

3階層多変量状態空間モデリングによる動的市場反応形成メカニズムの解明

青柳 憲治
筑波大学大学院

佐藤 忠彦
筑波大学

(受理 2014 年 3 月 26 日; 再受理 2014 年 12 月 27 日)

和文概要 本研究は、市場構造が動的であるという仮定のもとで、セールスプロモーションの売上に対する動的効果をテレビ広告の蓄積や参照価格で階層化し、そのメカニズムを解明することを目的とした。モデリング手法として、通常は2層で表現される線形ガウス型状態空間モデルを3階層に拡張した、3階層多変量状態空間モデルを用いた。分析の結果、セールスプロモーションの動的効果は、広告ストックや店舗レベル参照価格に動的に影響されて生じることが明らかになった。換言すると、広告ストックや店舗レベル参照価格がセールスプロモーションを通じて、間接的に売上に影響を与えていることが示された。

キーワード: マーケティング, 動的市場反応, 3階層多変量状態空間モデル, カルマンフィルタ, 固定区間平滑化, 最尤法

1. はじめに

スーパーマーケットや総合スーパー (General Merchandise Store) が主な販売チャネルである最寄品市場において、企業は、販売個数、販売金額またはマーケットシェアの向上を目的として、様々なマーケティング施策を実施している。マーケティング施策は、一般的に製品 (Product)、価格 (Price)、販売促進 (Promotion)、販売チャネル (Place) のいわゆる「4つのP」に分類され、小売業や消費財メーカーはそれらの施策に、多くの費用を投下している。

企業がマーケティングを効果的に実施するには、4つのPの効果を適切に捉え、その結果に基づきマーケティング施策を動的に改善していかなければならない。このうち販売促進活動に注目すると、企業が実施する具体的な施策として、値引き、山積み陳列、チラシなどに代表されるセールスプロモーションおよびテレビCMに代表されるのマス広告活動などがある。セールスプロモーションは、購買時点(ないしは購買に近い時点)で、消費者を刺激して売上の増大を図る販売促進手法である。一方、広告は自社の商品をテレビなどのマスメディアに露出することで、商品認知率の向上や、購買の促進を図る。マーケティング実務上、これらの販売促進活動には多額の費用が投下されている。しかし、費用対効果が明確に測定できておらず、結果的に企業は非効率な活動に終始している。

セールスプロモーションが短期的売上に対して強く影響することは、先行研究でも実務マーケティングでも明らかである。それが、実務でセールスプロモーションを多用する理由である。しかし、その結果としてブランドの価値を毀損する、値引を実施しないと売れなくなる、などの悪影響が出ている ([7])。その状況を回避するためには、セールスプロモーションの動的効果とその形成メカニズムを計量的に把握し、適切に施策をコントロールしなければならない。セールスプロモーションの原資は、一般的にメーカーが拠出することが多く、販売促進活動の動的効果の検証は、メーカーの利益を確保する点でも、大きな課題となっている。

一方、テレビ広告の売上に対する効果の計量化は、学術的にも実務的にも長い間大きな課題のままである。実務では一般に、売上ではなく「リーチ・アンド・フリークエンシー」と呼ぶ、テレビ広告の露出回数や、CM放映後の消費者調査から得られる広告認知率やブランド認知率などを目標指標として、広告効果を評価する。広告目標を売上金額や量に求めることは適切ではないという研究もある([18])。また、実際の売上は商品力、販売促進、流通など、他の要因からも複雑な影響を受けているため、純粋な広告効果測定は難しいともされている([2])。しかし営利企業である限り、施策が売上につながって初めて意味を持つため、売上に対する効果を把握したいという要請は根強い。

本研究では、上記の背景や問題意識に基づき、セールスプロモーションの売上に対する動的市場反応の形成メカニズムを評価可能にするモデルの提案およびその有用性を実データに基づき示すことを目的とする。モデリングは、以下の2点を仮定し、後述する3階層多変量状態空間モデルの枠組みで実施する。

1つ目は、「セールスプロモーションが、売上に直接的に影響する」という仮定である。この仮定の妥当性は、先行研究や実務上の知見より明らかであり、その詳細は2節で述べる。本研究では、セールスプロモーションとして、前述した値引き、エンド陳列実施の有無およびチラシへの掲載の有無をとりあげる。

2つ目は、一般的に広告ストックと呼ばれる広告の蓄積、および消費者の値頃感を表す参照価格が「セールスプロモーションの売上に対する効果」に影響を与えるという仮定である。これは、広告ストックや消費者の値頃感が、間接的に売上に影響を与えるという仮定と言いかえられる。本研究では、セールスプロモーションが販売個数に与える動的効果を、テレビ広告のストックと参照価格で階層化し、広告および参照価格の販売個数に対する間接効果を明らかにする。

本研究では、上述のように、市場反応が動的であるという仮定のもと、セールスプロモーションの売上に対する動的効果をテレビ広告や値頃感で階層化することで、その形成メカニズムを解明する。筆者が知る限り、市場反応の動的進展のメカニズムに焦点を当てた統計的モデリングに基づく研究は存在しない。

本稿で提示するモデルは、マーケティング研究では、市場反応モデルと呼ばれる。市場反応分析とは、前述した企業の販売促進活動が、市場や消費者個々にどのように影響するかを分析するものである([28])。このうち、期間単位で集計された販売個数などのデータを用いて、消費者個人ではなく、市場全体の反応をとらえようとするアプローチを、特に集計的市場反応分析と呼ぶ。集計的市場反応分析では、集計データを対象に何らかの手法で解析を行い、マーケティング活動とそれに対する市場反応を評価しようとする。分析手法としては、クロス集計から高度な統計モデリングなどを評価したい内容に合わせて用いる。特に統計モデルを用いる場合、期間単位で集計されているというデータの性質上、回帰分析や時系列解析関連の手法が用いられることが多い。本研究では、上述した2つの仮定を表現するために、3階層多変量状態空間モデルを用いる。本手法は、通常は2階層である状態空間モデルを3階層に拡張したものであり、階層的かつ動的な市場構造を統計モデルで表現できる。詳細は4節に示す。

本稿の残りの部分は次のように構成する。2節で先行研究を整理し、3節では実証分析に用いるデータを詳説する。4節では提案モデルと比較モデルを提示し、5節では、4節に示したモデルを3節のデータに適用した結果を説明する。6節は本研究のまとめである。

2. 先行研究

2.1. 市場反応分析

市場反応分析を対象とした研究は、非常に多く存在する。しかし、これらの先行研究の多くでは、本研究で焦点を当てる市場反応の動的変化を考慮していない([33])。一方、市場反応の動的変化を考慮可能なモデルは、1990年代の後半からみられるようになり、現在もその数は増え続けている。

小売業やメーカーの価格戦略やプロモーション戦略の変化、また社会環境の変化などに伴って、消費者の反応も動的に変化すると仮定することが自然である([31])。その意味では、市場反応の動的変化を表現できるモデルの活用は自然である。逆に言えば、市場反応の動的変化を考慮しない静的モデルでは、現実の市場を精緻にとらえるためには、不十分なのである。

動的市場反応分析では、状態空間モデルと呼ぶ、時系列のベイズモデルを用いる。[6]によれば、[23, 48]が、市場反応分析に状態空間モデルを適用した先駆的研究であるとされている。一方、国内では[15, 16, 19]が早期の研究である。また、枠組みとして状態空間モデルを用いた最近の研究としては、[3-5, 8, 9, 12, 22, 24, 31-33, 38]などが存在する。これらの研究は、平滑化事前分布と呼ぶ、反応係数が時間進展とともに滑らかに変動するという制約を課したモデルを階層モデルとして導入し、市場反応係数の動的変化を表現する。平滑化事前分布では、隣り合う時点間の反応係数の差は、微小なホワイトノイズ程度だと仮定しモデル化する。平滑化事前分布によって市場反応係数をモデル化すれば、その動的変化は近似的に表現できるが、なぜそれらが時間変動するのか、というメカニズムの理解には限界がある。

そのため、平滑化事前分布による動的市場反応のモデル化は、先行研究において議論の対象になっている。[43]は、「マーケティングのアカデミズムとして、因果構造の理解をより尊重する風土があり、この点で、滑らかに変動する前提のもとで得られた結果によって、知識を獲得したとは言えない立場の研究者は少なくない」と指摘しており、この点で平滑化事前分布を用いた動的市場反応モデルはアカデミズムにおける議論の対象になりうるものだ、と述べている。さらに「滑らかに変動するという制約で得られたパラメータは、欠落した説明変数や誤ったモデル仕様の結果として発生した残余に影響を受けた人工的な値である」([1])、「動的個人モデルのパラメータはランダムウォークで記述されており、どのような要因によって変化するのかを知ることができない」([36])といった指摘もある。[1]は、さらに「平滑化事前分布の問題点を回避し、マーケティングで有用な動的知見を抽出するには、市場反応の動的進展に影響する要因を用いて、階層モデル化することが一つの方策だ」と述べている。

本研究では、セールスプロモーションの市場反応係数に回帰構造を組み込み、モデル化する。このような試みは、[26, 45]でなされているものの、まだごくわずかにとどまっている(いずれも1変量のモデル化)。特に、本研究で意図しているような、セールスプロモーションの動的反応の生成メカニズムを平滑化事前分布を用いずに、動的回帰モデルの枠組みでその構造を捉えようとした研究は見当たらない。

2.2. セールスプロモーションと売上の関係

セールスプロモーションが売上に及ぼす影響を対象にした研究は非常に多い。また実務マーケティングでは、その売上に対する効果の大きさから、セールスプロモーションが小売マーケティングの主要なツールになっている。小売店頭でセールスプロモーションが高い効果を有するのは、消費者の非計画購買率の高さに理由がある。非計画購買率とは、来店前に購

買計画がなく、来店後に意思決定し購入した商品の総購買個数に占める割合を示す指標である。例えば [41] には、スーパーマーケットにおける非計画購買の比率は約 70 % 程度であることが示されている。この事実は、消費者を購買時点で刺激すること、すなわちセールスプロモーションを実施することの重要性を示唆する。セールスプロモーションを適切に履行するには、その効果と動的形成メカニズムを適切に評価しなければならないが、それらはこれまで実現できておらず、静的、単純計量評価にとどまっている。

2.3. 参照価格とセールスプロモーション効果との関係

参照価格とは、一般的には消費者個人が持つ値頃感のことを意味する。参照価格に関する研究も数多くの蓄積があるが、レビュー論文として、[20, 25] がある。それらに示されるように、参照価格研究は基本的に個人レベルの概念として研究がなされている。しかし、本研究では、[31, 42] などと同じ立場に立ち、代表的消費者の仮定の下で店舗レベルの参照価格を用いる。これは、平均的な消費者が持つ特定商品に対する値頃感を意味すると考えてもらえばよい。

本研究に関連する状態空間モデリングの枠組みで、参照価格を分析の対象とした研究として [31] がある。この研究では、2階層の状態空間モデルを用いて解析を行っている。具体的に言うと、店舗レベルの商品別週別販売個数(実際には、後述の点数PI)に対して、参照価格をモデル化し、売価やエンド陳列実施の有無などのコーザルデータとあわせて動的市場反応モデルに取り込み、動的市場反応の評価を試みている。

2.4. 広告ストックとセールスプロモーション効果との関係

広告効果に関しても膨大な研究の蓄積があり、本研究で対象とする、広告と値引きの同時効果に関するものも多い。広告と値引きの関係は、[12, 46] にある通り、広告量の増加によって価格感度が低下するという見解が一般的となっている。この理由は、広告によってブランドロイヤリティが強化され、その結果として値引を実施しなくても売れるようになる、というものである。例えば、古くは [10] で、値引と広告の負の相乗効果の存在が示されている。最近では、[24] に値引やクーポンなどの価格プロモーションとテレビ広告の負の相乗効果の存在が示されている。一方 [12] では、最寄品を対象にした分析の結果、テレビ広告は値引きと正の相乗効果を持つという結果であり、広告量の増加によって必ずしも価格感度が低下するわけではないことが示唆されている。なお、[12] では、値引以外のセールスプロモーションについても、テレビ広告と同時に実施することで、それぞれを単独で実施するよりも高い効果が得られるという結果を得ている。また、[14] でも、ペッドフードカテゴリにおいて、広告への接触回数が増えると、価格感度が上昇することが示されている。

3. データ

本研究では、東京都内のスーパーマーケット 1 店舗の POS(Point of Sales) データを用いる。POS データには、「何が (商品)」、「いつ」、「いくらで (売価)」、「何個」売れたかが記録されている。分析対象とした商品カテゴリーはインスタントカレーカテゴリーであり、このうち実務上、サブカテゴリーを構成していると考えられている 3 つの商品を対象とした。

本研究においては、(3.1) 式を目的変数とした。(3.1) 式の y_{in} は、点数 PI(Purchase Incidence) の対数を示す。添字 i は商品、 n は時点をそれぞれ示す (以降も同様とする)。

$$y_{in} = \log \left(\frac{unit_{in}}{visitor_n} \times 1000 \right) \quad (3.1)$$

表 1: 使用データの要約統計量

項目	商品 A	商品 B	商品 C
平均販売個数	3.357	8.101	5.085
平均点数 PI	1.182	1.772	2.449
販売個数欠測日数	109	106	33
最大売価 (定価)	218	198	198
平均価格掛率	0.867	0.824	0.855
エンド陳列回数	72	161	119
チラシ掲載回数	7	19	28
GRP 総和	4,809	4,915	19,457

(3.1) 式中 $unit_{in}$, $visitor_n$ は, 第 n 日の商品 i の販売個数と来店客数をそれぞれ示す. なお, y_{in} には欠測値が存在する. この原因としては, その日に購買がなかった, 商品が配荷されなかった, もしくは店舗が休業日であったことがあげられる. 店舗が休業日であるケースについては, データから判別できるため, 当該日をデータから除外した. それ以外の 2 つの場合は, 欠測値として取り扱ったが, 状態空間モデルではそれらを自然に処理できる ([17]).

本研究では, セールスプロモーションデータとして, 価格掛率 (売価 \div 最大売価), エンド陳列の実施有無, およびチラシ掲載の有無を用いた. 価格掛率は, 点数 PI と同様, POS データから得られる. エンド陳列実施の有無およびチラシ掲載の有無に関しては, POS データにあわせて取得されているデータを用いた. さらに, 本研究では, テレビ広告の出稿量データとして, 株式会社ビデオリサーチによって提供されている地上波テレビ放送の視聴率データを用いた ([47]). このデータは, 各テレビ局において放映された CM1 本ごとに, 放映年月日, 放映時間, 放映局名, 放映秒数, 放映企業名, 放映商品名, 放映 CM 素材名および視聴率が記録されているものである. 本研究では, 実務でテレビ広告の出稿計画立案の際に用いる世帯視聴率を, 商品別かつ日別に集計したものを使用した. なお, 世帯視聴率は一般的に GRP (Gross Rating Point, 延べ視聴率) と呼ばれることから, 本研究においても以後は GRP データと呼び, GRP_{in} と表記する. 以上をまとめると, 下記が本研究で用いるデータの概要となる.

- 商品カテゴリー: インスタントカレー (3 商品)
- データ期間: 2002 年 1 月 1 日から 2003 年 6 月 30 日 (日別, 543 時点)
- 対象店舗: 関東地区のスーパーマーケット 1 店舗
- 変数: 点数 PI, 売価, エンド実施の有無, チラシ掲載の有無, テレビ広告出稿量

分析対象とする 3 商品は, 商品 A と B が先に市場に導入され, その後, 後発品として商品 C が上市された. 表 1 には, 各変数の対象商品ごとの要約統計量を示す. また, 図 1 には, 点数 PI (対数化したもの), GRP および価格掛率の時系列の推移を示す. 期間全体では, 商品 B がもっとも大きいシェアを占めている. 商品 B は, 平均価格掛率が最小であり, エンドの実施回数も最も多い. 一方, 商品 C は, その他の商品と比較し, GRP を非常に多く投下している. 商品 A は, マーケットシェアはもっとも低く, またセールスプロモーションや広告も比較的少ない.

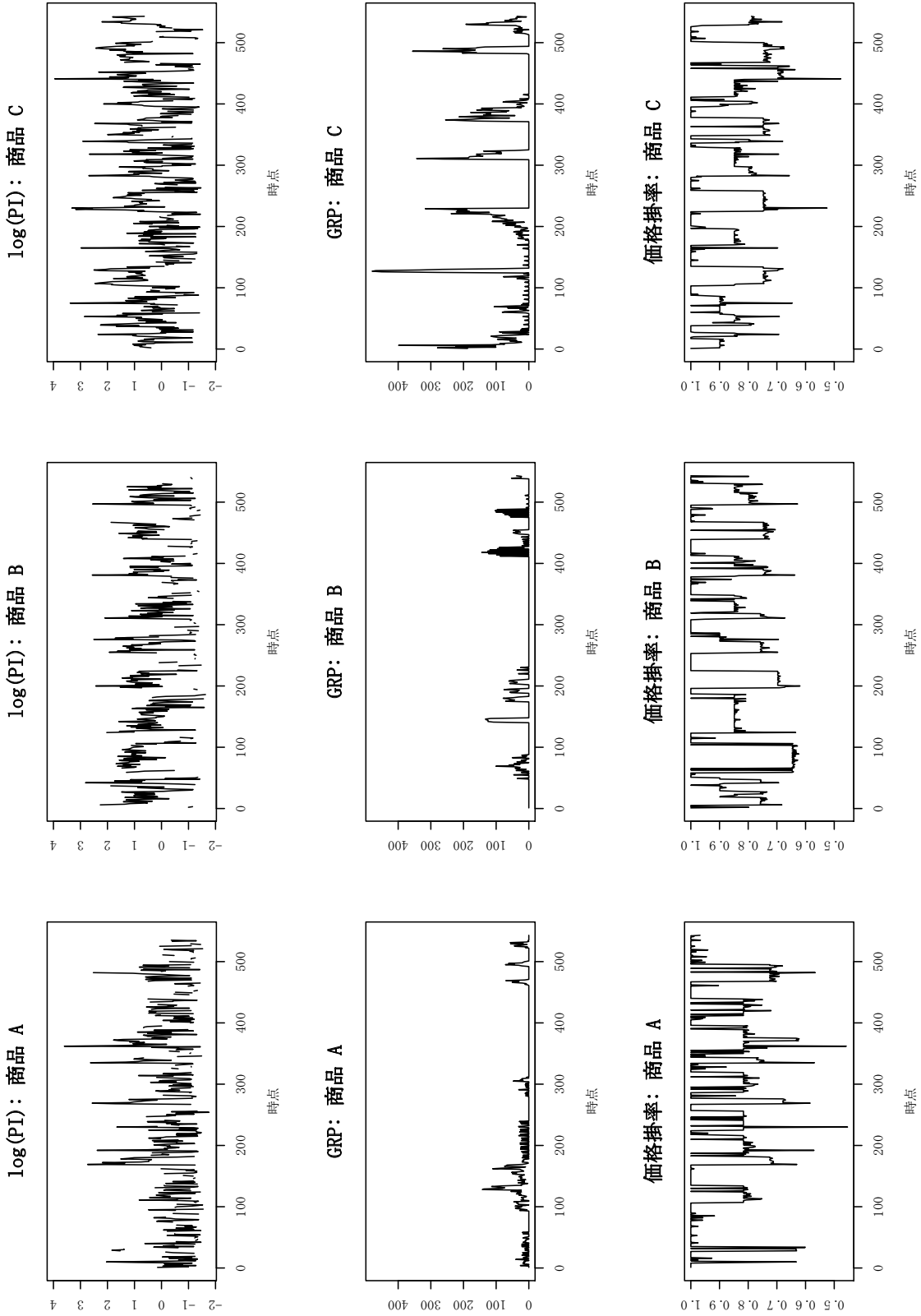


図 1: 点数PI(上段), GRP(中段) および価格掛率(下段)の時系列の推移

4. モデル

本節には、提案モデルとその推定法を示す。4.1項では、提案モデルを提示する。4.2項では、モデルの構造を整理する。4.3項にはモデルの推定法を示す。最後に4.4項で比較モデルを提示する。

4.1. 提案モデル

提案モデルは、3階層多変量状態空間モデル ([11]) の枠組みで表現する。3階層多変量状態空間モデルは、2階層多変量状態空間モデルの自然な拡張になる。2階層多変量状態空間モデルの推定法は [17]、もしくは付録を参照してほしい。3階層多変量状態空間モデルは、4.3項で述べるとおり、2階層多変量状態空間モデルと同じ推定法を適用できる。

2階層多変量状態空間モデルは、データが生じるメカニズムを示す「観測モデル」と、観測モデルの背後にあるシステムの動的変化を表現する「システムモデル」の2本の方程式で構成する。システムモデルは、観測モデルでの回帰係数の時間発展を示すモデルと考えてもらえばよい。観測モデルにおける回帰係数とは、本提案モデルでは、セールスプロモーションに対する市場反応係数を指す。2節に示したとおり、システムモデルとして平滑化事前分布を用いれば、システムの動的変化を近似的に表現できる一方で、その動的変化がなぜ生じたかを明示的に説明できない。そのため、ことマーケティングでの活用を想定した場合、その活用には限界がある。この問題に対応するために、3階層多変量状態空間モデルでは、「構造モデル」と呼ぶ、観測モデルの時変パラメータの時間発展メカニズムを回帰構造で記述するモデルを導入する。構造モデルは、観測モデルとシステムモデルの中間に位置し、それら2方程式をつなぐ役割を担う。本研究で用いるモデルは、3本の方程式を階層的に組み合わせ、動的構造を表現することから、通常の状態空間モデルとの違いを明示する意味で3階層多変量状態空間モデルと呼ぶことにする。なお、構造モデルはモデル内に複数階層組み込むこともできる ([11])。図2が、提案モデルの全体像になる。

4.1.1. 観測モデル

観測モデルは、動的市場反応を多変量回帰モデルの枠組みで表現する。(4.1)式は商品 i ($i = 1, 2, 3$) 個々の動的市場反応モデルを示す。

$$y_{in} = \beta_{i0n} + p_{in}\beta_{i1n} + e_{in}\beta_{i2n} + f_{in}\beta_{i3n} + cp_{in}^1\beta_{i4n} + cp_{in}^2\beta_{i5n} + ce_{in}^1\beta_{i6n} + ce_{in}^2\beta_{i7n} + cf_{in}^1\beta_{i8n} + cf_{in}^2\beta_{i9n} + w_{in}, w_{in} \sim N(0, \sigma_i^2) \quad (4.1)$$

実際には(4.1)式の3商品をベクトル表現し、解析に用いる。その詳細は、4.3項に示す。表2には(4.1)式に含まれる変数を、表3の1列目および2列目には、 β_{ijn} の添字 j と変数の対応をそれぞれ示す。

4.1.2. 構造モデル

観測モデルの回帰係数、すなわち市場反応係数の動的変動メカニズムは、構造モデルによって表現する。モデル化は表3の3列目に示す時変係数のグループ $g(j)$ ごとに共通性を仮定して実施する。(4.2)式には、商品 i 変数 j の時点 n での市場反応係数の構造モデルを示す。

$$\beta_{ijn} = \log(AD_{in}^{own})\gamma_{g(j),1,n} + \log(RP_{in}^{own})\gamma_{g(j),2,n} + \log(AD_{in}^{comp})\gamma_{g(j),3,n} + \log(RP_{in}^{comp})\gamma_{g(j),4,n} + \delta_{ijn}, \delta_{ijn} \sim N(0, \tau_{ij}^2) \quad (4.2)$$

表4には(4.2)式の変数を、表5には構造モデルの回帰係数 $\gamma_{g(j),k,n}$ の添字 k と変数の対応をそれぞれ示す。

表 2: 観測モデルの変数一覧

記号	内容
y_{in}	点数PI (対数)
p_{in}	自商品価格掛率 (対数)
e_{in}	自商品エンド陳列実施
f_{in}	自商品チラシ掲載
cp_{in}^1	競合商品1 価格掛率 (対数)
cp_{in}^2	競合商品2 価格掛率 (対数)
ce_{in}^1	競合商品1 エンド陳列実施 (対数)
ce_{in}^2	競合商品2 エンド陳列実施 (対数)
cf_{in}^1	競合商品1 チラシ掲載
cf_{in}^2	競合商品2 チラシ掲載
β_{ijn}	観測モデルにおける回帰係数 (市場反応係数)
w_{in}	観測ノイズ
σ_i^2	観測ノイズの分散

表 3: β_{ijn} の内容と $g(j)$ のグループ

j	内容	時変係数のグループ $g(j)$
0	切片	1
1	自商品価格掛率	2
2	自商品エンド陳列実施	3
3	自商品チラシ掲載	4
4	競合商品1 価格掛率	5
5	競合商品2 価格掛率	
6	競合商品1 エンド陳列実施	6
7	競合商品2 エンド陳列実施	
8	競合商品1 チラシ掲載	7
9	競合商品2 チラシ掲載	

表 4: 構造モデルの変数一覧

記号	内容
β_{ijn}	観測モデルにおける回帰係数 (市場反応係数, 再掲)
AD_{in}^{own}	自商品広告ストック
RP_{in}^{own}	自商品店舗レベル参照価格
AD_{in}^{comp}	競合商品広告ストック
RP_{in}^{comp}	競合商品店舗レベル参照価格
$\gamma_{g(j),k,n}$	構造モデルにおける回帰係数
δ_{ijn}	構造ノイズ
τ_{ij}^2	構造ノイズの分散

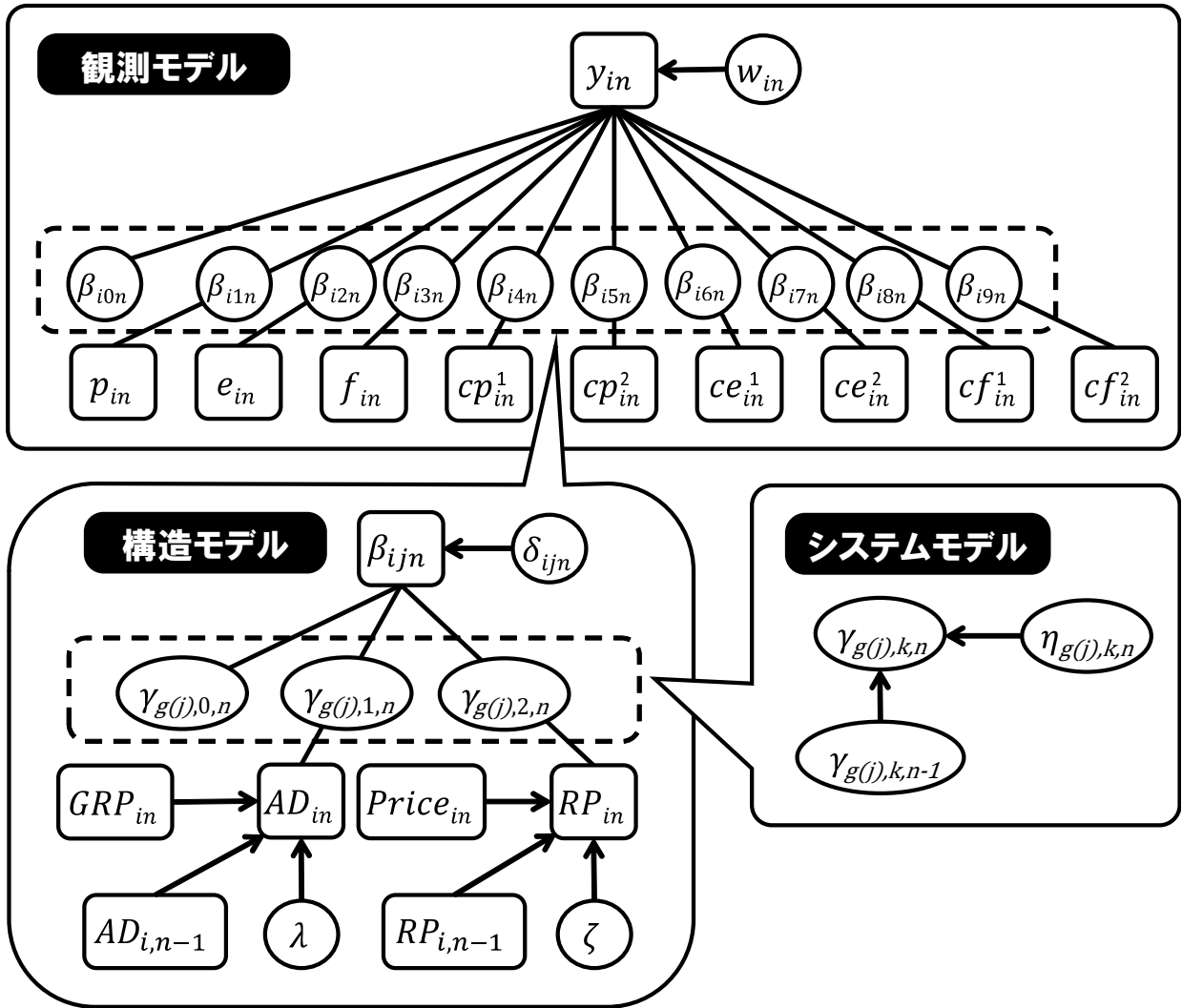


図 2: 提案モデルの全体像

構造モデルは β_{ijn} が, AD_{in}^{own} , RP_{in}^{own} , AD_{in}^{comp} , RP_{in}^{comp} それぞれの影響を受け, 時間発展する様子表現する. 上付き添字 *own* は自商品を, *comp* は競合商品をそれぞれ示す. これは, 言い換えると, セールスプロモーションの効果 β_{ijn} が広告ストックと店舗レベル参照価格に影響され, 動的に変動するということである. (4.2) 式の広告ストックと店舗レベル参照価格は, 自商品分, 競合商品分を区別して AD_{in}^{own} , AD_{in}^{comp} などと添え字を用いて表現しているが, 本項の説明では簡単のために, これらを区別せず AD_{in} , RP_{in} と書く.

テレビ広告の広告ストックは, [39] などの先行研究でその存在が示唆されている. (4.3) 式には, 本研究で提案するテレビ CM ストック AD_{in} を示す.

$$AD_{in} = \lambda AD_{i,n-1} + (1 - \lambda) GRP_{i,n-1} \quad (4.3)$$

λ は, その更新の程度を規定する平滑化パラメータで, 0 以上 1 以下の値をとる. この値が 1 に近いほど前の時点のストックが残存し, 逆に 0 に近いほど残存しないことを表現する. (4.4) 式には, 本研究で提案する店舗レベルの参照価格 RP_{in} のモデルを示す ([33]).

$$RP_{in} = \zeta RP_{i,n-1} + (1 - \zeta) Price_{i,n-1} \quad (4.4)$$

表 5: k の対応表

k	内容
1	自商品広告ストック
2	自商品店舗レベル参照価格
3	競合商品広告ストック
4	競合商品店舗レベル参照価格

$Price_{i,n}$ は、商品 i の時刻 n の価格掛率である。 ζ は、 λ と同様にその更新の程度を規定するパラメータであり、その解釈も同様である。なお、 λ と ζ は、3商品共通のパラメータとする。これは、対象とした3商品がこれらの商品だけでサブカテゴリーを構成していることが、実務的に知られているからである。

4.1.3. システムモデル

(4.5) 式は、時変係数グループ $g(j)$ の、変数 k の時間進展を示すシステムモデルである。 $g(j)$ に関しては表 3 の 3 列目を見てほしい。そこで同じ数値になっている場合、(4.5) 式は共通のものを用いる。本研究では、システムモデルを平滑化事前分布の考え方にに基づき、滑らかさの仮定のもとでモデル化する。システムモデルに平滑化事前分布を設定した研究は、マーケティングにおいては [26], [33] など、多数存在する。なお、より一般的な形として [11] に示されているような、自己回帰型のモデルを設定することもできる。しかし、本研究では、システムモデルに対して積極的な経済学的解釈を与えることを考えていない。ここでは、時変係数を実現する制約としてシステムモデルをとらえている。そのため、最尤法での計算負荷の軽減も考慮し、平滑化事前分布を採用することとした。

$$\gamma_{g(j),k,n} = \gamma_{g(j),k,n-1} + \eta_{g(j),k,n}, \eta_{g(j),k,n} \sim N(0, \xi_{g(j),k}^2) \quad (4.5)$$

表 6: システムモデルの変数一覧

記号	内容
$\gamma_{g(j),k,n}$	構造モデルにおける回帰係数 (再掲)
$\eta_{g(j),k,n}$	構造ノイズ
$\xi_{g(j),k}^2$	構造ノイズの分散

4.2. 提案モデルの構造の整理

観測モデルの回帰係数、すなわち市場反応係数は、商品別かつ時点別になっており、これは商品ごと、時点ごとに異質な構造を仮定することに対応する。それゆえ、提案モデルでは、観測モデルの回帰係数の数が「観測モデルの説明変数の数 (10 個) \times 時点数 (543 個) \times 商品数 (3 個)」となる。

上記のパラメータを推定するために、パラメータにもモデルを導入する (事前分布)。提案モデルにおいては、構造モデルとシステムモデルがそれに対応する。構造モデルでは、4.1.2 節に示したように、観測モデルの回帰係数を目的変数とし、広告ストックや参照価格を説明変数とした回帰モデルを設定し、その回帰係数は商品間で共通であることを仮定した。システムモデルにおいては、4.1.3 節に示したように、構造モデルの回帰係数が平滑化事前分布

に従うことを仮定した．このように，商品間や時点間に共通性を仮定した個体間モデルを導入することで，観測モデルに含まれる，データ数よりも非常に多いパラメータの推定が可能になる．提案モデルは，その意味で階層ベイズモデル ([44]) と同じ構造だといえる．

提案モデルの構造をマーケティングの観点から解釈する．提案モデルは，セールスプロモーションの購買に対する効果が，広告ストックや参照価格という消費者の内在的な指標の影響を受けること，さらにこの構造が緩やかに時間変動することを表現している．これらの仮定は，2節でも述べたとおり，個別には過去から頻繁に用いられている．また，セールスプロモーションの効果に対する内在的な指標の影響が商品間で同一であることを仮定することも，同一カテゴリ内の商品であることを考慮すると，マーケティング実務の観点から妥当であると考えられる．

4.3. モデルの推定

本項では，提案モデルをベクトル表現し，さらに2階層多変量状態空間モデルで表現できることを示す．その上でモデルの推定法を説明する．

3階層多変量状態空間モデルは，(4.6)式から(4.8)式の3本の方程式で定式化する．表7には，(4.6)式から(4.8)式に含まれる記号の意味と次元を示す．表7の4列目は，提案モデルのベクトルと行列の次元である．また，図3には，3階層多変量状態空間モデルの構造を模式的に示した．

(観測モデル)

$$\mathbf{y}_n = H_{1,n}\mathbf{x}_{1,n} + \mathbf{w}_{1,n}, \mathbf{w}_{1,n} \sim \text{MVN}(\mathbf{0}, R_1) \quad (4.6)$$

(構造モデル)

$$\mathbf{x}_{1,n} = H_{2,n}\mathbf{x}_{2,n} + \mathbf{w}_{2,n}, \mathbf{w}_{2,n} \sim \text{MVN}(\mathbf{0}, R_2) \quad (4.7)$$

(システムモデル)

$$\mathbf{x}_{2,n} = \mathbf{x}_{2,n-1} + \mathbf{w}_{3,n}, \mathbf{w}_{3,n} \sim \text{MVN}(\mathbf{0}, R_3) \quad (4.8)$$

4.1節に示した提案モデルと(4.6)式から(4.8)式との対応は以下の通りである．(4.6)式の観測モデルは， $\mathbf{y}_n = (y_{1n}, y_{2n}, y_{3n})^t$ が被説明変数ベクトルとなり，デザイン行列 $H_{1,n}$ は(4.9)式で構成される．

$$H_{1,n} = \begin{pmatrix} h_{1,1,n} & 0 & 0 \\ 0 & h_{2,1,n} & 0 \\ 0 & 0 & h_{3,1,n} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

ただし，

$$h_{i,1,n} = (1, p_{in}, e_{in}, f_{in}, cp_{in}^1, cp_{in}^2, ce_{in}^1, ce_{in}^2, cf_{in}^1, cf_{in}^2).$$

さらに，その時点の時変係数をまとめて状態ベクトル $\mathbf{x}_{1,n}$ とし，観測ノイズベクトルは $\mathbf{w}_{1,n} = (w_{1n}, w_{2n}, w_{3n})^t$ ($\mathbf{w}_{1,n} \sim \text{MVN}(\mathbf{0}, R_1)$) とする．なお，分散共分散行列 R_1 は対角行列を仮定した．

(4.7)式の構造モデルは， $\mathbf{x}_{1,n}$ が $H_{2,n}$ の影響を受けることを表現する．構造モデルのデザイン行列 $H_{2,n}$ は(4.10)式で構成する．

$$H_{2,n} = \text{diag}(h_{1,n}, h_{1,n}, h_{1,n}, h_{1,n}, h_{2,n}, h_{2,n}, h_{2,n}) \quad (4.10)$$

表 7: 3 階層多変量状態空間モデルの記号一覧

記号	内容	行列数 (一般)	行列数 (提案モデル)
y_n	被説明変数ベクトル	$l \times 1$	3×1
$H_{1,n}$	観測モデルの説明変数行列	$l \times m$	3×30
$x_{1,n}$	観測モデルの状態 (回帰係数) ベクトル	$m \times 1$	30×1
$w_{1,n}$	観測ノイズベクトル	$l \times 1$	3×1
R_1	観測ノイズの分散共分散行列	$l \times l$	3×3
$H_{2,n}$	構造モデルの説明変数行列	$m \times n$	30×28
$x_{2,n}$	構造モデルの状態 (回帰係数) ベクトル	$p \times 1$	28×1
$w_{2,n}$	構造ノイズベクトル	$m \times 1$	30×1
R_2	構造ノイズの分散共分散行列	$m \times m$	30×30
$w_{3,n}$	システムノイズベクトル	$p \times 1$	28×1
R_3	システムノイズの分散共分散行列	$p \times p$	28×28

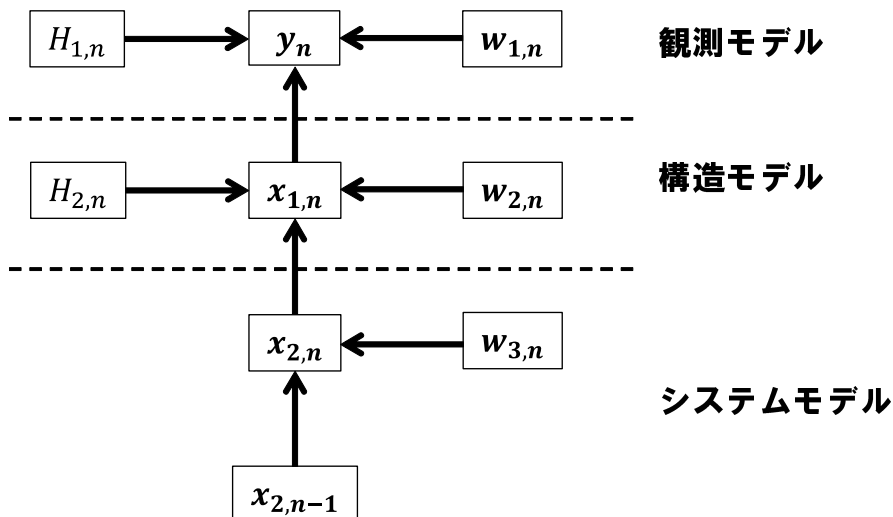


図 3: 3 階層多変量状態空間モデルの構造

ただし,

$$h_{1,n} = \begin{pmatrix} AD_{1,n} & RP_{1,n} & (AD_{2,n} + AD_{3,n}) \div 2 & (RP_{2,n} + RP_{3,n}) \div 2 \\ AD_{2,n} & RP_{2,n} & (AD_{1,n} + AD_{3,n}) \div 2 & (RP_{1,n} + RP_{3,n}) \div 2 \\ AD_{3,n} & RP_{3,n} & (AD_{1,n} + AD_{2,n}) \div 2 & (RP_{1,n} + RP_{2,n}) \div 2 \end{pmatrix}$$

$$h_{2,n} = \begin{pmatrix} AD_{1,n} & RP_{1,n} & AD_{2,n} & RP_{2,n} \\ AD_{1,n} & RP_{1,n} & AD_{3,n} & RP_{3,n} \\ AD_{2,n} & RP_{2,n} & AD_{1,n} & RP_{1,n} \\ AD_{2,n} & RP_{2,n} & AD_{3,n} & RP_{3,n} \\ AD_{3,n} & RP_{3,n} & AD_{1,n} & RP_{1,n} \\ AD_{3,n} & RP_{3,n} & AD_{2,n} & RP_{2,n} \end{pmatrix}.$$

(4.10) 式の小行列 $h_{1,n}$ は、観測モデルでの切片および自商品セールスプロモーションの回帰係数 (時変係数グループ $g(j)$ での $j = 1, 2, 3, 4$ に該当) についてのデザイン行列を規定する. 一方, 小行列 $h_{2,n}$ は競合商品セールスプロモーションの回帰係数 ($g(j)$ の $j = 5, 6, 7$ に該当) についてのデザイン行列を規定する. このうち, 競合商品の広告ストックと店舗レベル参照価格について, $h_{1,n}$ では競合 2 商品の平均値を用いた. 一方, $h_{2,n}$ では, 当該競合商品の値のみが影響を与えると仮定した (例えば, 商品 A の価格掛率の回帰係数に対しては, 商品 A の広告ストックが影響する, など). マーケティング実務上, $h_{1,n}$ では, 競合 2 商品の平均値でなく, 商品ごとの値が個別に影響すると考えることもできるが, モデル設定の制約上, この仮定とした.

次に, 構造モデルの時変係数をまとめた, $\mathbf{x}_{2,n}$ を定義する. 構造ノイズベクトルは $\mathbf{w}_{2,n} = (\delta_{11n}, \dots, \delta_{39n})^t$ ($MVN(\mathbf{0}, R_2)$). R_2 は対角行列を仮定した. 最後に, (4.8) 式のシステムモデルは, $\mathbf{x}_{2,n}$ の時間変動を示す. システムノイズは $\mathbf{w}_{3,n} = (\xi_{11}^2, \dots, \xi_{74}^2)^t$ ($MVN(\mathbf{0}, R_3)$) とし, R_3 は対角行列を仮定した. ノイズの分散は, すべてを個別に設定するのではなく, 表 8, 表 9, 表 10 の通り, 一部を同一のものと仮定した.

表 8: 観測モデル分散対応表

i	1	2	3
変数	商品 A	商品 B	商品 C
観測ノイズの分散	σ_1^2	σ_2^2	σ_3^2

(4.6) 式から (4.8) 式で表現した, 3 階層多変量状態空間モデルは, 2 階層多変量状態空間モデルで表現できる. 具体的には, (4.7) 式の構造モデルを (4.6) 式の観測モデルに代入して整理すると (4.11) 式が得られる. (4.11) 式では, 被説明変数ベクトル \mathbf{y}_n が $\mathbf{x}_{1,n}$ ではなく $\mathbf{x}_{2,n}$ で表現されている.

$$\mathbf{y}_n = H_{1,n} H_{2,n} \mathbf{x}_{2,n} + \mathbf{w}_{1,n}^* \quad (4.11)$$

以上より, 3 階層多変量状態空間モデルは, (4.11) 式を観測モデル, (4.8) 式をシステムモデルと考えれば, 2 階層多変量状態空間モデルで表現できることになる. ただし, $\mathbf{w}_{1,n}^* =$

表 9: 構造モデル分散対応表

		i	1	2	3
j (表 3)	変数		商品 A	商品 B	商品 C
0	切片		τ_1^2	τ_2^2	τ_3^2
1	自商品価格掛率		τ_4^2		
2	自商品エンド				
3	自商品チラシ				
4	競合商品 1 価格掛率		τ_7^2		
5	競合商品 2 価格掛率				
6	競合エンド 1 価格掛率		τ_8^2		
7	競合エンド 2 価格掛率				
8	競合チラシ 1 価格掛率				
9	競合チラシ 2 価格掛率		τ_9^2		

表 10: システムモデル分散対応表

		k	1	2	3	4
$g(j)$ (表 3)	変数		自商品 広告ストック	自商品 参照価格	競合商品 広告ストック	競合商品 参照価格
1	切片					
2	自商品価格掛率					
3	自商品エンド					
4	自商品チラシ		ξ_1^2	ξ_2^2	ξ_3^2	ξ_4^2
5	競合商品価格掛率					
6	競合商品エンド					
7	競合商品チラシ					

$\mathbf{w}_{1,n} + H_{1,n}\mathbf{w}_{2,n}$ かつ, $\mathbf{w}_{1,n}^* \sim \text{MVN}(\mathbf{0}, H_{1,n}R_2H_{1,n}^t + R_1)$ となる. モデルを識別性を担保するために, $\mathbf{w}_{1,n}, \mathbf{w}_{2,n}, \mathbf{w}_{3,n}$ は互いに独立とし, R_1, R_2, R_3 は対角行列を仮定する. さらに, $m(\mathbf{x}_{1,n} \text{の次元}) > p(\mathbf{x}_{2,n} \text{の次元})$ が制約として必要となる ([11]).

前段に示したように, 提案モデルは, 2階層多変量状態空間モデルの枠組みで表現できるため, 構造モデルの回帰係数ベクトル $\mathbf{x}_{2,n}$ の推定にはカルマンフィルタ/固定区間平滑化を, 他の静的パラメータの推定には最尤法を用いればよい. 観測モデルの回帰係数ベクトル $\mathbf{x}_{1,n}$ が従う分布の平均ベクトルは, $\mathbf{x}_{2,n}$ を推定したのち, (4.7) 式で $H_{2,n}\mathbf{x}_{2,n}$ を計算すればよい. また, 3節で述べたとおり, \mathbf{y}_n には欠測値が存在するが, これはカルマンフィルタ適用時に, フィルタリングのステップを実行しないだけで自然な形で処理できる ([17]).

本モデルにおいて推定すべき静的パラメータは, 表 8 から表 10 で設定した観測ノイズ, 構造ノイズ, およびシステムノイズのそれぞれの分散と, 広告ストック変数のストック係数 λ , 店舗レベル参照価格変数のストック係数 ζ である. これらの静的パラメータは条件付き最尤法を用いて推定した. 具体的には, 観測ノイズ, ストックパラメータ λ および ζ を

グリッドとして設定し、各グリッドごとにその他の静的パラメータを通常の最尤法で推定した。グリッドの区間および幅は、観測ノイズでは事前の推定結果を参考にして0.2から0.6の間で0.05刻みとし、 λ および ζ は0から0.95の間で0.05刻みとした。計算量を抑えるため、グリッドサーチは2段階に分けて実施した。1段階目は観測ノイズ、ストックパラメータともに0.2刻みとして最適なグリッドを探索し、2段階目にそのグリッドを中心に、0.05刻みで最適なグリッドを探索した。最尤法での最適化手法は、[33]と同様に、Nelder-Mead法([27])を用いた。

4.4. 比較モデル

本研究では、比較モデルとして、2階層多変量状態空間モデルを設定した。比較モデルは、セールスプロモーションに加えて、広告ストック、店舗レベル参照価格が直接売上に影響を与えると仮定したモデルである。モデル表現を(4.12)式および(4.13)式に示す。これらの表記は、基本的には提案モデルに準ずるが、例外があるので以下に示す。まず、 RP と AD の上付き添字の $comp1$ 、 $comp2$ である。本モデルでは、競合2商品の RP と AD を個別の説明変数としており、この添字は、何番目の競合商品であることを示している。次いで w_{in} は観測ノイズ、 $\eta_{i,k,n}$ はシステムノイズをそれぞれ示す。

(観測モデル)

$$\begin{aligned} y_{in} = & \beta_{i0n} + p_{in}\beta_{i1n} + e_{in}\beta_{i2n} + f_{in}\beta_{i3n} + cp_{in}^1\beta_{i4n} + cp_{in}^2\beta_{i5n} + ce_{in}^1\beta_{i6n} \\ & + ce_{in}^2\beta_{i7n} + cf_{in}^1\beta_{i8n} + cf_{in}^2\beta_{i9n} + \log(AD_{in}^{own})\beta_{i10n} + \log(RP_{in}^{own})\beta_{i11n} \\ & + \log(AD_{in}^{comp1})\beta_{i12n} + \log(RP_{in}^{comp1})\beta_{i13n} + \log(AD_{in}^{comp2})\beta_{i14n} \\ & + \log(RP_{in}^{comp2})\beta_{i15n} + w_{in}, \quad w_{in} \sim N(0, \sigma_i^2) \end{aligned} \quad (4.12)$$

(システムモデル)

$$\beta_{i,k,n} = \beta_{i,k,n-1} + \eta_{i,k,n}, \quad \eta_{i,k,n} \sim N(0, \xi_{ik}^2) \quad (4.13)$$

(4.12)式および(4.13)式をベクトル表現すると、(4.14)式、(4.15)式の通りとなる。(4.14)式の表記は提案モデルに準ずる。(4.15)式の $w_{2,n}$ はシステムノイズを、 R_2 はシステムノイズの分散共分散行列をそれぞれ示す。 R_1 、 R_2 は対角行列を仮定した。

(観測モデル)

$$\mathbf{y}_n = H_{1,n}\mathbf{x}_{1,n} + \mathbf{w}_{1,n}, \quad \mathbf{w}_{1,n} \sim \text{MVN}(\mathbf{0}, R_1) \quad (4.14)$$

(システムモデル)

$$\mathbf{x}_{1,n} = \mathbf{x}_{1,n-1} + \mathbf{w}_{2,n}, \quad \mathbf{w}_{2,n} \sim \text{MVN}(\mathbf{0}, R_2) \quad (4.15)$$

観測ノイズの分散は、商品ごとに設定した。これは、提案モデルでの観測モデルと同様である。一方、システムモデルでは、切片のみ商品別とし、それ以外の説明変数では、すべての商品で同一と設定した。こちらは、セールスプロモーションを説明変数とした、提案モデルでの構造モデルに対応している。これらに広告ストック変数のストック係数 λ 、店舗レベル参照価格変数のストック係数 ζ を加えた23個が、比較モデルで推定すべき静的パラメータとなる。比較モデルは、2階層線形ガウス型状態空間モデルであるので、静的パラメータは、最尤法で推定した。

5. 解析結果

5.1. モデル比較と超パラメータ推定結果

表 11 には、提案モデルと比較モデルの最大対数尤度、パラメータ数および AIC をそれぞれ示す。2つのモデルの AIC を比較すると、提案モデルがサポートされる結果である。よって、以後は提案モデルの推定結果に基づき議論する。

表 11: モデル推定結果

モデル名称	最大対数尤度	パラメータ数	AIC
提案モデル	-1023.584	18	2083.168
比較モデル	-1095.640	23	2237.280

なお、参考までに表 12, 表 13, 表 14 には、観測ノイズの分散、構造ノイズの分散、システムノイズの分散の推定結果を示した。

表 12: 観測ノイズ分散推定値 (グリッドサーチ)

観測ノイズ分散	σ_1^2	σ_2^2	σ_3^2
推定値	0.30	0.25	0.25

表 13: 構造ノイズ分散推定値

構造ノイズ分散	τ_1^2	τ_2^2	τ_3^2	τ_4^2	τ_5^2	τ_6^2	τ_7^2	τ_8^2	τ_9^2
推定値	0.031	0.032	0.148	1.395	0.012	0.142	0.054	0.003	0.079

表 14: システムノイズ分散推定値

システムノイズ分散	ξ_1^2	ξ_2^2	ξ_3^2	ξ_4^2
推定値	6.6E-05	5.3E-02	1.1E-04	2.5E-03

5.2. 観測モデル回帰係数 (市場反応係数) の推定結果

図 4 と図 5 には、観測モデルの回帰係数 $\beta_{ijn}(\mathbf{x}_{1n} = (\beta_{10n}, \dots, \beta_{39n})^t)$ の推定結果を示す。図 4 は、トレンドと自商品のセールスプロモーションの、図 5 は、競合商品のセールスプロモーションの結果である。図 4 によると、3つの商品のトレンド (β_{i0n}) は連動している部分もあり、その推移にはカテゴリ全体の季節性なども含まれる。いずれの商品もデータ期間前半のレベルが高く (時点 100 まで)、中盤 (時点 200 前後) に大きく低下し、データ期間後半に向けて上昇傾向である。トレンドの変動は、商品のベースの商品力の代理指標と考えられ、それが上昇傾向であれば悪くない状況であり、低下傾向であれば状況が悪いと考える ([35] を参照のこと)。自商品のセールスプロモーションについては、実施により売上が伸びるという結果であり、多くの先行研究や実務上の知見と一致する。例えば、価格弾力性 (β_{i1n}) については、-3 程度を中心に推移しており、平均的に見れば最寄品としては妥当な値である

([29]). ただし、時点ごとに見ると、いずれの商品でも自身のセールスプロモーションの効果が大きく変動している。この結果は、セールスプロモーションの効果を静的に捉えるだけでは不十分であることを示唆する。 x_{1n} が動的に変動する理由は、5.3 項で詳述する。

一方で、競合商品のセールスプロモーションは、実施により売上が低下するのが自然である。図5に示す通り、競合の価格掛率については、推定値がおおむね正の領域内で推移しており、この想定に合致する。平滑化推定量は0から0.5程度で推移しており、これは[21]と同水準である。他方、競合商品のエンド陳列実施およびチラシ掲載については、0を何度も横切る形で変動しているが、その影響度は大きいとはいえない。

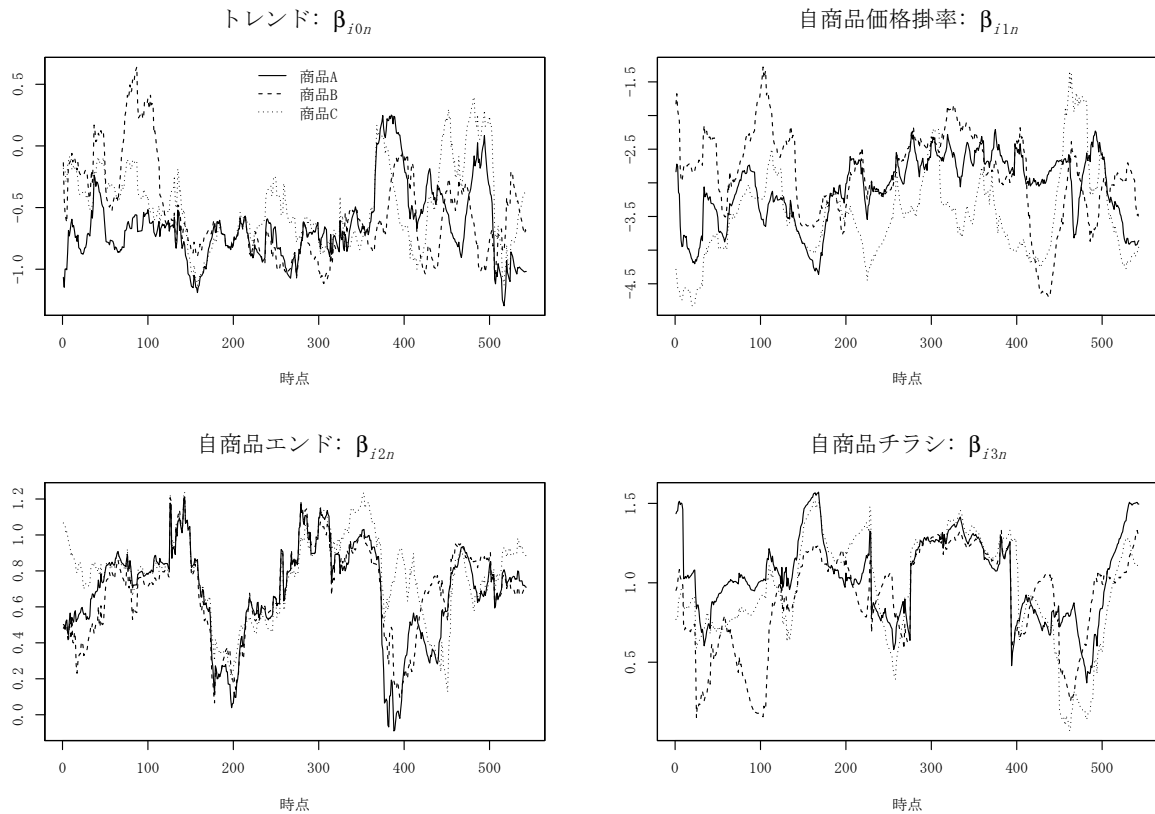


図4: 時変係数の推移1(トレンド・自商品セールスプロモーション)

5.3. 市場反応係数 $x_{1,n}$ の形成メカニズムに関する検証

5.3.1. 広告ストック、店舗レベル参照価格の推定結果

広告ストックの平滑化パラメータ λ の推定値は0.95であった。広告ストックのモデルとして同様の形式の[3]では0.97, [5]では0.93であり、本研究の推定結果と近い。一方、店舗レベル参照価格の平滑化パラメータ ζ は0.95であり、これは[31]と同様の結果である。[31]は店舗レベル参照価格が直接点数PIに影響する構造であり、商品カテゴリーとしてもインスタント・コーヒー、醤油を対象にした研究であるため、厳密な意味で比較できるわけではないが、参考までに示しておく。図6には、3商品の広告ストックの推定結果(上段)および店舗レベル参照価格の推定結果(下段)を示す。平滑化パラメータは商品間で共通であるが、商品ごとにGRPや価格掛率が異なることから、その推移には差が生じる。

5.2項に示した市場反応係数の時間変化は、前段に示した広告ストック(自商品および競合

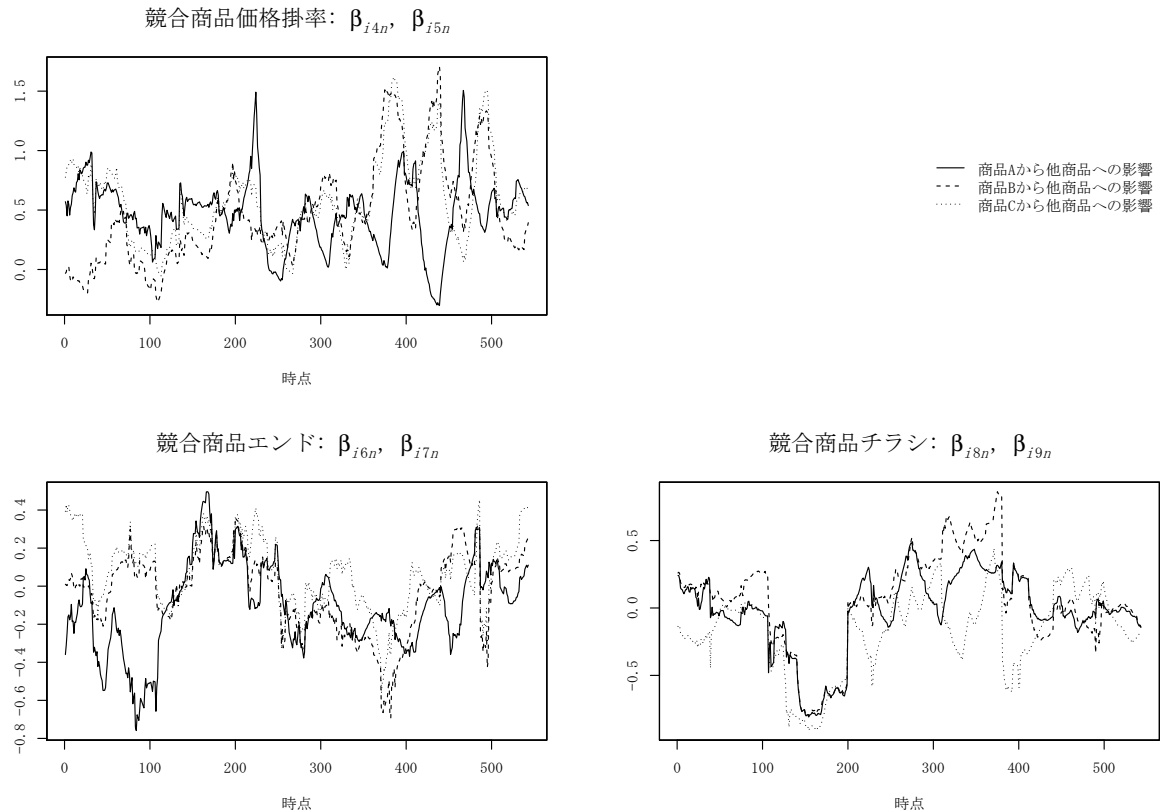


図 5: 時変係数の推移 2(競合商品セールスプロモーション)

商品)と店舗レベル参照価格(同)で説明できる。ここでは自商品の価格弾力性を取り上げ、広告ストックおよび店舗レベル参照価格との関係性を確認する。図7には、商品A($i = 1$)の自商品価格弾力性 β_{11n} と、自商品広告ストック AD_{1n}^{own} 、自商品店舗レベル参照価格 RP_{1n}^{own} 、競合商品広告ストック AD_{1n}^{comp} および競合商品店舗レベル参照価格 RP_{1n}^{comp} 、それぞれとの散布図を示す。この図から、自商品の広告ストックが多いほど、また自商品の店舗レベル参照価格が高いほど、絶対値の意味で価格弾力性が大きくなっていることが読み取れる。一方で、競合の広告ストックについては、対数で3程度までの投下量では自商品の価格弾力性が大きくなるものの、それ以上になると、自商品の価格弾力性が絶対値の意味で低下する傾向があることが読み取れる。競合の店舗レベル参照価格については、明確な関係性は確認できないものの、競合の参照価格が高いほど、自商品の価格弾力性が大きくなる傾向がある。実務において、値引きをしても販売数が増加しない場合に、このような情報があればその状況に対処することが可能になる。このような議論は、他の市場反応係数に関しても同様に行うことができるが、本稿では、紙幅の都合により割愛する。

5.3.2. 弾力性の算出

本提案モデルの特徴は、点数PIに対するセールスプロモーションの効果 $x_{1,n}$ が広告ストックと店舗レベル参照価格で構造化されている点である。 $x_{1,n}$ に対する広告ストックや店舗レベル参照価格の影響度の動的変化をより精緻に評価するためには、これらの弾力性を算定し、メカニズムを計量的に示す必要がある。

これを、自商品広告ストック AD_{in}^{own} を例にとって説明する。広告ストック弾力性は、(5.1)式に示すように算定できる。この弾力性は、広告ストック1%の変化によってセールスプロ

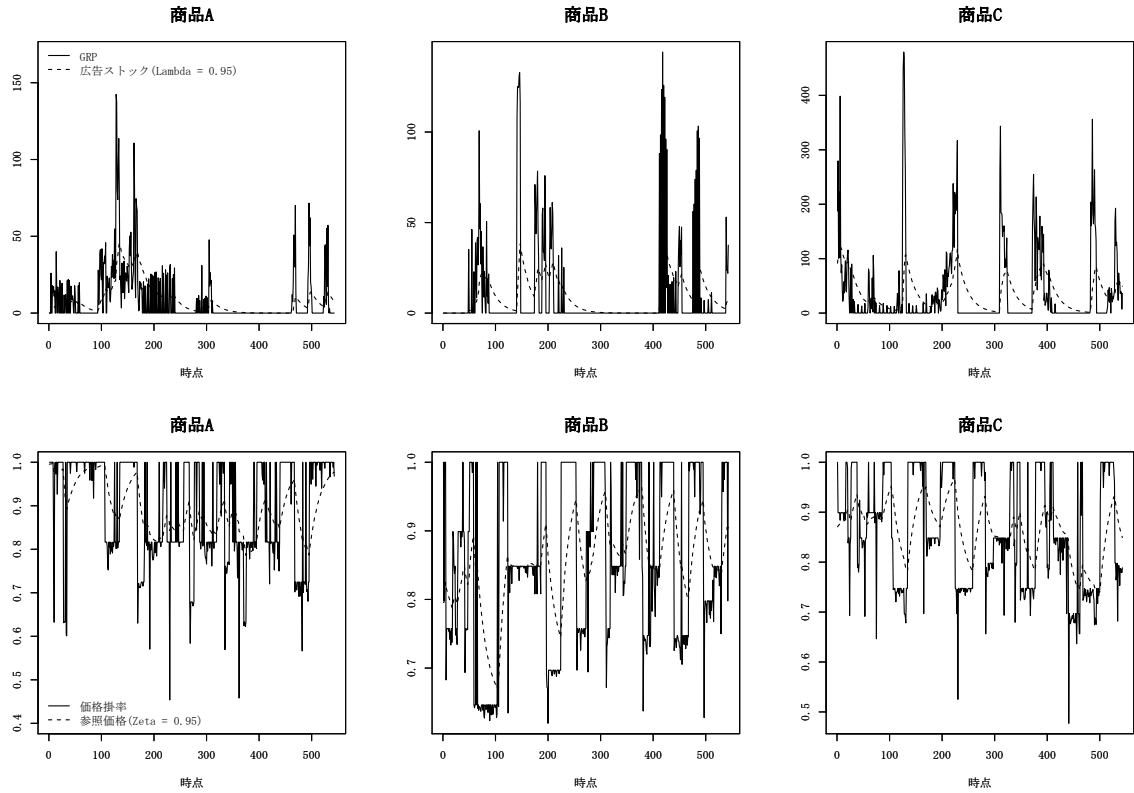


図 6: 広告ストックの推定結果 (上段), 店舗レベル参照価格の推定結果 (下段)

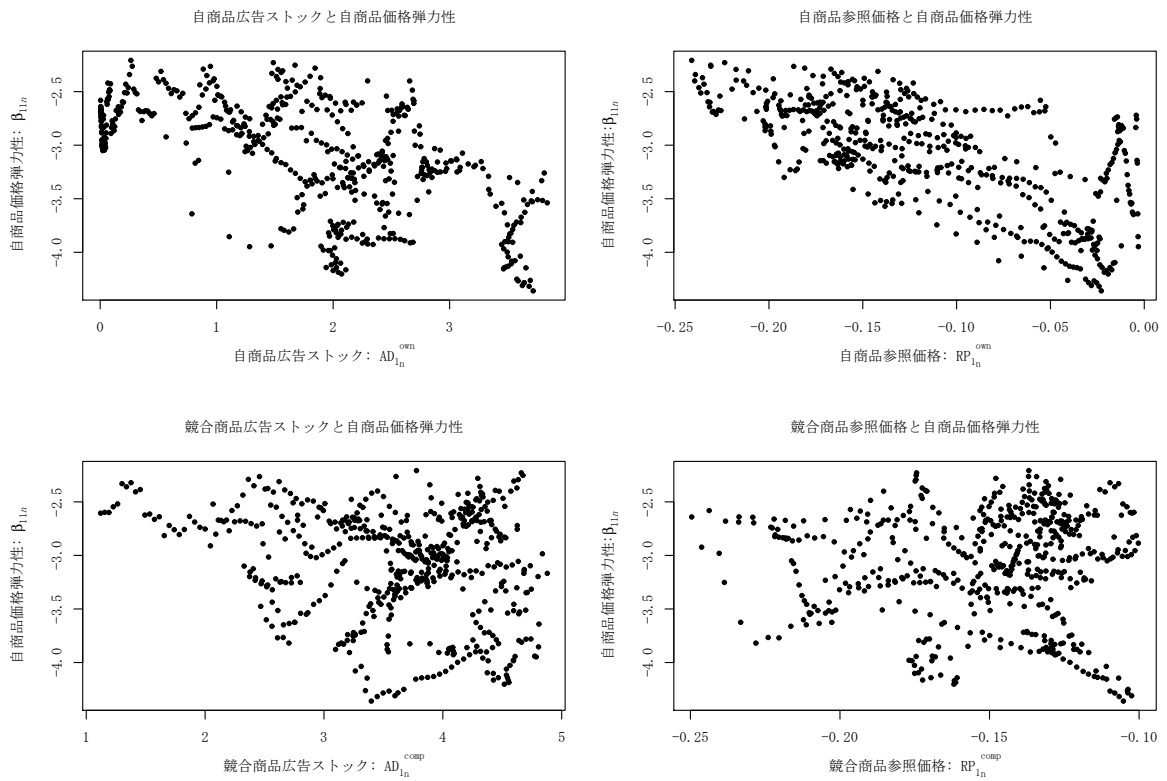


図 7: 自商品価格弾力性の, 広告ストックおよび店舗レベル参照価格との散布図 (商品 A)

モーションの反応が何%変化するかを示す指標になる。当然、弾力性は商品ごと、セールスプロモーションごと、および時点ごとに算定できる。また、店舗レベル参照価格についても同様に算定できる。

$$\frac{\partial \beta_{ijn} / \beta_{ijn}}{\partial AD_{in}^{own} / AD_{in}^{own}} = \frac{\partial \beta_{ijn}}{\partial AD_{in}^{own}} \frac{AD_{in}^{own}}{\beta_{ijn}} = \frac{\partial \beta_{ijn}}{\partial \log AD_{in}^{own}} \frac{\partial \log AD_{in}^{own}}{\partial AD_{in}^{own}} \frac{AD_{in}^{own}}{\beta_{ijn}} = \frac{\gamma_{g(j),1,n}}{\beta_{ijn}} \quad (5.1)$$

4.2項に示した通り、モデルの制約上、構造方程式に含まれる回帰係数はすべての商品において共通であることを仮定している。一方、観測モデルの回帰係数は商品別に得られているため、上記の計算により、商品ごとに種々の弾力性を評価できる。

図8から図11には、自商品広告ストック弾力性、自商品店舗レベル参照価格弾力性、競合商品広告ストック弾力性、競合商品店舗レベル参照価格弾力性の算定結果をそれぞれ示した。弾力性の算出対象としたセールスプロモーションは、自商品の価格掛率、エンド陳列、チラシ実施および競合商品の価格掛率の4つである。競合商品のエンド陳列、チラシ実施については、観測モデルにおいて点数PIに対する明確な効果が確認できなかったため、算出の対象から外した。

これらの図に示すように、自商品の広告ストックが増加すれば、自商品のセールスプロモーションの効果は強まる。また、自商品の店舗レベル参照価格については、それが大きいほど、セールスプロモーションの効果が高まる。これをマーケティングの観点から解釈すると、消費者が自商品のテレビ広告を見た記憶を強く持っているほど、あるいは、自商品の価格が高いと感じているほど、セールスプロモーションの売上促進効果が高まると解釈することができる。他方で、競合商品に関しては、広告ストックが増えるほど、また店舗レベル参照価格が高まるほど、値引きによる売上への効果が強まる傾向があった。すなわち、競合の店舗レベル参照価格がより高い状態でその商品が値引きを実施すると、自商品の売上がより大きく低下するのである。

表15には、商品A($i=1$)の50時点($n=50$)における弾力性値を示した。試算は、広告ストックの100%増加のケースと、店舗レベル参照価格の5%上昇のケースで実施した。このような状況は、マーケティング実務では頻繁に起こりうるものであり、特段奇異な設定ではない。また、同表の最右列には、同商品同時点での観測モデルの回帰係数(市場反応係数)を示した。この結果から具体的な計算例を示すと、以下となる。自商品広告ストック($AD_{1,50}^{own}$)が100%増加したとき、自商品の値引き効果(価格弾力性)は-3.515から絶対値の意味で8.798%増加して、-3.824になる。また、自商品店舗レベル参照価格($RP_{1,50}^{own}$)が5%上昇したときは、-3.515から絶対値の意味で7.735%増加して、-3.786となる。

表 15: 商品 A($i=1$) の 50 時点 ($n=50$) における弾力性計算結果

施策	$AD_{1,50}^{own}$	$RP_{1,50}^{own}$	$AD_{1,50}^{comp}$	$RP_{1,50}^{comp}$	観測モデル 回帰係数
	100%増加時	5%増加時	100%増加時	5%増加時	
自商品値引き	8.798 %	7.735 %	-2.139 %	8.809 %	-3.515
自商品エンド	2.709 %	9.365 %	-3.251 %	10.532 %	.799
自商品チラシ	2.430 %	16.700 %	7.529 %	7.874 %	.909
競合値引き	-1.202 %	-22.585 %	94.823 %	3.550 %	.838/.254

2節で述べたとおり、広告量の増加は価格感度を低下させるという見解が一般的であり、これは本研究の結果とは逆である。[46]にもあるとおり、本研究で対象とした低関与商品に

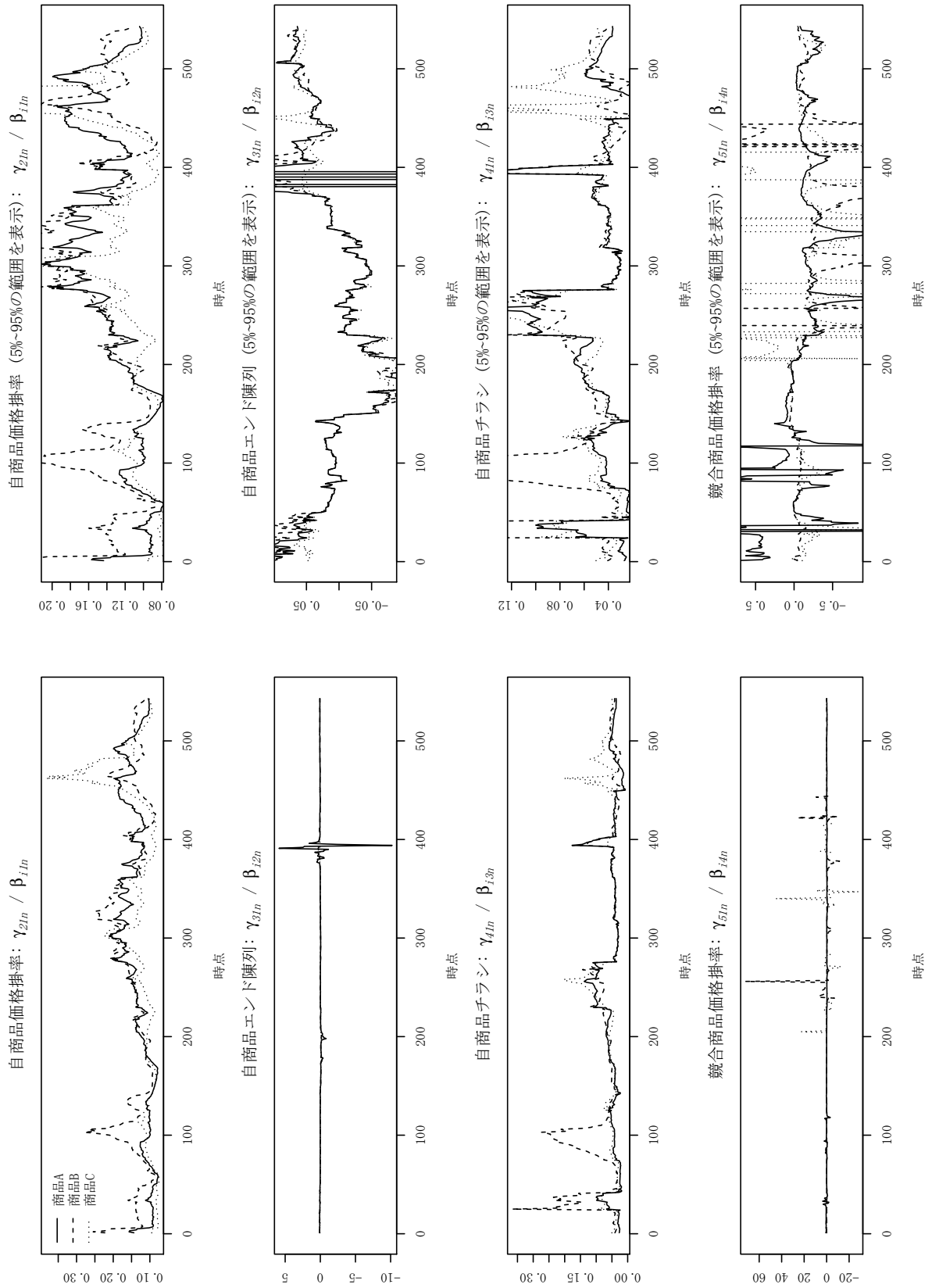


図 8: 自商品広告ストック弾力性

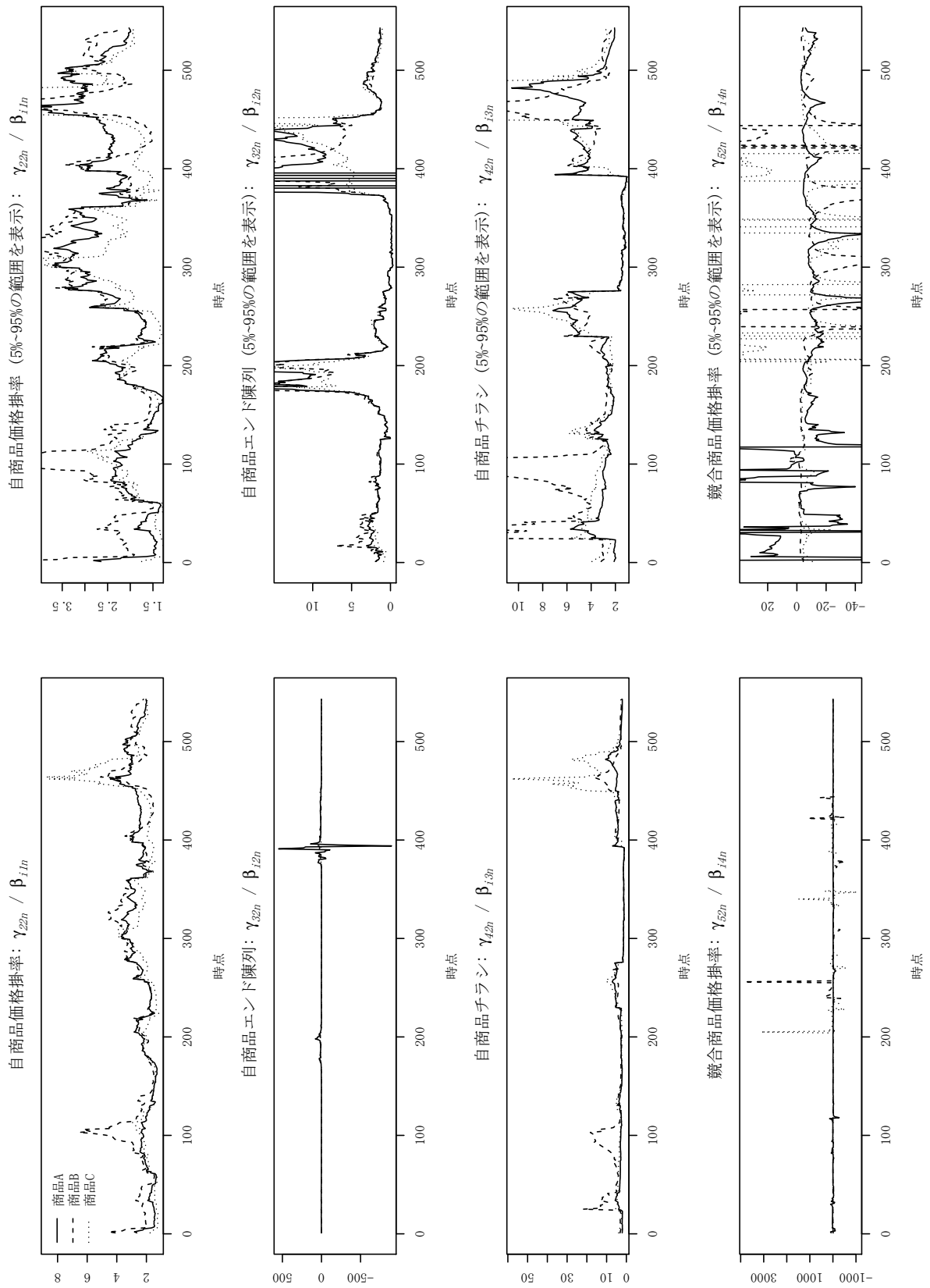


図 9: 自商品店舗レベル参照価格弾力性

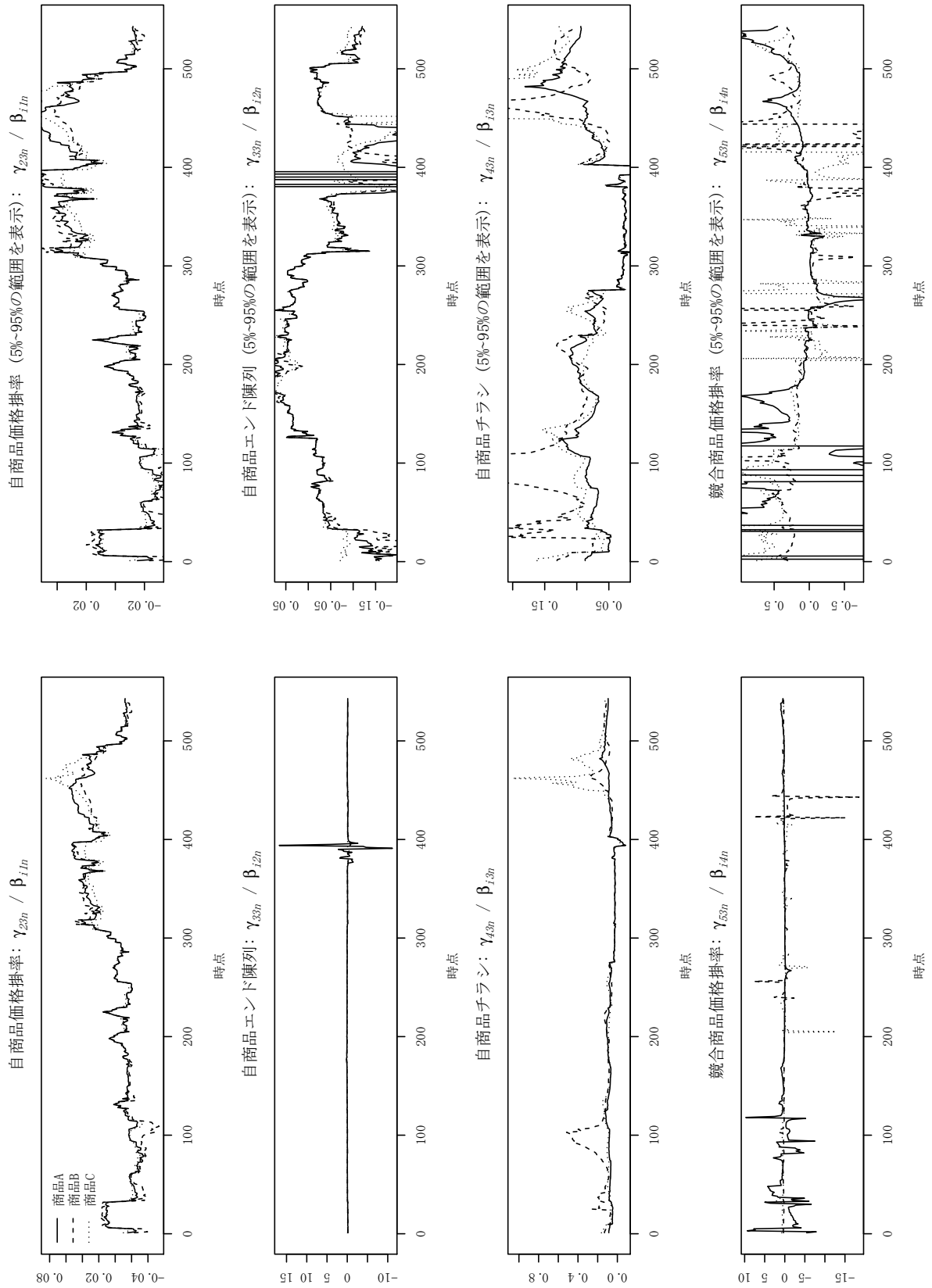


図 10: 競合商品広告ストック弾力性

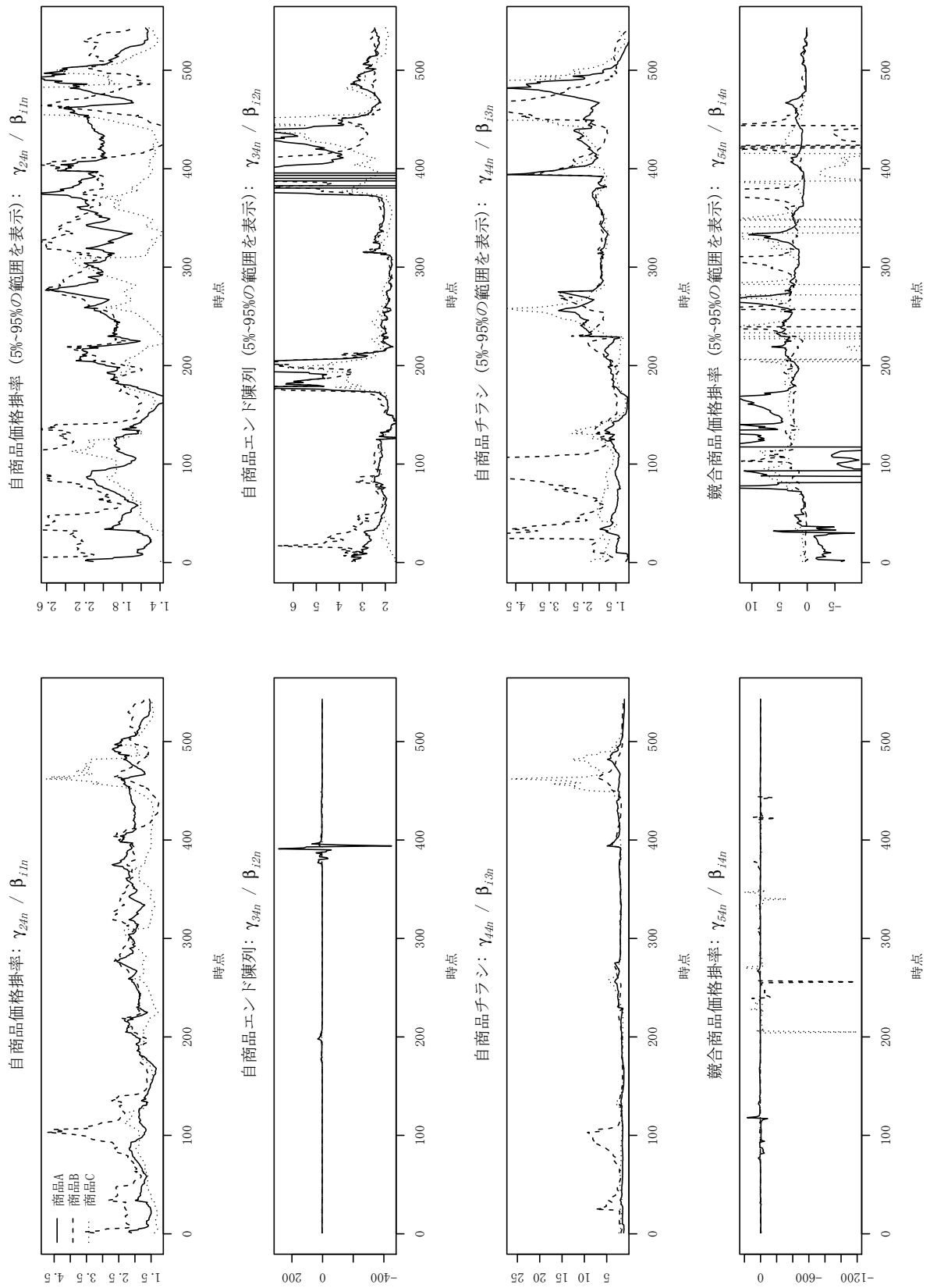


図 11: 競合商品店舗レベル参照価格弾力性

においては、広告によって当該の商品を知覚しやすくなり、その結果として選択候補の一つに加わることになる。広告の効果はその商品の相対価格が低くなるなど、消費者がセールスプロモーションの刺激を受けたときに顕在化される。以上のように考えれば、本研究で得られている知見は妥当だといえる。

店舗レベル参照価格については、消費者の値頃感が高まると、セールスプロモーションの効果が強まると解釈できる。これは、自らの商品のセールスプロモーションにおいても、競合商品のセールスプロモーションから受ける影響についても同様である。この結果は、先行研究や実務上の知見と一致し、自然な解釈が可能である。

本項に示したように、構造モデルを用いれば、その副産物として、広告ストックや参照価格の市場反応係数に対する弾力性を評価でき、シミュレーションを行える。この点は、3階層多変量状態空間モデルを用いた利点の1つでもあるため、ここで強調しておくことにする。

5.4. 計算時間に関する議論

本節の最後に、モデル推定にかかった計算時間について述べる。今回、提案モデルの推定に用いた計算機のスペックは、OSはWindows7(64ビット)、メモリは24GB、CPUはIntel Xeon 5660 2.80GHz(物理コア数12, 論理コア数24)であった。この計算機で20グリッドごとの並列計算を行い、全体の計算時間は41時間50分であった。探索グリッド数は3,557であったため、1グリッド当たりの計算時間は平均でおよそ14分となる。この計算時間であれば、マーケティング実務への適用に差し支えはないが、クラウドコンピューティングなどを活用した、より大規模な並列計算により、さらなる計算時間の短縮も可能である。

6. おわりに

本研究では、3階層多変量状態空間モデルにより、セールスプロモーションの動的変動メカニズムを平滑化事前分布によらずモデル化し、実データにより検証した。セールスプロモーションの動的効果は、広告ストックや店舗レベル参照価格に動的に影響されて生じ、また広告ストックや参照価格が間接的にセールスプロモーションを通じて、売上に影響を与えることを示唆した。マーケティング的観点では、セールスプロモーション効果の動的変動メカニズムの一端を明らかにできたという意味で、貢献がある。

マーケティング実務では、広告とセールスプロモーションは別個に扱われることが多い。この理由はいくつかあるが、そのひとつとして、それぞれの目標指標の違いを指摘できる。広告では認知率などの消費者態度指標が、セールスプロモーションでは売上が目的指標になることが多い。目標指標が異なれば、非効率な施策につながることは明らかである。本研究は、こういった課題に対して示唆を提供でき、これら2つの施策を売上を指標にして制御できる。その際、広告量や価格を直接コントロールするのではなく、これらの施策の結果として得られる、広告ストックや、参照価格をコントロールすることで、市場反応自体を制御し、結果的に売上の制御に結び付ける。当該アプローチは、これらの点で、今までにない新たなアプローチだといえる。

本研究は、[18]で指摘されている「広告のアカウントビリティ」すなわち、「なぜ、その広告を出稿しなければならないのか」という問い対しても、売上に対する広告の効果を提示することで、今まで以上に明快な答えをステークホルダーに提示できる。また、本研究の枠組みは、アカデミック、実務の両面で最近よく用いられている、シングルソース・データを活用した場合と比較して、データ取得コスト、計算コストの2つの観点から有意性がある。本研究で提案したモデルは、最低限、POSデータと視聴率データがあれば分析できる。また、

これらのデータは日々自動で取得・蓄積されている二次データであり、シングルソースデータのような一次データと比較して、入手費用を低く抑えられる。また、集計データによる解析のため、シングルソース・データの解析で用いるような個人モデルと比較して、パラメータ推定のための計算コストが低く抑えられる。この利点を生かせば、企業の広告出稿計画を高度化できるのは明らかである。

最後に残された課題を簡単に整理する。課題の1つは、モデル推定法にある。本研究では、静的パラメータの推定に条件付き最尤法を用いた。この理由としては、通常最尤法では、観測ノイズと構造ノイズの同時識別が困難であることと、広告ストックおよび店舗レベル参照価格の平滑化パラメータの推定が難しいことであった。この課題に対しては、MCMC法(マルコフ連鎖モンテカルロ法)を用いれば対応できる。2つ目は、集計レベルの提案モデルを個人モデルに拡張することがあげられる。本モデルは、店舗レベルでの集計的モデルであった。そのため、店舗レベルといった集計レベルのマーケティング意思決定には、十分に活用できる。一方で、ワン・トゥ・ワンマーケティングなどの個を対象としたマーケティング活動に、本研究成果を活用することは現実的に困難である。そういった課題に対応するには、当然個人レベルのモデル化が必須といえる。以上を今後の課題とする。

謝辞

本稿の改訂にあたり、査読者の先生方からは、多くの有用かつ建設的なコメントを頂きました。また、本研究は、JSPS 科研費 26285095 (研究代表者: 佐藤忠彦) の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] 阿部 誠: コメント. 日本統計学会誌, **38-1** (2008), 21–23.
- [2] 阿部 誠: 広告は売上に本当に効果があるのか? 季刊マーケティング・ジャーナル **90**, **23-2** (2003), 4–16.
- [3] F.M. Bass, N. Bruce, S. Majumdar and B.P.S. Murthi: Wearout Effects of Different Advertising Themes: A Dynamic Bayesian Model of the Advertising-Sales Relationship. *Marketing Science*, **26-2** (March-April 2007), 179–195.
- [4] N.I. Bruce, K. Peters and P.A. Naik: Discovering How Advertising Grows Sales and Builds Brands. *Journal of Marketing Research*, **49** (December 2012), 793–806.
- [5] N.I. Bruce: Pooling and Dynamic Forgetting Effects in Multitheme Advertising: Tracking the Advertising Sales Relationship with Particle Filters. *Marketing Science*, **27-4** (July-August 2008), 659–673.
- [6] M.G. Dekimpe, P.H. Franses, D.M. Hanssens and P.A. Naik: Time-Series Models in Marketing. *ERIM Report Series*, August(2006).
- [7] D. DelVecchio, H.S. Krishnan and D.C. Smith: Cents or Percent: The Effects of Promotion Framing on Price Expectations and Choice. *Journal of Marketing*, **71-3** (July 2007), 158–170.
- [8] J. Dube, G.J. Hitsch and P. Manchanda: An Empirical Model of Advertising Dynamics. *Quantitative Marketing and Economics*, **3-2** (June 2005), 107–144.
- [9] C.O. Ernst, S.H.L. Peter and E.W. Jaap: Early Marketing Matters: A Time-Varying

- Parameter Approach to Persistence Modeling. *Journal of Marketing Research*, **47-1** (February 2010), 173–185.
- [10] G.J. Eskin and P.H. Baron: Effects of Price and Advertising in Test-Market Experiments. *Journal of Marketing Research*, (November 1977), **14-4**, 499–508.
- [11] D. Gamerman and H.S. Migon: Dynamic Hierarchical Models. *Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological)*, **55-3** (1993), 629–642.
- [12] B. Harvey, T. Herbig, M. Keylock, R. Aggarwal and N. Lerner: Exploding the legend of television advertising and price promotions: the proper mix of price, instore, and tv for maximum short- and long-term ROI. *Journal of Advertising Research*, **52-3** (Sep 2012), 339–345.
- [13] H.J.V. Heerde, M.J. Gijsenberg, M.G. Dekimpe and J.E.M. Steenkamp: Price and Advertising Effectiveness over the Business Cycle. *Journal of Marketing Research*, **50-2** (April 2013), 177–193.
- [14] V. Kanetkar, C.B. Weinberg, D.L. Weiss: Price Sensitivity and Television Advertising Exposures: Some Empirical Findings. *Marketing Science*, **11-4** (November 1992), 359–371.
- [15] G. Kitagawa and F. Kondo: State Space Decomposition of Daily Scanner Sales into Trend, Day-of-the-Week Effect and Price Promotion Effect. *Research Memorandum*, **661** (1998).
- [16] G. Kitagawa and F. Kondo: Four Time-varying Aspects on Scanner Sales Based on Vector State Space Model, *Research Memorandum*, **667** (1998).
- [17] 北川 源四郎: 時系列解析入門 (岩波書店, 2005).
- [18] 岸 志津江, 田中 洋, 島村 和恵: 現代広告論 (有斐閣, 2000).
- [19] 近藤 文代: デイリー POS データにおける曜日変動および値下げ効果の抽出. *オペレーションズ・リサーチ*, **3** (1999), 49–73.
- [20] T. Mazumdar, S.P. Raj and I. Sinha: Reference Price Research: Review and Propositions. *Journal of Marketing*, **69-4** (October 2005), 84–102.
- [21] A.L. Montgomery and P.E. Rossi: Estimating Price Elasticities with Theory-Based Priors. *Journal of Marketing Research*, **36-4** (1999), 413–423.
- [22] 本橋永至, 樋口知之: 市場構造の変化を考慮したブランド選択モデルによる購買履歴データの解析. *マーケティング・サイエンス*, **21-1** (2013), 37–59.
- [23] P.A. Naik, M.K. Mantrala, and A. Sawyer: Planning Pulsing Media Schedules in the Presence of Dynamic Advertising Quality. *Marketing Science*, **17-3** (1997), 214–235.
- [24] P.A. Naik, K. Raman and R. Wine: Planning Marketing-Mix Strategies in the Presence of Interactions. *Marketing Science*, **24-1** (2005), 25–34.
- [25] 中村 博: 消費者の参照価格に関する実証研究と今後の研究課題. *マーケティング・サイエンス*, **10-1/2** (2001), 49–68.
- [26] R. Neelamegham, P.K. Chintagunta: Modeling and Forecasting the Sales of Technology Products. *Quantitative Marketing and Economics*, (September 2004), **2-3**, 195–232.
- [27] J.A. Nelder and R. Mead: A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, **7-4** (1965), 308–313.

- [28] 岡太 彬訓, 守口 剛, 木島 正明: マーケティングの数理モデル (経営科学のニューフロンティア)(朝倉書店, 2001).
- [29] 恩蔵 直人, 守口 剛: セールス・プロモーション -その理論, 分析手法, 戦略-(同文館, 1994).
- [30] G. Petris, S. Petrone and P. Campagnoli: Dynamic Linear Models with R(Springer, 2009).
- [31] 佐藤 忠彦, 樋口 知之: 動学的売上反応モデルによる POS データ解析. マーケティング・サイエンス, **15-1/2** (2006), 1-26.
- [32] 佐藤 忠彦, 樋口 知之: 動的個人モデルによる購買生起行動の解析. マーケティング・サイエンス, **16-1/2** (2007), 49-73.
- [33] 佐藤 忠彦, 樋口 知之: 動的個人モデルによる消費者来店行動の解析. 日本統計学会誌, **38-1** (2008), 1-19.
- [34] 佐藤 忠彦, 樋口 知之: ビッグデータ時代のマーケティング・ベイジアンモデリングの活用 (講談社, 2013).
- [35] 佐藤 忠彦, 樋口 知之著: 第9章 ベイジアンモデリングによる動的ブランド診断, ブランド評価手法—マーケティング視点によるアプローチ (朝倉書店, 2014), 122-145.
- [36] 里村 卓也: コメント. 日本統計学会誌, **38-1** (2008), 25-28.
- [37] 清水 公一: 広告の理論と戦略 (第15版)(創成社, 2007).
- [38] S. Sriram and M.U. Kalwani: Optimal Advertising and Promotion Budgets in Dynamic Markets. *Management Science*, **53-1** (2007), 46-60.
- [39] 杉田義弘, 水野誠, 八木滋: 多項ロジット・モデルによる広告効果の推定. マーケティング・サイエンス, **1-1/2** (1992), 1-11.
- [40] 須永 努: 売上反応に基づいた広告効果研究の現状と課題. 日経広告研究所報, **241** (1999), 2-8.
- [41] 高橋 郁夫: 非計画購買の規定要因分析. 杏林社会科学研究, **8-1** (1991), 34-52.
- [42] N. Terui, Y. Imano: Forecasting Model with Asymmetric Market Response and Its Application to Pricing in Consumer Package Goods. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, **21-6** (2005), 541-560.
- [43] 照井 伸彦: コメント -マーケティングの中の時系列解析-. 日本統計学会誌, **38-1** (2008), 29-30.
- [44] 照井 伸彦: ベイズモデリングによるマーケティング分析 (東京電機大学出版局, 2008).
- [45] N. Terui, M. Ban and T. Maki: Finding Market Structure by Sales Count Dynamics - Multivariate Structural Time Series Models with Hierarchical Structure for Count Data -. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, **62** (2010), 92-107.
- [46] 上田 隆穂: 消費者層の価格感度に対する TV 広告の効果 [成熟型商品における実証研究], 学習院大学経済論集, **23-1/2**, 73-85.
- [47] 株式会社ビデオリサーチ: 視聴率ハンドブック (株式会社ビデオリサーチ, 2013).
- [48] J. Xie, M. Song M. Sirbu and Q. Wang: Kalman Filter Estimation of New Product Diffusion Models. *Journal of Marketing Research*, **34-3** (1997), 378-393.

付録

線形ガウス型状態空間モデルとは、時系列データを対象に、観測モデルとシステムモデルを用いて、そのシステムを記述する手法である。まず、時点 n の多変量時系列を \mathbf{y}_n とする。このとき、この時系列を表現する、次の2つの方程式で構成されるモデルを状態空間モデルと呼ぶ。

(観測モデル)

$$\mathbf{y}_n = H_n \mathbf{x}_n + \mathbf{w}_n, \mathbf{w}_n \sim \text{MVN}(\mathbf{0}, R_n) \quad (\text{i})$$

(システムモデル)

$$\mathbf{x}_n = F_n \mathbf{x}_{n-1} + G_n \mathbf{v}_n, \mathbf{v}_n \sim \text{MVN}(\mathbf{0}, Q_n) \quad (\text{ii})$$

\mathbf{x}_n は直接には観測できない、 k 次元ベクトルである。 F_n は $k \times k$ 行列、 G_n は $k \times m$ 行列をそれぞれ示す。 \mathbf{v}_n はシステムノイズであり、正規白色雑音である。 \mathbf{y}_n は l 系列の時系列観測値ベクトル、 H_n は $l \times k$ 行列、 \mathbf{w}_n は観測ノイズであり、こちらも正規白色雑音を仮定する。 k は設定する状態ベクトルの数、 m は誤差を持つ状態ベクトルの数を示す。観測モデルは、時系列 \mathbf{y}_n が観測される仕組みを、システムモデルは回帰係数の時間変化を、それぞれ表現している。時系列解析で用いられる線形モデルの多くは、状態空間モデルの形で表現でき、統一的に取り扱うことができる。

状態空間モデルにおいて重要な問題は、時系列で観測されたデータ \mathbf{y}_n に基づいて、状態 \mathbf{x}_n の推定を行うことである。以下では、観測値 $Y_j = \{\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_j\}$ に基づいて時刻 n における状態 \mathbf{x}_n の推定を行う問題を考える。推定は、 j と n の時間差により、以下の3つに区別される。まず $j < n$ の場合は、観測区間より先の将来の状態を推定する問題で、予測と呼ばれる。 $j = n$ の場合は、観測区間の最終時点、すなわち現在の状態を推定する問題で、フィルタと呼ばれる。また $j > n$ の場合は、現在までの観測値に基づいて過去の状態を推定する問題で、平滑化と呼ばれる。

(i) 式と (ii) 式で定義した、線形ガウス型の状態空間モデルの状態推定は、予測とフィルタについては、カルマンフィルタと呼ばれる逐次的な計算アルゴリズムで、平滑化については、固定区間平滑化によってそれぞれ実施できる。ここでは、まず (iii) 式で、状態 \mathbf{x}_n の条件付き平均と分散共分散行列を定義し、それを用いて、(iv) 式と (v) 式でカルマンフィルタ、(vi) 式で、固定区間平滑化のアルゴリズムをそれぞれ示す。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n|j} &\equiv E(\mathbf{x}_n | Y_j) \\ V_{n|j} &\equiv E[(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n|j})(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n|j})^t] \end{aligned} \quad (\text{iii})$$

[一期先予測]

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n|n-1} &= F_n \mathbf{x}_{n-1|n-1} \\ V_{n|n-1} &= F_n V_{n-1|n-1} F_n^t + G_n Q_n G_n^t \end{aligned} \quad (\text{iv})$$

[フィルタリング]

$$\begin{aligned} K_n &= V_{n|n-1} H_n^t (H_n V_{n|n-1} H_n^t + R_n)^{-1} \\ \mathbf{x}_{n|n} &= \mathbf{x}_{n|n-1} + K_n (\mathbf{y}_n - H_n \mathbf{x}_{n|n-1}) \\ V_{n|n} &= (I - K_n H_n) V_{n|n-1} \end{aligned} \quad (\text{v})$$

[固定区間平滑化]

$$\begin{aligned} A_n &= V_{n|n} F_{n+1}^t V_{n+1|n}^{-1} \\ \mathbf{x}_{n|N} &= \mathbf{x}_{n|n} + A_n(\mathbf{x}_{n+1|N} - \mathbf{x}_{n+1|n}) \\ V_{n|N} &= V_{n|n} + A_n(V_{n+1|N} - V_{n+1|n})A_n^t \end{aligned} \quad (\text{vi})$$

線形ガウス型状態空間モデルが、静的パラメータ θ を含む場合、最尤法で推定する。尤度関数 $L(\theta)$ は、一期先予測密度の積として、(vii) 式で定義される。

$$L(\theta) = \prod_{n=1}^N g_n(\mathbf{y}_n | \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_{n-1}, \theta) = \prod_{n=1}^N g_n(\mathbf{y}_n | \mathbf{Y}_0, \theta) \quad (\text{vii})$$

ここで N は時点数を示す。(vii) 式の両辺の対数をとれば、(viii) 式の一期先対数尤度が得られる。

$$l(\theta) = -\frac{1}{2} \left\{ \ell N \log 2\pi \sum_{n=1}^N \log |\mathbf{d}_{n|n-1}| + \sum_{n=1}^N (\mathbf{y}_n - \mathbf{y}_{n|n-1})^T \mathbf{d}_{n|n-1}^{-1} (\mathbf{y}_n - \mathbf{y}_{n|n-1}) \right\} \quad (\text{viii})$$

この一期先対数尤度は、カルマンフィルタの副産物として得られる。具体的には、(viii) 式の計算で必要となる $\mathbf{y}_{n|n-1}$ 、 $\mathbf{d}_{n|n-1}$ は、カルマンフィルタで計算される。それぞれの算出式を (ix) 式、(x) 式で示す。 θ は (viii) 式を目的関数とした数値的最適化によって推定する (最尤法)。

$$\mathbf{y}_{n+j|n} = H_{n+j} \mathbf{x}_{n+j|n} \quad (\text{ix})$$

$$\mathbf{d}_{n+j|n} = H_{n+j} V_{n+j|n} H_{n+j}^t + R_{n+j} \quad (\text{x})$$

線形ガウス型状態空間モデルでは、静的パラメータ数の異なる複数のモデルから、最もよいものを選択するための規準として、赤池情報量規準 (AIC; Akaike's Information Criteria) を用いることができる。(xi) 式が AIC の定義式である。

$$\text{AIC} = -2l(\hat{\theta}) + 2m \quad (\text{xi})$$

(xi) 式中の $l(\hat{\theta})$ は最大対数尤度を、 m はパラメータ数をそれぞれ示す。また、ここで $\hat{\theta}$ は、パラメータベクトル θ の最尤推定量を示す。そのため、 $l(\hat{\theta})$ はモデルの最大対数尤度になる。AIC をモデル選択規準として採用した場合、AIC 最小のモデルが最良のモデルであると判定する。

青柳 憲治
筑波大学大学院
ビジネス科学研究科 企業科学専攻
〒112-0012 東京都文京区大塚3丁目29-1
E-mail: s1145001@u.tsukuba.ac.jp

ABSTRACT

AN ANALYSIS OF MARKET RESPONSE BY HIERARCHICAL
MULTIVARIATE STATE SPACE MODELS

Kenji Aoyagi

Tadahiko Sato

Graduate School of Business Science, University of Tsukuba *University of Tsukuba*

The purpose of this research is to clarify the mechanism of dynamic market responses by hierarchical state space models. We assume that dynamic effects of sales promotions change with time under the influence of the ad-stock and the store level reference prices. In other words, this assumption corresponds to the facts that the ad-stock and reference prices affect the brand sales indirectly. We model the dynamic market responses by the framework of the hierarchical state model. We apply the model to real POS data. The results of analysis show that dynamic effects of sales promotions are affected by the ad-stock and the store level reference prices. These findings of this research imply that it is important to control not the ad volume and the price directly but the ad-stock and the store level reference price.