 月までの 13 年間のデータでバックテストを行い、平準型によるトラッキングエラー（以下、TE）最小化、割安型の他スキームに対するオーバーパフォームなどの結果を得る†。

さらに利付債券のポートフォリオ運用という観点から、債券ポートフォリオとしてのベン

*源間・稲村 [5] では、本稿でミスプライスと名付けた市場価格と理論価格の差を、相対価格差（個別プレミアム）と呼んでいる。

†トラッキングエラーは、アクティブ運用あるいはパッシブ運用におけるポートフォリオのベンチマークからの乖離度合いを測るリスク尺度であり、ポートフォリオのリターンとベンチマークのリターンの差異の年率標準偏差で測定する。

チマーク運用および絶対収益型運用についても分析を行う。ベンチマーク運用では、典型的な最適化手法である期待効用最大化によりベンチマークとなる割引債の最適ポートフォリオを生成し、提案した4種類の利付債選択方法のパフォーマンスを比較する。また、絶対収益型運用では、ミスプライスの解消にベットする債券アービトラージ戦略を取り上げ、割安型をロング、割高型をショートする取引のパフォーマンスを考察する。実証分析の結果、パッシブ運用の観点からは、デュレーションが短めのポートフォリオを中心にマッチ型、平準型が有効であること、またアクティブ運用の観点からは、デュレーションが短めのポートフォリオを中心に割安型が有効であることが分かった。また、絶対収益型運用では、債券先物取引で受渡の対象となる7年ゾーンにおけるロングショート取引のパフォーマンスが良好であることを確認した。

本稿の構成は以下の通りである。2節ではゼロイールドの推定方法を概説する。3節ではミスプライスの統計的性質について説明する。4節では利付債と割引債のリターンの差異を分析する。5節では利付債のポートフォリオ運用について考察する。6節では全体を総括する。

2. ゼロイールドデータ

ゼロイールドの推定には様々な方法が提案されているが、本邦国債データに対する比較分析を行った菊池・新谷 [11]、菊池 [10] では、Steeley [19] の方法の妥当性が高いとの結果が得られているため、本稿でもそれを採用した。

2.1. Steeley [19] の推定法

Steeley [19] は、割引関数 $Z(t)$ を区分多項式関数の線形結合として

$$Z(t) = \sum_{k=-3}^{K-1} B(k, t) \alpha_k \quad (2.1)$$

で表現する。 $B(k, t)$ は、節点を $u_{-3} < u_{-2} < \dots < u_{K+3}$ とする B スプライン関数で、

$$B_1(k, t) = \begin{cases} 1, & u_k \leq t < u_{k+1} \\ 0, & \text{それ以外} \end{cases}$$

から始めて、 $D \geq 2$ に対しては

$$B_D(k, t) = \frac{u_{D+k} - t}{u_{D+k} - u_{k+1}} B_{D-1}(k+1, t) + \frac{t - u_k}{u_{D+k-1} - u_k} B_{D-1}(k, t)$$

で再帰的に定義される。 Steeley [19] では、 $D = 4$ に対する 3 次 B スプライン関数により $B(k, t) = B_4(k, t)$ で与える。

割引率 $Z(t)$ を所与とすると、キャッシュフロー系列（クーポン及び元本）が c_1, \dots, c_N 、キャッシュフローの発生時点が t_1, \dots, t_N である利付債 i の理論利含み価格 \bar{Q}_i は

$$\bar{Q}_i = \sum_{n=1}^N c_n Z(t_n) = \sum_{k=-3}^{K-1} \left(\sum_{n=1}^N c_n B(k, t_n) \right) \alpha_k \quad (2.2)$$

で与えられる。利付債 i の利含み価格の観測値を \bar{P}_i とすると、割引関数の係数 $\alpha_{-3}, \dots, \alpha_{K-1}$ は、すべての利付債価格のずれの二乗和 $\sum_i (\bar{P}_i - \bar{Q}_i)^2$ を最小化するように定められる。な

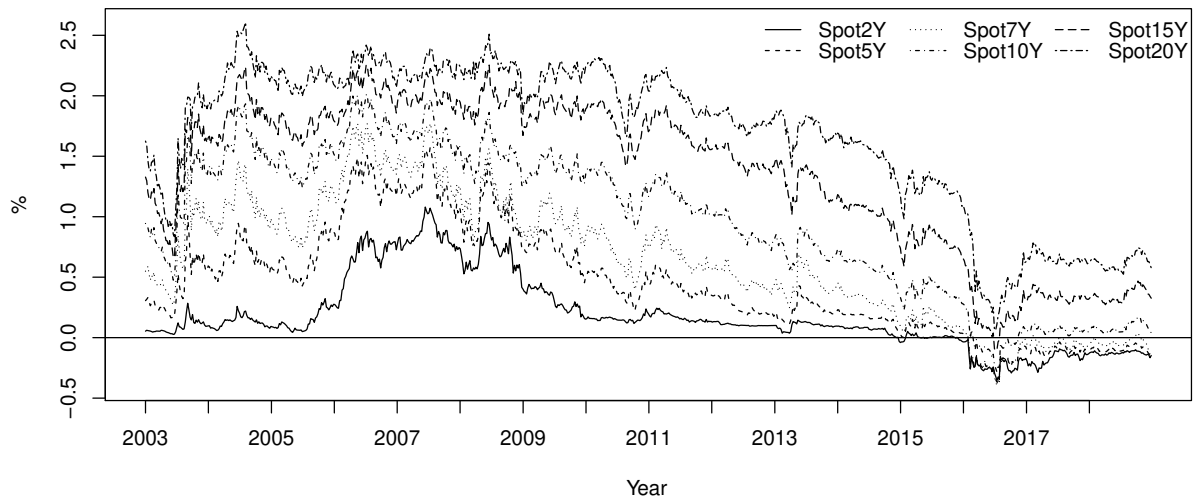


図 1: ゼロイールドの推移

お $Z(0) = 1$ より

$$\sum_{k=-3}^{K-1} B(k, 0)\alpha_k = 1 \quad (2.3)$$

が成り立つので, (2.3) 式の制約付き最小化となる. 詳細は菊池・新谷 [11] を参照されたい.

2.2. 推定結果

Steeley[19], 菊池・新谷 [11] に基づき, 推定時点で発行されている日本の固定利付国債 (2, 5, 10, 20, 30 年債) の価格データを用いてゼロイールドを推定する. 価格データは, 日本証券業協会が公表する公社債店頭売買参考統計値を利用する[‡]. 使用したデータ期間は, 最適化モデル推定及びバックテストをあわせて 2003 年 1 月から 2018 年 12 月である. 節点は菊池・新谷 [11] と同様に -3 年から 1 年刻みで 33 年までとした[§]. 推定した $Z(t)$ から求めた各残存期間のゼロイールドを図 1 に示す. 次節では, この推定結果に基づいてミスプライスの性質を調べる.

3. ミスプライスの統計的性質

本稿では, 2 節で紹介した Steeley[19] の方法で算出した利付債価格を理論価格と考え, 市場価格との差である $\bar{P}_i - \bar{Q}_i$ をミスプライスと定める. ミスプライスに関する先行研究としては, 本邦国債を対象にした源間・稲村 [5] が挙げられる. 源間・稲村 [5] では, ミスプライスの変動要因を複数の外生的な説明変数に基づき考察しているが, 本稿では債券価格データのみを使用してミスプライスの統計的性質をさまざまな角度から分析し, ミスプライス

[‡] 公社債の店頭取引における市場実勢レート. 2002 年 8 月より公表されており日本証券業協会のホームページより取得可能.

[§] 節点の数を増やすと (減らすと), ミスプライスは縮小 (拡大) するが, その反面イールドカーブはいびつ (滑らか) になる (Eom et al.[4]). こうしたトレードオフの関係から節点の設定に理論的な正解はないが, Steeley[19] は 5 年刻み, Eom et al.[4] は 2 年刻み, 菊池・新谷 [11] は 1 年刻みを採用している. 本稿の分析では, 一定程度イールドカーブの滑らかさを保てる範囲でミスプライスが小さくなるように, 上記先行研究の中で最も短い 1 年刻みの設定を採用した.

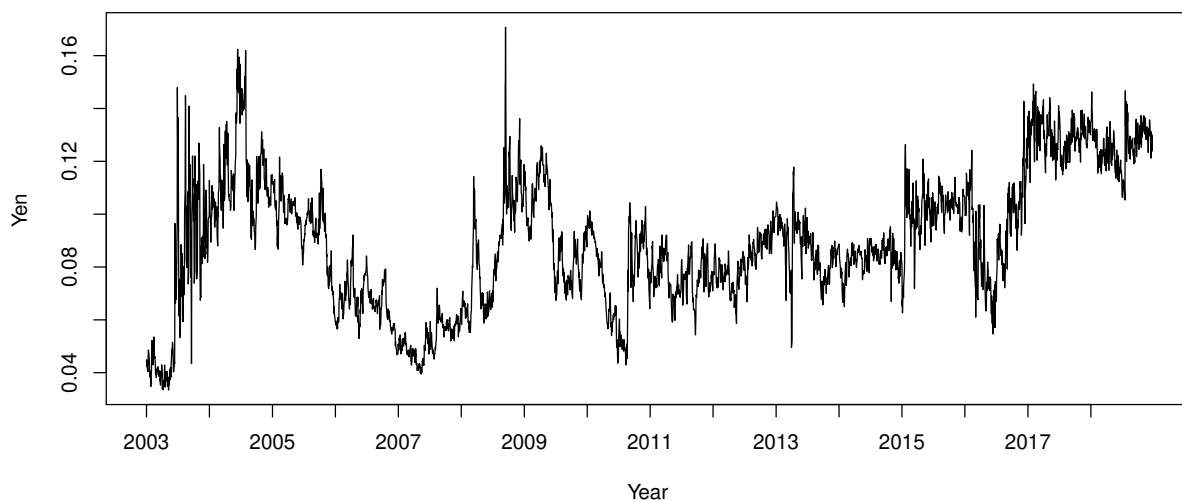


図 2: RMSE の推移

には概ねゼロに平均回帰する性質があること、残存期間毎、債券種類毎にミスプライスの特徴が異なることを見出す¹。また、分位ポートフォリオ毎にミスプライスの収束状況を比較し、1分位（最も水準の低い銘柄群）、4分位（最も水準の高い銘柄群）の平均回帰性が強いことも確認する。

3.1. RMSE の時系列推移

時点 t における利付債 i の残存期間を τ_i とし、(2.2) 式で定まる利含み価格の理論値を $\bar{Q}_i(t, \tau_i)$ 、観測値を $\bar{P}_i(t, \tau_i)$ で表す。以下では、ミスプライスの推移を理論価格と観測価格の RMSE（平均平方二乗誤差）

$$\sqrt{\frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} (\bar{P}_i(t, \tau_i) - \bar{Q}_i(t, \tau_i))^2} \quad (3.1)$$

を確認する。 N_t は時点 t における銘柄数である。

図 2 は 2003 年 1 月から 2018 年 12 月までの RMSE の時系列推移である。RMSE は一定ではなく、市場のイベント等の要因で変動している。代表的には、2003 年 6 月の VaR ショック、2008 年 3 月のベアスターンズショック、2008 年 9 月のリーマンショックのタイミングで拡大している。なお、リーマンショック時の拡大は源間・稲村 [5] でも報告されている。また、ここ数年の金融政策の変更時に RMSE が大きく上昇していることが見て取れる。例えば、2013 年 4 月の QQE（量的・質的金融緩和政策）、2014 年 10 月の QQE2、2016 年 1 月のマイナス金利付き QQE、2016 年 9 月の長短金利操作付き QQE の導入決定を受け、ミスプライスが拡大した可能性が考えられる。

次に、時点を区切ってクロスセクションデータを概観する。図 3 は対象期間で RMSE が最大となった 2008 年 9 月 19 日の、残存期間に応じた全銘柄のミスプライスの水準である。2 年債 24 銘柄、5 年債 42 銘柄、10 年債 89 銘柄、20 年債 95 銘柄、30 年債 28 銘柄の計 278

¹債券の満期は時間の経過とともに短くなるため、本稿では起債時の満期による債券の分類を「債券種類」（2 年債など）、銘柄ごとの各時点での残存満期を「残存期間」と呼んで区別する。

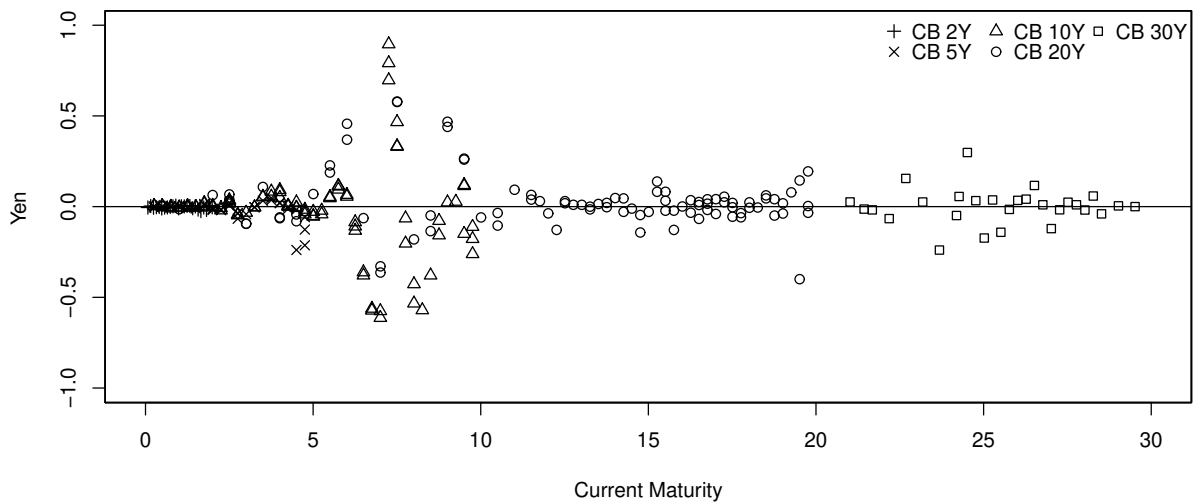


図 3: ミスプライスの期間構造 (2008 年 9 月 19 日)

銘柄から構成される。残存期間 5 年以内では価格差は概ね ± 0.1 円以内に収まっているが、5~10 年では価格差は拡大し ± 1.0 円程度となる。10 年超ではそれより縮小し、価格差は最大 ± 0.5 円程度である。図 4 は、逆に RMSE が最小となった 2003 年 5 月 14 日のデータであり 2 年債 24 銘柄、5 年債 25 銘柄、10 年債 88 銘柄、20 年債 59 銘柄、30 年債 9 銘柄の計 205 銘柄から構成される。全残存期間を通して価格差は概ね ± 0.1 円以内に収まっている。このように、ミスプライスの水準や形状は時点によって大きく様相を異にすることがわかる。

3.2. ミスプライスの基本統計量

債券種類毎のミスプライスに対する統計分析の結果を表 1 に示す。分析対象は、2006 年 1 月から 2018 年 12 月の間に日次で 250 データ (約 1 年に相当) 以上存在する全ての固定利付国債であり、2, 5, 10, 20, 30 年国債それぞれ 197, 133, 186, 160, 56 銘柄が該当する。個々の銘柄ごとに期間中のミスプライスの平均、標準偏差、歪度、超過尖度を計算し、債券種類毎に構成銘柄の統計値を平均したものが表中の値である。また債券種類毎に ADF 検定と PP 検定で、有意水準 5% で単位根であるという帰無仮説を棄却できる銘柄数の割合 (「定常率」と定義) を調べる。加えて、時系列的な性質、特に平均回帰性を確認するため、ADF 検定と PP 検定の両方で「定常」と判定された銘柄については、自己相関 (ラグ 1, 6, 12)、及び AR(1) モデルに当てはめた場合の半減期や決定係数も算出した¹⁾。それらについても表中の値は債券種類毎に上記条件を満たした銘柄の平均値である。

平均は 2 年債と 5 年債ではゼロであり、長期的、平均的にはミスプライスは解消していると読み取れる。10 年債、20 年債は 0.02 円、0.04 円と若干割高、30 年債は -0.03 円と若干割安である。標準偏差は年限が長くなるに連れて拡大している。歪度は 2 年債、10 年債はプラスであるが 5 年債、20 年債、30 年債はマイナスであり、債券種類間でバラツキがある。超過尖度はどの年限も正、特に 5 年債、10 年債、20 年債のプラス幅が大きい。正規分布より裾が長いということであり、通常は平均の近くで推移しており、突発的な事象があると大

¹⁾ AR(1) 過程 $x_{t+1} = c + ax_t + \epsilon_{t+1}$ の半減期は、 a が正の場合、 $a^n = 0.5$ を解いて $n = \log(0.5)/\log(a)$ で定める。なお、分析対象銘柄の a は 0.36 から 0.99 のレンジ内であった。

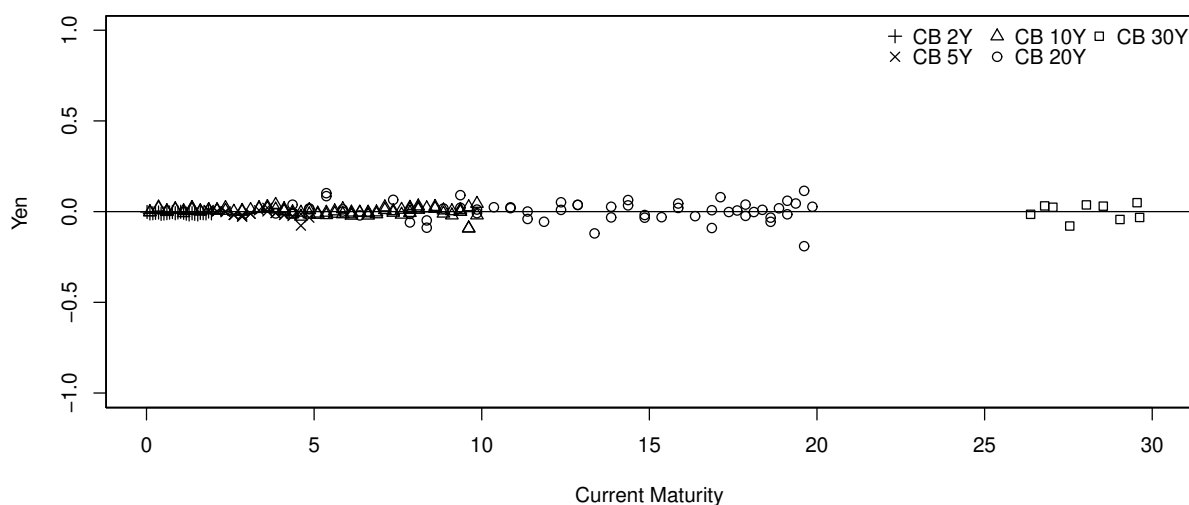


図 4: ミスプライスの期間構造 (2003 年 5 月 14 日)

表 1: 債券種類毎のミスプライスの基本統計量

債券種類	銘柄数	平均残存 期間 [年]	平均 [円]	標準偏差 [円]	歪度	超過尖度	定常率 [%]		自己相関			AR(1)	
							ADF	PP	1	6	12	半減期 [日]	R ²
2 年債	197	1.0	0.00	0.01	0.07	0.84	67	97	0.68	0.46	0.32	2	0.49
5 年債	133	2.5	0.00	0.02	-0.57	2.80	77	90	0.88	0.70	0.58	8	0.78
10 年債	186	4.6	0.02	0.04	0.65	3.17	81	99	0.94	0.80	0.71	18	0.89
20 年債	160	12.3	0.04	0.07	-0.19	3.00	87	99	0.96	0.83	0.74	28	0.93
30 年債	56	24.9	-0.03	0.10	-0.43	0.32	57	79	0.93	0.76	0.68	29	0.87

大きく動くことを示している。全債券種類の定常率は ADF 検定で平均 80%弱、PP 検定では平均 95%となっており、ほとんどの銘柄で定常性が認められる。ただし、債券種類毎では、30 年債でそれぞれ 57%、79%であり、20 年超の残存期間を含むと若干低水準になることがわかる。自己相関は、全てのラグで年限が長くなるにつれて上昇する傾向があり、正の相関が高く持続的になっている。半減期も年限が長くなるにつれて長期化している。

次に分析の断面を変え、残存期間毎にミスプライスの推移の分布を確認する。残存期間 30 年までを 3 か月 (0.25 年) 毎に区切り、各区間に入る全ての銘柄のミスプライスの平均値を算出する。2006 年 1 月から 2018 年 12 月まで 1 日ごとに算出した平均値データの箱ひげ図が図 5 である。ほとんどの残存期間で、中央値は概ねゼロ近傍で推移している上、箱の長さ (第 3 四分位 - 第 1 四分位) は全体の長さに対して短いため、ミスプライスは長期的には解消する傾向が見て取れる。ただし、中央値では 20 年前後のみやや歪みが生じており、期間 20 年が +0.1 円、20.25 年が -0.2 円、20.5 年が -0.1 円となっている。また、各箱ひげ図のひげの長さは残存期間の長期化に伴って徐々に拡大し、20.25 年でピークに達し、その後は横ばいから若干の縮小へ転じる。これらは、投資家からの 20 年債のカレント銘柄への需要が多い一方、その分、それより少し長い期間への需要が乏しいことが背景にあると思われる。

一方で外れ値は、残存期間 7~8 年前後、26 年以降に多く見られる。この背景として、7~8 年前後は債券先物取引の受渡適格銘柄であり、債券先物市場の影響を受けていること、26 年以降は、銘柄数が少なくトラックレコードも相対的に短いため価格が安定的でないこと、

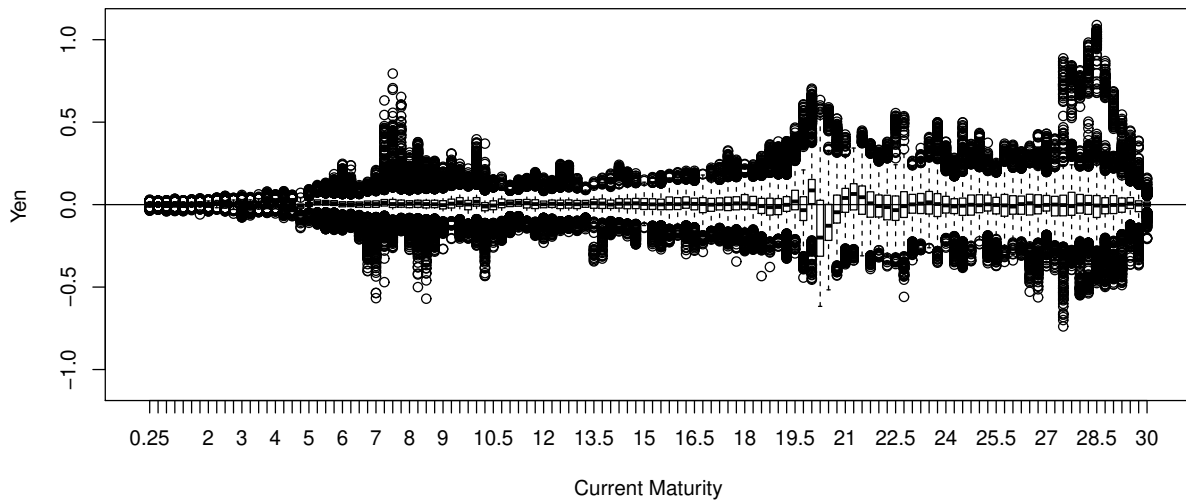


図 5: ミスプライスの残存期間毎の箱ひげ図

などが考えられる。

3.3. 分位ポートフォリオ分析

3.2節で観察されたミスプライスの平均回帰性を確認するため、分位ポートフォリオによる分析を行う。残存期間に応じてミスプライスの挙動は異なるため、まず、分析時点の全銘柄を残存期間に応じて、短期（2–5年）、中期（5–10年）、長期（10–17年）、超長期（17–30年）の各ユニバースに分割する。次に、ユニバース毎にミスプライスの水準で4分位に銘柄を分類し、等ウェイトポートフォリオを構築する。1年後に各分位のミスプライスの水準を比較することで、平均回帰性の強さを調べることができる。分析期間は2006年1月から2018年12月で、各年の年初に等ウェイトポートフォリオを構築し、年末にミスプライスを計測する、という操作を13年間繰り返す。結果を表2に示す。「開始」、「終了」はそれぞれ年初（ポートフォリオ構築時）および年末のミスプライスの値であり、13年間の平均である。平均回帰幅、平均回帰率はそれぞれ、ミスプライスの絶対値の変化幅、その変化幅を開始時のミスプライスの絶対値で除した値を表している。

開始時の水準では、全分位において、残存期間が長期化するにつれてミスプライスは拡大している。2分位、3分位では±1bp未満から±4bpへの拡大といずれも低水準であるが、1分位、4分位では±3bp未満から±18bpへと大きく拡大している。平均回帰幅では、一部の微小なプラスを除き全残存期間、全分位でマイナスであり、平均回帰的な挙動が見て取れる。全てのユニバースで共通するのは1, 4分位が、2, 3分位と比較して平均回帰幅が大きい点であり、理論価格からの乖離が大きい銘柄ほど、その理論価格へ回帰する性質を持つことがわかる。開始時で既にミスプライスが小さい2, 3分位では、平均回帰幅の多くが1bp以内と低水準であるが、1, 4分位では、短期、長期、中期及び超長期の順に、2bp程度から5～8bpへと拡大している。一方で1, 4分位の平均回帰率では、残存期間の長期化に伴い90%前後から30%前後へと縮小する。こうした違いは、前項で確かめた、残存期間に比例して長くなる半減期の性質に由来していると考えられる。

上記の分析ではミスプライスの変化を1月から12月までの1年間で計測しているが、結

表 2: ミスプライスの変化 (2006 年 1 月 ~)

	開始 [bp]	終了 [bp]	平均回帰幅 [bp]	平均回帰率 [%]
短期 (2~5 年)				
1 低	-2.8	-0.2	-2.6	-93
2	-0.2	0.1	-0.1	-47
3	0.9	0.4	-0.5	-55
4 高	2.8	0.5	-2.3	-82
中期 (5~10 年)				
1 低	-7.9	-1.3	-6.7	-84
2	-0.6	-0.5	-0.1	-21
3	2.5	1.3	-1.3	-50
4 高	7.4	1.7	-5.7	-77
長期 (10~17 年)				
1 低	-8.6	-4.1	-4.5	-52
2	-1.2	-1.6	0.4	35
3	2.2	1.3	-1.0	-43
4 高	8.1	3.3	-4.8	-60
超長期 (17~30 年)				
1 低	-18.4	-13.8	-4.6	-25
2	-3.1	-3.7	0.6	21
3	3.9	1.7	-2.2	-56
4 高	18.3	10.4	-7.9	-43

表 3: ミスプライスの変化 (2005 年 7 月 ~)

	開始 [bp]	終了 [bp]	平均回帰幅 [bp]	平均回帰率 [%]
短期 (2~5 年)				
1 低	-2.8	0.0	-2.8	-99
2	-0.2	0.2	0.0	15
3	0.9	0.2	-0.7	-81
4 高	2.8	0.7	-2.1	-75
中期 (5~10 年)				
1 低	-7.3	-0.6	-6.7	-92
2	-0.7	1.1	0.4	55
3	2.5	1.0	-1.5	-59
4 高	6.9	-0.6	-6.2	-91
長期 (10~17 年)				
1 低	-7.9	-3.9	-4.0	-50
2	-1.2	-0.9	-0.3	-28
3	2.1	0.4	-1.7	-81
4 高	7.8	3.7	-4.1	-52
超長期 (17~30 年)				
1 低	-17.7	-14.0	-3.6	-21
2	-3.5	-3.4	-0.1	-3
3	3.7	0.5	-3.1	-86
4 高	17.8	12.5	-5.3	-30

果の頑健性を確認するため、期間を半年間前倒しして7月から6月までの1年間で計測し、同様の分析を行った（分析期間は2005年7月から2018年6月）。結果を表3に示す。表2との対比では、数値の水準は異なるものの得られる示唆に差異はない。

4. 利付債と割引債のリターンの差異分析

債券投資のポートフォリオ最適化に関する研究の多くは、利付債ではなく割引債を投資対象にしている（Korn and Koziol[13], Caldeira et al.[2], 島井・牧本 [18]）。その理由は、利付債を投資対象とする最適化に以下のような課題があるためである。一点目は、利付債は定期的にクーポン支払がありキャッシュフローが複雑なため、最適化には適さない。二点目は、起債後間もない銘柄には、最適化に要するヒストリカルデータが十分に存在しない場合がある。三点目は、利付債は時間の経過に伴い残存期間が短くなるため、仮に十分なデータが入手できたとしても、それらは完全に同質ではない。

割引債を対象としてポートフォリオ最適化を行う場合、実運用では利付債が投資対象となるため、ポートフォリオを組成する銘柄をどのように選択すればよいかという問題が生じる。実務的には、このような状況下では割引債をベンチマークとみなし、これに対するベンチマーク運用であるパッシブ運用とアクティブ運用の2つの運用方針が考えられる。パッシブ運用では、利付債のリターンがベンチマークのリターンに近くなるように利付債を選択する。これに対し、アクティブ運用ではベンチマークに対する超過リターンの獲得を目指す。割引債を対象に最適化を行ったとしても、利付債には3節で観察したようなミスプライスの性質があるため、そうした性質を利用することで超過リターンを得られる可能性がある。本節では、利付債を選択するための4つの方法を提案し、パッシブ運用とアクティブ運用それぞれにおける各選択方法のパフォーマンスを比較する。

4.1. 利付債の選択方法

パッシブ運用において割引債に特性に近い利付債を選択する場合は、残存期間よりも価格感応度であるデュレーションを基準にする方が適切と考えられる**。一方、アクティブ運用の

**島井・牧本 [18] では、実証分析における割引債投資を正当化するべく、割引債と、それにデュレーションが最も近い利付債のリターンを比較し、*t* 検定によって両者の差異が軽微であることを確認している。

観点からは、ミスプライスも含めた債券の割安、割高が選択基準として有用と考えられる。そのため、本節および5節では、以下の4種類の利付債選択基準を設ける。

- マッチ型 (Matched Duration type, 以下, MA)
デュレーションが割引債に最も近い利付債を選択 (1銘柄)
- 平準型 (Diversified type, 以下, DI)
割引債とのデュレーションの差が一定範囲内 (± 0.5 年) の利付債すべてを選択 (均等投資)
- 割安型 (Undervalued type, 以下, UV) 割引債とのデュレーションの差が一定範囲内 (± 0.5 年) で、かつ最も割安な利付債を選択 (1銘柄)
- 割高型 (Overvalued type, 以下, OV) 割引債とのデュレーションの差が一定範囲内 (± 0.5 年) で、かつ最も割高な利付債を選択 (1銘柄)

なお割安 (割高) かどうかは、利含みの観測価格と理論価格の差 $\bar{P}_i - \bar{Q}_i$ (ミスプライス) が負 (正) かどうかで判断する。4種類のうち、マッチ型と平準型はパッシブ運用、割安型と割高型はアクティブ運用を念頭においた選択方法である。

4.2. 実証分析

本項では、利付債や割引債、ミスプライスのリターンを定義した上で、運用パフォーマンスを比較するための評価指標を説明する。なお以下では、利付債の理論利含み価格を (2.2) 式で定める。割引債の理論価格も、利払いを0として同様に (2.2) 式で計算する。

時点 t において残存期間が τ の利付債 i の理論利含み価格を $\bar{Q}_i(t, \tau)$ で表す。この利付債の t 以前の最後の利払時点を t_0 、 t 以降の最初の利払時点を t_1 、年率クーポンレートを c とすると、理論裸価格は

$$Q_i(t, \tau) = \bar{Q}_i(t, \tau) - \frac{(t - t_0)c}{t_1 - t_0} \quad (4.1)$$

で計算される。この利付債 i の観測裸価格を $P_i(t, \tau)$ で表し、 h 年後のリターンを

$$r_{i,\tau,t,h}^{\text{obs}} = \frac{P_i(t+h, \tau-h) - P_i(t, \tau)}{P_i(t, \tau)} + hc \quad (4.2)$$

で定める^{††}。また、ミスプライスを $M_i(t, \tau) = P_i(t, \tau) - Q_i(t, \tau)$ で定義し^{†††}、観測されるリターンを理論価格のリターン r^{th} とミスプライスのリターン r^{mis} に分解して

$$r_{i,\tau,t,h}^{\text{th}} = \frac{Q_i(t+h, \tau-h) - Q_i(t, \tau)}{P_i(t, \tau)} + hc \quad (4.3)$$

$$r_{i,\tau,t,h}^{\text{mis}} = \frac{M_i(t+h, \tau-h) - M_i(t, \tau)}{P_i(t, \tau)} \quad (4.4)$$

で定める。最後に、時点 t において残存期間が τ の割引債の理論価格を $Q_0(t, \tau)$ で表し、 h 年後のリターンを

$$r_{\tau,t,h}^{\text{zc}} = \frac{Q_0(t+h, \tau) - Q_0(t, \tau)}{Q_0(t, \tau)} \quad (4.5)$$

^{††} 実際の利付債取引におけるキャッシュフローは、経過利子を含んだ利含み価格で売買し、保有期間中は半年に一度クーポン支払いがある。こうした仕組みは、保有期間中に投資家はクーポン収入を日割りで受け取ることを意味しており、式 (4.2) のように定式化するのが合理的である。

^{†††} 観測裸価格 $P_i(t, \tau)$ と観測利含み価格 $\bar{P}_i(t, \tau)$ の間にも (4.1) 式と同じ関係が成り立つので、 $M_i(t, \tau) = \bar{P}_i(t, \tau) - \bar{Q}_i(t, \tau)$ となる。

とする。

本節の主な目的は利付債と割引債のリターンの差異の分析であることから、まず両者の差を測る指標を定める。ある一定期間で計測された利付債のリターン式 (4.2) の系列を r^{obs} 、割引債のリターン式 (4.5) の系列を r^{zc} とし、両者の差の標本分散を

$$V(r^{obs} - r^{zc}) = V(r^{th} - r^{zc}) + 2Cov(r^{th} - r^{zc}, r^{mis}) + V(r^{mis}) \quad (4.6)$$

とする。 $\sigma(r^{obs} - r^{zc}) = \sqrt{V(r^{obs} - r^{zc})}$ は実務においてトラッキングエラー (TE) と呼ばれる指標で、パッシブ運用の観点からは $\sigma(r^{obs} - r^{zc})$ が小さくなる利付債の選択が好ましい。次に、利付債リターンと割引債リターンの差を理論価格とミスプライスに分解して考察するため、TE を分散比に基づいて配分する指標

$$\gamma(r^{th} - r^{zc}) = \frac{V(r^{th} - r^{zc}) + Cov(r^{th} - r^{zc}, r^{mis})}{V(r^{obs} - r^{zc})} \sigma(r^{obs} - r^{zc}) \quad (4.7)$$

$$\gamma(r^{mis}) = \frac{V(r^{mis}) + Cov(r^{th} - r^{zc}, r^{mis})}{V(r^{obs} - r^{zc})} \sigma(r^{obs} - r^{zc}) \quad (4.8)$$

を定め、これを寄与度と考える^{§§}。ここで r^{th} と r^{mis} は、同じデータ期間の理論価格のリターン (4.3) 式とミスプライスのリターン (4.4) 式の各系列である。

以下では、パッシブ運用を念頭においた DI, MA とアクティブ運用を念頭においた UV, OV の 4 種類の選択方法に対して、利付債と割引債のリターンの差異を分析する。分析期間は 2006 年 1 月から 2018 年 12 月までの 13 年間、投資対象資産の残存期間は、イールドカーブ上の代表的な年限として 2, 5, 7, 10, 15, 20 年の 6 種類を設定した。ただし、株式と異なり債券では時間の進行に伴って残存期間が短くなるため、投資対象の債券は 1 年ごとに更新する^{¶¶}。具体的には、13 年間で 1 年 (52 週) ずつに区切り、年初に各残存期間の割引債に対して 4 種類の方法で利付債を選択し、1 年間保有したものと年末に割引債と利付債のリターンを評価する、というサイクルを 13 回繰り返す。

分析結果をまとめたものが表 4 である。1 列目は 6 種類の年限で「AVG」はそれらの平均、2 列目は利付債の選択方法を示す。3 列目以降は、(4.2) 式の利付債リターン、(4.5) 式の割引債リターン、および両者のリターン差の基本統計量 (平均、標準偏差、デュレーション) であり、全て 1 年ごとに 52 週の週次データから算出し、13 年間の平均を計算している。利付債リターンは、さらに (4.3) 式の理論値と (4.4) 式のミスプライスに分解し、両者の相関 ($\rho_{r^{th}, r^{mis}}$) も計算した。利付債 - 割引債の「TE」は $\sigma(r^{obs} - r^{zc})$ の値、「理論値」と「ミスプライス」はそれぞれ (4.7) 式と (4.8) 式で計算した寄与度である。

「利付債」の「相関」に関して、AVG では UV は正相関、OV は逆相関、DI はほぼ無相関という特徴がある。利付債リターンは「理論値」と「ミスプライス」の合計であることから、「相関」が正相関なら利付債リターンの「標準偏差」の増大、逆相関もしくはほぼ無相関ならその低減に結び付く。AVG では相関 0.15 の UV が標準偏差 3.09% と最も高く、相関 -0.09 の OV が標準偏差 3.00% と最も低い。UV は追加的なリターン獲得には適しているが、正相関ゆえに標準偏差が上昇する傾向にあり、OV はリターンを放棄する代わりに標準偏差を低められる。

^{§§}分析計算より、 $r^{th} - r^{zc}$ と r^{mis} の相関は低く、(4.6) 式において $Cov(r^{th} - r^{zc}, r^{mis})$ の $V(r^{obs} - r^{zc})$ に対する割合は平均的に 1.4% と小さいことが確認されている。そのため、(4.7) 式と (4.8) で $Cov(r^{th} - r^{zc}, r^{mis})$ を按分する際には、単純に等分とした。

^{¶¶}例えば、年初に残存期間 2 年であった債券は 1 年後に残存期間 1 年となるため、1 年間はその債券を投資対象とするが、次の年初にはその債券に代えて新たに残存期間 2 年の債券を投資対象とする。

表 4: 利付債と割引債のリターンの差異

年限	タイプ	利付債					割引債			利付債 - 割引債			
		平均 [%]	理論値 [%]	ミスプライ ス [%]	相関	標準偏差 [%]	平均 D [年]	平均 [%]	標準偏差 [%]	平均 D [年]	TE [%]	理論値 [%]	ミスプライ ス [%]
2y	MA	0.27	0.27	0.00	-0.09	0.23	1.47	0.27	0.24	1.50	0.04	0.00	0.04
	DI	0.28	0.28	0.00	-0.07	0.24	1.50	0.27	0.24	1.50	0.02	0.02	0.00
	UV	0.31	0.30	0.02	-0.04	0.28	1.64	0.27	0.24	1.50	0.11	0.08	0.03
	OV	0.25	0.26	-0.02	-0.01	0.22	1.45	0.27	0.24	1.50	0.09	0.04	0.05
5y	MA	1.01	1.02	-0.01	-0.16	1.25	4.54	1.00	1.23	4.50	0.12	0.03	0.09
	DI	1.01	1.01	0.00	0.08	1.24	4.51	1.00	1.23	4.50	0.06	0.06	0.01
	UV	1.02	0.96	0.07	0.11	1.26	4.53	1.00	1.23	4.50	0.22	0.13	0.09
	OV	0.96	1.03	-0.06	0.16	1.30	4.55	1.00	1.23	4.50	0.21	0.11	0.10
7y	MA	1.81	1.84	-0.03	-0.10	2.30	6.55	1.75	2.24	6.50	0.24	0.12	0.12
	DI	1.82	1.83	-0.01	-0.09	2.27	6.54	1.75	2.24	6.50	0.18	0.17	0.01
	UV	1.95	1.90	0.06	0.22	2.34	6.58	1.75	2.24	6.50	0.34	0.22	0.11
	OV	1.69	1.80	-0.11	-0.04	2.29	6.53	1.75	2.24	6.50	0.26	0.14	0.12
10y	MA	2.64	2.66	-0.02	0.01	3.00	9.59	2.76	3.05	9.50	0.56	0.51	0.04
	DI	2.60	2.63	-0.03	-0.07	2.99	9.61	2.76	3.05	9.50	0.52	0.51	0.01
	UV	2.67	2.65	0.02	0.12	3.05	9.67	2.76	3.05	9.50	0.62	0.54	0.08
	OV	2.57	2.64	-0.07	-0.26	2.91	9.55	2.76	3.05	9.50	0.49	0.31	0.18
15y	MA	3.89	3.90	0.00	0.03	4.63	14.59	4.15	4.65	14.50	0.92	0.88	0.03
	DI	3.90	3.89	0.01	0.02	4.64	14.63	4.15	4.65	14.50	0.95	0.93	0.01
	UV	4.04	3.95	0.09	0.25	4.78	14.77	4.15	4.65	14.50	1.23	1.04	0.19
	OV	3.85	3.90	-0.05	-0.31	4.58	14.65	4.15	4.65	14.50	0.89	0.86	0.03
20y	MA	4.56	4.56	0.01	0.11	6.76	19.69	5.06	6.50	19.50	1.83	1.79	0.04
	DI	4.58	4.58	0.00	0.05	6.78	19.73	5.06	6.50	19.50	1.80	1.79	0.01
	UV	4.57	4.50	0.07	0.24	6.79	19.71	5.06	6.50	19.50	1.85	1.79	0.06
	OV	4.46	4.51	-0.05	-0.07	6.66	19.70	5.06	6.50	19.50	1.79	1.75	0.03
AVG	MA	2.36	2.37	-0.01	-0.03	3.03	9.41	2.50	2.98	9.33	0.62	0.56	0.06
	DI	2.36	2.37	-0.01	-0.01	3.03	9.42	2.50	2.98	9.33	0.59	0.58	0.01
	UV	2.43	2.38	0.05	0.15	3.09	9.48	2.50	2.98	9.33	0.73	0.63	0.09
	OV	2.30	2.35	-0.06	-0.09	3.00	9.41	2.50	2.98	9.33	0.62	0.53	0.09

● パッシブ運用

まずパッシブ運用の観点から4つの選択手法を比較する。「TE」に関して、AVGではDIが最も低水準であり、それにMA、OVが続き、UVが最も高水準である。年限毎では様相がやや異なり、TEの水準が低いタイプは、2、5、7年ではDI、MAであるが、10、15、20年ではOVである。10、15、20年では「相関」のマイナス幅が大きく、利付債の「標準偏差」が低水準に抑制されたのが要因の一つであろう。また、「理論値」と「ミスプライス」の寄与度に注目すると、比較的短期の年限では「ミスプライス」が相対的に大きく、長期の年限では相対的に小さい。ミスプライスというファクターでは、長期の年限のTEは限定的にしかコントロールできないことがわかる。

「TE」へのミスプライスの寄与度に関して、AVGではUV、OVが0.09%と高く、DIが0.01%と低い。年限毎にみると、UVが0.03%～0.19%、OVが0.03%～0.18%、MAは0.03%～0.12%とばらつきがあるが、DIは0か0.01%と安定的に低い。DIでは、複数銘柄へ投資することによる分散効果によってミスプライス部分の寄与度をゼロ近辺まで低下させられている。一方MAでは、選択基準でミスプライスの水準を考慮していないため、寄与度をDIほど低下させることはできない。ただし「TE」への理論値の寄与度に注目すると、デュレーションをベンチマークに合わせた効果により、全ての年限でMAはDIよりも低水準である。これは、MAにより選択された銘柄のミスプライスが結果的に低水準だった

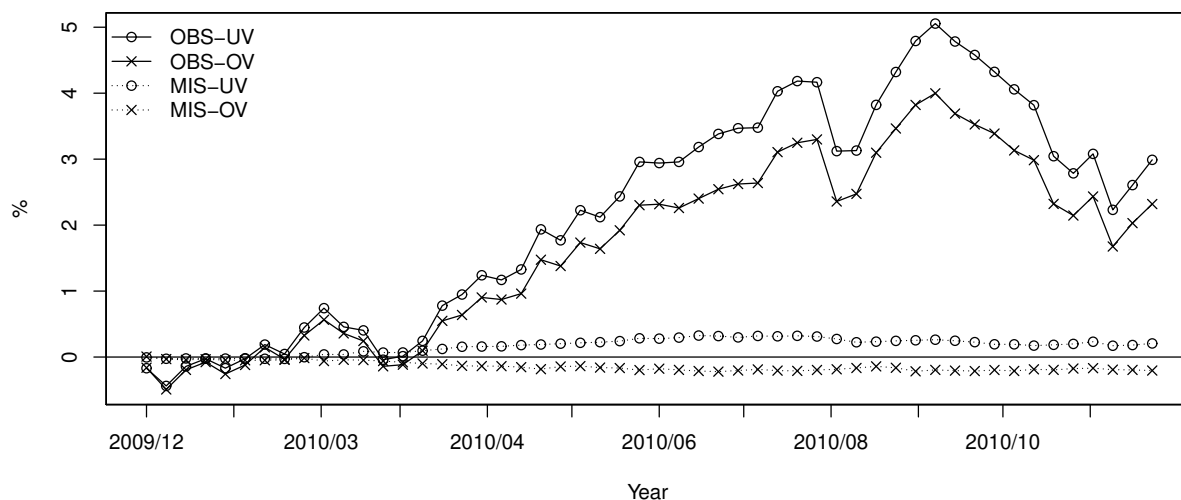


図 6: UV/OU の累積リターンの推移

場合、DI よりも TE を低下させられる可能性を示している。

パッシブ運用の観点で総合的には、短年限を中心に、DI と（ミスプライスの水準次第で）MA により TE を低められ、有効なパッシブ運用が実現できることがわかる。

● アクティブ運用

次にアクティブ運用の観点から 4 つの選択方法を比較する。「利付債」の平均リターンに関して、AVG では UV が最も高く、OV が最も低く、MA, DI は、それらの中間の水準である。これは後述するようにミスプライスの差異を反映している。年限毎でも 20 年を除きこの序列は維持されている。20 年では DI, UV, MA, OV の順に高い。これは、年限が長くなるに連れて、ミスプライスに比べて水準の高い「理論値」部分の影響が大きくなるためである。

「利付債」の平均リターンの「ミスプライス」部分に関して、UV の水準は AVG では 0.05%、年限毎でも 0.02% ~ 0.09% と最も高く、OV の水準は AVG では -0.06%、年限毎でも -0.11% ~ -0.02% と最も低い。MA, DI は、どの年限においても OV と UV の間の水準に収まっている。想定通り、中長期的にミスプライスの解消がリターン向上に寄与していることがわかる。「理論値」の水準次第であるが、基本的に「理論値」と「ミスプライス」の合算である「平均」は「ミスプライス」の差異に連動する。典型的な例として、図 6 に年限 7 年の 2010 年における UV, OV の「平均」(OBS-UV, OBS-OV) と「ミスプライス」(MIS-UV, MIS-OV) の累積の推移をプロットした。ミスプライスでは UV が安定的にプラスなのに対して OV はじりじりマイナスとなっている。

アクティブ運用の観点で総合的には、UV によりベンチマーク対比で超過収益を獲得できることがわかった。一方、ショートポジションが許容される環境下では、マイナスの超過収益を計上している OV も活用できるであろう。

表 5: ミスプライスの相関係数行列

	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10	15	20	
2.0	1.0																			
2.5	-0.1	1.0																		
3.0	0.0	0.0	1.0																	
3.5	0.1	-0.1	0.1	1.0																
4.0	0.0	0.0	-0.1	0.0	1.0															
4.5	-0.1	0.0	0.1	0.0	0.0	1.0														
5.0	0.1	-0.1	0.0	0.0	0.0	-0.1	1.0													
5.5	0.0	0.0	-0.1	0.1	0.1	-0.1	-0.1	1.0												
6.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.1	0.0	-0.1	0.0	1.0											
6.5	0.0	0.1	0.1	0.0	-0.1	0.0	-0.1	0.0	-0.1	1.0										
7.0	0.1	0.0	0.0	0.1	0.1	-0.1	0.1	0.2	0.0	-0.3	1.0									
7.5	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.0	-0.1	0.0	0.0	0.1	-0.1	-0.1	1.0								
8.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	-0.1	0.1	0.1	-0.1	-0.1	0.1	-0.1	1.0							
8.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.1	0.1	0.0	-0.1	0.1	0.0	0.1	1.0						
9.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.2	0.0	0.1	0.1	-0.1	1.0					
9.5	0.0	0.0	0.0	-0.1	-0.1	0.0	0.1	-0.1	-0.1	0.0	-0.1	0.0	0.1	0.1	0.0	1.0				
10	-0.1	0.0	-0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	-0.1	1.0			
15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.1	0.0	0.0	-0.1	0.0	0.0	1.0		
20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.0	0.0	-0.1	0.0	0.0	0.0	1.0	

5. 利付債のポートフォリオ運用

4節では割引債と利付債のリターンの差異を年限ごとに分析したが、本節では利付債のポートフォリオ運用に関して2つの視点で分析を行う。1つ目は、割引債ポートフォリオをベンチマークとみなした場合の利付債ポートフォリオのパフォーマンス分析である。これについては、4節と同様にパッシブとアクティブの2種類の運用方針に対して、利付債の選択方法とパフォーマンスの関係を検証する。2つ目は、ベンチマークとは無関係にリターンを追求する絶対収益型運用である。ここでは、ミスプライスの解消にベットする債券アービトラージ戦略として、利付債の選択方法のうちUVとOVを組み合わせた取引のパフォーマンスを分析する。

債券ポートフォリオ運用では異なる年限の債券リターンの相関が重要となるが、本稿ではさらにミスプライスを考慮しているため、年限ごとのミスプライスの相関もポートフォリオのパフォーマンスに影響する。そのため、分析に入る前に年限間のミスプライス部分の相関を確認しておく。表5は、各年限に対してMAで選択した利付債のリターンのうち、ミスプライス部分の相関係数行列を示している。ミスプライスの週次リターンを(4.4)式で求め、1年ごとに52週分のデータから年限間の相関係数を算出し、13年間の平均を計算している。0.5年しか離れていない隣接する年限を含めてほとんどが±0.1以内に収まっており、極めて低相関と言える***。こうしたミスプライス間の関係を踏まえると、ポートフォリオを組成することでミスプライスによる分散効果が得られる可能性がある。

5.1. ベンチマークに対するポートフォリオ構築

5.1.1. 割引債ポートフォリオ（ベンチマーク）の生成

通常のポートフォリオ運用では、予測モデルを用いて将来の債券リターンの予測値を生成し、その予測値を最適化モデルに入力する。そのため、予測モデルに依存するポートフォリオのリターンを分析する事が多い。しかし、本稿では運用タイプ間の優劣を比較することを目的としており、ゼロイールドの最適化ポートフォリオは所与のベンチマークとして扱うため、そのリターン水準は分析対象外とする。また、予測モデルの議論をしている訳ではないため、移動平均や移動共分散を利用する単純な手法を採用し、ポートフォリオ構築時及びリバランスの各時点で過去3年間の4週間リターンの平均と共分散をそれぞれ計算する。

***なお、表の掲載は割愛するが、利付債リターン自体の年限間の相関係数は、0.40～0.95と高水準である。

最適化手法は、1期間（4週間）ごとの期待効用最大化を利用する。投資対象の債券が N 種類あるとして、上記の方法で予測した1期間先のリターンの期待値ベクトルを $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \dots, \mu_N]$ 、分散共分散行列を $\boldsymbol{S} = [\sigma_{ij}]$ で表す。各債券への投資比率ベクトルを $\boldsymbol{w} = [w_1, \dots, w_N]$ とすると、ポートフォリオリターンの期待値は $\boldsymbol{w}\boldsymbol{\mu}^\top$ 、分散は $\boldsymbol{w}\boldsymbol{S}\boldsymbol{w}^\top$ でそれぞれ与えられる（ \top は転置）。期待効用最大化では、リスク回避係数を γ として

$$\boldsymbol{w}\boldsymbol{\mu}^\top - \frac{\gamma}{2}\boldsymbol{w}\boldsymbol{S}\boldsymbol{w}^\top$$

を最大化する \boldsymbol{w} を選択する。ただし、自己資金制約として $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ を課し、投資比率の極端な偏りを避けるという実務的な要請から、すべての債券に対して $w_i \geq 0.05$ という下限制約を設定した。また、リスク回避係数は $\gamma = 1, 20, 100$ の3パターンを分析する。

5.1.2. バックテストのセットアップ

投資対象資産、期間、手法は全て4.2項と同様である。バックテストの期間は2006年1月から2018年12月までの13年間、投資対象は年初の残存期間が2, 5, 7, 10, 15, 20年の債券で、1年ごとに更新する。取引コストは、選択方法のタイプ間の比較に影響を与えないため考慮しない。

まず、ベンチマークである割引債ポートフォリオの最適化について説明する。1年ごとのバックテストでは、4週間ごとにポートフォリオの最適化を行い、その都度得られた最適ウェイトにしたがってリバランスを行う。具体的な手順は、(1) 割引債の過去3年間の4週間リターンの平均と共分散に基づき、最適化モデルにより投資ウェイトを計算、(2) 得られた投資ウェイトで割引債ポートフォリオを組成（年初は構築、以降はリバランス）、(3) 4週間後の観測値からポートフォリオの実現リターンを計測、となる。この手順を1年間に13回（4週 \times 13 = 52週）繰り返す。

利付債ポートフォリオの構築フローでは、割引債ポートフォリオの最適化で得られる投資ウェイトに基づいて利付債ポートフォリオを構築する。上記手順では(2)のみ変更し、(2) 得られた投資ウェイトで選択方法ごとに利付債ポートフォリオを組成（年初は構築、以降はリバランス）、とする。

5.1.3. バックテストの結果

4.1項で示した4種類の選択方法を用いた場合のポートフォリオリターンの基本統計量を表6に示す。各統計量の計算方法は、個別銘柄のリターンの統計量をまとめた表4と同じである。ただしポートフォリオを対象としているため、全期間を通した各年限の債券の平均保有ウェイトを加えた。

リスク回避係数 γ が 100, 20, 1 と小さくなるにつれて、ベンチマークとなる割引債ポートフォリオのリターンは平均、標準偏差とも上昇して高リスク高リターンとなり、またより長期の年限の保有ウェイトが上昇している。「利付債」の「相関」に関して、全てのモデルで UV は正相関、OV は逆相関、DI は低相関もしくは逆相関となっており、ポートフォリオ運用においても、利付債のみに投資したときと同様の傾向が見て取れる。

● パッシブ運用

パッシブ運用の観点から「TE」の水準が最も低い選択方法を確認すると、 $\gamma = 100$ では MA と DI となり、長期の年限の保有ウェイトが上がることから、 $\gamma = 1, 20$ では OV となる。4.2項で確認した通り、長期の年限では OV の標準偏差が最も低い。これはミスプライスと理論値の逆相関の影響から標準偏差が押し下げられた結果であるが、相関は市場環境によっ

表 6: 対ベンチマーク運用のパフォーマンス

タイプ	利付債				割引債		利付債 - 割引債			平均ウェイト						
	平均 [%]	理論値 [%]	ミスプライス [%]	相関	標準偏差 [%]	平均 [年]	標準偏差 [%]	TE [%]	理論値 [%]	ミスプライス [%]	2y [%]	5y [%]	7y [%]	10y [%]	15y [%]	20y [%]
期間効用最大化 ($\gamma = 1$)																
MA	3.49	3.48	0.00	0.03	5.03	3.65	4.79	1.25	1.23	0.01	7	5	6	16	26	40
DI	3.50	3.51	0.00	0.03	4.97	3.65	4.79	1.26	1.25	0.00	7	5	6	16	26	40
UV	3.49	3.44	0.05	0.26	5.07	3.65	4.79	1.32	1.23	0.09	7	5	6	16	26	40
OV	3.46	3.50	-0.04	-0.23	4.90	3.65	4.79	1.01	1.01	0.00	7	5	6	16	26	40
期間効用最大化 ($\gamma = 20$)																
MA	2.17	2.18	-0.01	0.07	2.52	2.15	2.46	0.37	0.36	0.01	36	16	6	13	20	9
DI	2.18	2.18	-0.01	0.01	2.53	2.15	2.46	0.39	0.39	0.00	36	16	6	13	20	9
UV	2.27	2.23	0.04	0.35	2.61	2.15	2.46	0.53	0.48	0.05	36	16	6	13	20	9
OV	2.12	2.15	-0.04	-0.28	2.48	2.15	2.46	0.36	0.35	0.01	36	16	6	13	20	9
期間効用最大化 ($\gamma = 100$)																
MA	0.95	0.96	-0.01	-0.04	1.06	0.99	1.07	0.13	0.12	0.01	73	5	5	5	6	5
DI	0.95	0.96	0.00	-0.15	1.07	0.99	1.07	0.13	0.13	0.00	73	5	5	5	6	5
UV	1.00	0.97	0.03	0.26	1.11	0.99	1.07	0.18	0.16	0.02	73	5	5	5	6	5
OV	0.90	0.93	-0.03	-0.12	1.04	0.99	1.07	0.15	0.14	0.01	73	5	5	5	6	5
AVG																
MA	2.20	2.21	0.00	0.02	2.87	2.26	2.77	0.58	0.57	0.01	39	9	6	11	17	18
DI	2.21	2.21	0.00	-0.04	2.86	2.26	2.77	0.59	0.59	0.00	39	9	6	11	17	18
UV	2.25	2.21	0.04	0.29	2.93	2.26	2.77	0.68	0.62	0.05	39	9	6	11	17	18
OV	2.16	2.20	-0.04	-0.21	2.81	2.26	2.77	0.51	0.50	0.01	39	9	6	11	17	18

て左右される点には留意が必要である。MA と DI の比較では、その差は微小ではあるが、「TE」および理論値の寄与度の両方で、全てのモデルで MA は DI よりも低水準である。

「TE」へのミスプライスの寄与度では、全てのモデルで DI が非常に低く 0% である。次に低水準なのは MA と OV で 0 ~ 0.01%、最も高いのは UV で 0.02% ~ 0.09% である。UV では、リスク回避度を下げるにつれてミスプライスの寄与度が上昇している。ただし、分散効果が効くため個別銘柄の分析に比べると選択方法毎の差異は小さい。

TE を最小化するのを目的とするパッシブ運用の観点からは、DI によってミスプライス部分の変動は最小化できること、また、デュレーションが短めのポートフォリオでは MA, DI が共に有効であり、長めのポートフォリオでは市場環境次第で OV も選択肢に入ることが分かった。どの運用手法を選択するにせよ、TE を計測することで利付債ポートフォリオと割引債ポートフォリオとの差異を計量化できることは実務上有用である。両者のズレを投資判断上の一つのファクターとして考慮できるという点で、リスクリターン分析の高度化に結び付くであろう。

● アクティブ運用

アクティブ運用の観点からリターンの分析を行う。「利付債」の平均リターンはミスプライスの差を反映し、AVG では UV が最も高水準、OV が最も低水準である。また、全ての最適化モデルで UV が OV をアウトパフォームしているが、MA, DI と比較した場合、 $\gamma = 20, 100$ では UV が最も高いが、 $\gamma = 1$ では MA, DI, UV はほぼ同水準である。 $\gamma = 1$ では、ミスプライスの影響の小さい長期の年限のウェイトが高いのが主因であろう。「利付債」の平均リターンの「ミスプライス」部分に関して、AVG では UV はプラス 0.04% と最も高く、OV は -0.04% と最も低く、MA, DI はゼロ近傍である。また、全てのモデルで UV はプラスであり OV はマイナスである。

より高いリターンを獲得するという意味でのアクティブ運用の観点からは、総合的には UV タイプのロングポジションが有効である。ただし、長期の年限の組み入れが多いとミスプライス部分の影響が薄まる点には留意が必要である。ミスプライスによる追加リターンは数ベシポイントではあるが、長期的に低金利が継続する本邦国債市場において、それが安定的に見込めるのであれば、投資機会としての価値は高い。

5.2. ロングショート戦略

3節ではミスプライスの割安割高が長期的には解消する公算が大きいことを確認した。以下では、こうした性質を債券アービトラージ戦略の一種であるロングショート戦略に活用できないか考察する^{†††}。投資開始時に、同じデュレーションの割安銘柄（UVタイプ）を1単位ロング、割高銘柄（OVタイプ）を1単位ショートし、投資期間終了後に反対売買をしてポジションをスクエアにする取引を考える。デュレーションニュートラルであることからミスプライス以外の動きは類似するため、ミスプライスの収束のみからリターンを得るのが狙いである。

基本的にロングショートは薄いスプレッドを取りに行く戦略であり、しばしば取引コストが問題となる。ここでは、菊川他[12]に倣って債券の取引コストを0.125bp×（債券のデュレーション）で与えた^{†††}。本分析では、投資開始時に売り買いで2単位、終了時に2単位、合計4単位のコストを計上する。

4.2項および5.1項と同様に、バックテストの期間は2006年1月から2018年12月までの13年間で、残存期間が2, 5, 7, 10, 15, 20年の債券を投資対象とする。4.2項と5.1項では1年ごとに投資対象債券を更新したが、ロングショート戦略では比較的短期のホライズンを採用することも多いため、以下では1年に加えて0.5年ごとに更新するケースも分析する。リバランスは行わず、一旦構築したポジションは次の更新まで保有し続ける。

表7と表8は、ポートフォリオリターンの結果をまとめたものである。リターンの「平均」と「標準偏差」は、更新間隔ごとに週次リターンの平均と標準偏差を計算して年率換算し（データ数は更新間隔0.5年で26個、1年で52個）、その数値を13年間で平均した結果である。また「コスト」も年率換算している。「SR」はシャープレシオを示しており、「平均」÷「標準偏差」で計算される。「コスト後SR」は、コスト控除後のリターンの平均である「コスト後平均」÷「標準偏差」で計算される。

表 7: LS 戦略のパフォーマンス
(債券の更新間隔 0.5 年)

年限	平均 [%]	標準偏差 [%]	S R	コスト [%]	コスト後平均 [%]	コスト後 S R
2y	0.03	0.16	0.20	0.02	0.02	0.09
5y	0.16	0.35	0.46	0.05	0.11	0.32
7y	0.46	0.40	1.14	0.07	0.39	0.97
10y	0.14	0.38	0.37	0.10	0.04	0.11
15y	0.30	0.66	0.45	0.15	0.15	0.23
20y	0.22	0.61	0.37	0.20	0.03	0.04

表 8: LS 戦略のパフォーマンス
(債券の更新間隔 1 年)

年限	平均 [%]	標準偏差 [%]	S R	コスト [%]	コスト後平均 [%]	コスト後 S R
2y	0.07	0.15	0.44	0.01	0.06	0.39
5y	0.06	0.30	0.20	0.02	0.04	0.13
7y	0.26	0.40	0.65	0.03	0.23	0.57
10y	0.10	0.38	0.27	0.05	0.06	0.15
15y	0.19	0.71	0.26	0.07	0.11	0.16
20y	0.11	0.55	0.21	0.10	0.02	0.03

平均リターンは更新間隔0.5年が0.03%～0.46%、1年が0.06%～0.26%であり、全体的にはより短期の0.5年の方が高い。一方、標準偏差は更新間隔0.5年が0.16%～0.66%、1年が0.15%～0.71%であり概ね同水準である。SRは更新間隔0.5年が0.20～1.14、1年が0.20～0.65であり、0.5年のほうが高い。年限別では、どちらの投資期間でも、平均、SRとも最も高いのは7年であり、他の年限対比で突出している。コストは定義より明らかなように年限に比例して増大している。また年率換算しているため、更新間隔0.5年のコストは

^{†††}国債の特定銘柄を貸借することを目的とするSC(Special Collateral)レポ取引を用いて、利付国債のショートポジションを造成することができる。

^{††††}年限の長期化に比例してコストは増大する。デュレーション2年であれば $2 \times 0.125 = 0.25\text{bp}$ となり、20年であれば $20 \times 0.125 = 2.5\text{bp}$ となる。

1年の2倍となっている。コスト控除後の平均、SRでは、更新間隔0.5年、1年とも、全てプラスリターンを維持している。ただし、年限が長期化するにつれてコストによる低下幅は大きい。一方、年限7年のコスト控除後平均、SRは更新間隔0.5年で0.39%,0.97,1年で0.23%,0.57であり、パフォーマンスは相応に良好である。

図5を見るとこの背景が推察できる。残存期間7~8年前後では箱ひげ図のひげが長くミスプライスの外れ値が大きい。残存期間が短期化するにつれてひげは短くなり分布は安定する。7年では、平均からの乖離が大きかったミスプライスが、残存期間が短くなると共に理論値に収束したものと考えられる。またこうした特徴的な推移は、3.2項でも触れている通り、7年前後の銘柄は債券先物市場の影響を受けることに起因するものと考えられる。

ところで、日本の国債市場は分析期間である13年間に様相を変化させてきているため、様々な局面におけるロングショート戦略の安定性を検証する必要がある。ここでは、日本銀行の金融政策を基準に分析期間を区分けし、区間毎のリターンを比較する。市場への影響の特に大きかった金融政策上のイベントは、2006年3月の量的緩和解除、2010年10月の包括的な金融緩和政策の導入、2016年1月のマイナス金利付き量的・質的金融緩和の開始、である。そこで、2006年3月から2010年10月を「金融正常化」局面、2010年10月から2016年1月を「金融緩和」局面、2016年1月以降を「マイナス金利」局面と呼び、表7と表8で確かめた平均を、局面毎のリターン平均（年率値）に分解する。債券の更新間隔0.5年のケースの結果が表9、1年のケースの結果が表10である（単位は%）。更新間隔0.5年では26回、1年では13回の投資を繰り返すが、最も長期間属している局面に各回を帰属させる。

更新間隔0.5年、1年における「金融緩和」局面の年限15年を除く全てのケースでリターンはプラスもしくは軽微なマイナスであり、ロングショート戦略のリターンは局面に依らず相応に安定的と言える。年限のAVGは、更新間隔0.5年、1年の両方において、「金融正常化」、「マイナス金利」、「金融緩和」の順に高水準である。「マイナス金利」が、より債券の利回り水準の高い「金融緩和」を上回っているのは目を引く。これは、ミスプライスを源泉とするロングショート戦略のパフォーマンスが、バイアンドホールド戦略などの一般的な債券投資と異なり、必ずしも市場金利の水準に依存しないことを示唆している。

表9: 局面毎のリターン
(債券の更新間隔 0.5年)

年限	金融正常化	金融緩和	マイナス金利	平均
2y	-0.01	0.06	0.06	0.03
5y	0.14	0.08	0.32	0.16
7y	0.55	0.62	0.03	0.46
10y	0.09	0.20	0.12	0.14
15y	0.59	-0.13	0.54	0.30
20y	0.41	0.07	0.16	0.22
AVG	0.29	0.15	0.21	0.22

表10: 局面毎のリターン
(債券の更新間隔 1年)

年限	金融正常化	金融緩和	マイナス金利	平均
2y	0.08	0.05	0.07	0.07
5y	0.08	0.03	0.09	0.06
7y	0.27	0.36	0.09	0.26
10y	0.03	0.23	0.01	0.10
15y	0.34	-0.12	0.44	0.19
20y	0.21	0.00	0.15	0.11
AVG	0.17	0.09	0.14	0.13

6. 終わりに

本稿では、実際に取引できる利付債を対象にした投資戦略を提案した。まず、本邦利付国債と推定された割引債のリターンの差異であるミスプライスの統計的性質を分析した。そして、ミスプライスの平均回帰性や低相関に着目し、ベンチマークとみなした最適割引債ポートフォリオに対する利付債ポートフォリオの構築方法、利付債のロングショート戦略につい

て論じた。実証分析の結果、ベンチマーク運用では、MA、DIの選択方法がパッシブ運用として有効なことを、UVの選択方法がアクティブ運用として有効なことを見出した。現実の利付債投資に応用する場合、割引債の最適ポートフォリオをリターンの主たる源泉としつつ、運用目的に添った選択方法を採用することで、よりメリハリの利いたポートフォリオを構築することができる。また絶対収益型運用では、7年ゾーンにおけるロングショート取引のパフォーマンスが良好であることが確認できた。ミスプライスの平均回帰性のみによって、リスクリターンの面で効率的な運用を実現できることが分かった。

これまで、債券ポートフォリオ最適化の先行研究では市場に存在しないゼロイールドを投資対象としていたため、実務への応用は難しかった。本研究の意義は、利付債を対象にしたポートフォリオ運用の実証研究を初めて行ったこと、利付債投資を経由することで先行研究に多い割引債ポートフォリオ最適化を実務に応用する方法を考案したこと、同時に、その限界を明らかにしたことだと考える。利付債に織り込まれた割引債は、そのルーツである利付債と似通った動きをするはずであり、全ての債券運用者が直感的には察している。しかし、特に低金利環境ではそうであるが、株式等と比べて利幅の薄く、わずか数ベースポイントの差で巧拙が分かれる債券運用においては、ミスプライスを計量化し、微小なスプレッドを取りにいくことがより高度な運用をする上で肝要であろう。一方で課題もある。利付債ポートフォリオをベンチマークに近づける際、利付債と割引債のキャッシュフローの相違により、一旦マッチさせたデュレーションが時の経過と共に乖離してゆくという問題があり、それを制御する方法の考案が今後求められる。

謝辞

本稿の作成にあたっては、レフェリーならびに編集委員から多くの有益な助言を頂いた。ここに記して感謝申し上げます。本研究はJSPS 科研費 19K04899 の助成を受けている。なお、本稿に含まれる誤りは全て筆者の責任である。

参考文献

- [1] T.G. Bali, M. Heidari, and L. Wu: Predictability of interest rates and interest-rate portfolios. *Journal of Business and Economic Statistics*, **27-4** (2009), 517–527.
- [2] J.F. Caldeira, G.V. Moura, and A.P. Santos: Bond portfolio optimization using dynamic factor models. *Journal of Empirical Finance*, **37** (2016), 128–158.
- [3] J. Duarte, F.A. Longstaff, and F. Yu: Risk and return in fixed income arbitrage: Nickels in front of a steamroller?. *Review of Financial Studies*, **20-3** (2007), 769–811.
- [4] Y.H. Eom, M.G. Subrahmanyam, and J. Uno: Coupon effects and the pricing of Japanese government bonds: An empirical analysis. *The Journal of Fixed Income*, **8-2** (1998), 69–86.
- [5] 源間康史, 稲村保成: 国債市場における銘柄間の相対価格差について. 日本銀行ワーキングペーパーシリーズ, **19-J-8** (2019).
- [6] R.S. Gürkaynak, S. Sack, and J.H. Wright: The US treasury yield curve: 1961 to the present. *Journal of Monetary Economics*, **54-8** (2007), 2291–2304.
- [7] T. Hattori: Noise as a liquidity measure in the Japanese market: Evidence from quantitative and qualitative easing by the Bank of Japan. Available at

- https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3197145, (参照2020-11-25).
- [8] G.X. Hu, J. Pan, and J. Wang: Noise as information for illiquidity. *The Journal of Finance*, **68-6** (2013), 2341–2382.
- [9] B. Jungbacker, S.J. Koopman, and M. van der Wel: Smooth dynamic factor analysis with application to the US term structure of interest rates. *Journal of Applied Econometrics*, **29-1** (2014), 65–90.
- [10] 菊池健太郎: 超低金利環境における日本国債のゼロクーポン金利推定. CRR Discussion Paper, Series J, **J-71** (2019), 1–29.
- [11] 菊池健太郎, 新谷幸平: 本邦国債価格データを用いたゼロ・クーポン・イールド・カーブ推定手法の比較分析. *金融研究*, **31-3** (2012), 35–86.
- [12] 菊川匡, 内山朋規, 本廣守, 西内翔: 国内債券アクティブ運用のパフォーマンスとスマートベータ戦略. *証券アナリストジャーナル*, **55-2** (2017), 69–80.
- [13] O. Korn and C. Koziol: Bond portfolio optimization: A risk-return approach. *The Journal of Fixed Income*, **15-4** (2006), 48–60.
- [14] J.H. McCulloch: The tax-adjusted yield curve. *Journal of Finance*, **30-3** (1975), 811–830.
- [15] C.R. Nelson and A.F. Siegel: Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of Business*, **60-4** (2006), 473–489.
- [16] M. Puhle: *Bond Portfolio Optimization*. (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, 605, Springer, 2008).
- [17] 島井祥行: パーティクルフィルタによる4ファクター確率ボラティリティ金利モデルの推定と債券アービトラージ戦略への応用. *現代ファイナンス*, **34** (2013), 3–31.
- [18] 島井祥行, 牧本直樹: 非線形確率金利モデルを用いた債券ポートフォリオ最適化. *現代ファイナンス*, **41** (2019), 27–55.
- [19] J.M. Steeley: Estimating the gilt-edged term structure: Basis splines and confidence intervals. *Journal of Business Finance and Accounting*, **18-4** (1991), 513–529.
- [20] L.E.O. Svensson: Estimating forward interest rates with the extended Nelson and Siegel method. *Sveriges Riksbank Quarterly Review*, **3-1** (1995), 13–26.
- [21] 四塚利樹: イールドカーブ戦略の理論と実践. *証券アナリストジャーナル*, **43-12** (2005), 44–54.

島井祥行

アセットマネジメント One 株式会社

〒100-0005 東京都千代田区丸の内1-8-2

E-mail: yoshiyuki.shimai@am-one.co.jp

ABSTRACT

HOW TO BUILD A PORTFOLIO OF INTEREST-BEARING BONDS
FOCUSING ON MARKET MISPRICING

Yoshiyuki Shimai Naoki Makimoto
Asset Management One Co., Ltd. *University of Tsukuba*

Previous research on bond investment typically aimed to analyze discount bonds yet mid-and-long term discount bonds do not exist in the market. Therefore, we have difficulty in applying it to actual investment activity. In this paper, we propose an investment strategy to build a portfolio of interest-bearing bonds, which are tradable. First, we look into the statistical nature of market mispricing which we defined as the difference between the observed price and the theoretical price of Japanese Government Bond. Next, capitalizing on the feature of mean reversion and low correlation among issues that market mispricing has, we discuss how to construct a coupon bond portfolio as opposed to an optimal portfolio of discount bonds regarded as a benchmark and to construct long-short strategy of coupon bonds. As a result of empirical analysis, we found that both an investment into a coupon bond whose duration is closest to that of corresponding discount bond and a diversified investment into coupon bonds with a certain range of duration are effective as passive investing. We also found that an investment into comparatively cheap issues in terms of market mispricing is profitable as active investing. In addition, as an investment type to seek absolute return, we discovered that long/short trading between the issues with a specific duration performs well.