

年金基金や母体財務の状態に応じた動的資産配分について

川口 宗紀
(株)三菱UFJトラスト投資工学研究所

枇々木 規雄
慶應義塾大学 理工学部

(受理 2013 年 12 月 17 日 ; 再受理 2014 年 12 月 8 日)

和文概要 近年、母体財務と企業年金との関係は強まりつつあり、母体財務への影響を抑えた年金制度の運営が必要となっている。本稿では景気変動の観点から母体財務の特徴を考慮した年金資産の運用戦略について考察する。そのために資産のリターンや母体財務の事業リターンについて局面性を考慮したモデル構築を行った。そして、多期間最適化モデルを用いることで景気動向を考慮した最適な運用戦略を導出し、母体財務の状況に応じた資産配分の景気感応度を分析する。

キーワード: 最適化, 母体財務, 年金資産運用, 資産配分

1. はじめに

企業年金運営において、年金資産をどのように運用していくかは非常に重要な問題である。年金資産の長期的な運用方針の策定、運用資産や運用機関の選定、投資比率の決定など、年金担当者はさまざまな意思決定が求められる。

年金運用において最も重要な点は、いうまでもなく将来の給付を確実に行うことである。年金基金は非常に長期にわたる制度であり、年金加入者が加入してから給付が終了するまで 50 年以上にもなる。そのため、年金基金の管理のために行われる数理計算の前提となる割引率や予定利率などの基礎率には、長期平均を想定した値が設定される。また、一時的に生じた基礎率との乖離は、中長期的 (5~15 年) な期間で償却される。このように、年金基金は中長期的な視点から管理・運営されてきた。

一方で、IFRS の適用に伴う退職給付会計の見直しにより、積立不足の遅延認識が認められなくなる方向に向かっている。この流れは、中長期的な年金基金の維持に加え、短期的な管理の重要性が高まってきていることを意味する。短期的な視点と中長期的な視点の両方に基づく年金の管理を同時に考える必要があるというのは年金運用の特長と言える。

例えば、運用期間として 5 年間を考え、1 年目の経済状態が悪化しているという見通しであるとする。このとき、短期的な視点からは 1 年目はリスクを抑制した運用が望ましいことは明らかである。しかし、1 年目に過剰にリスクを抑制してしまうと、2 年目以降は必要以上にリスクをとらなければ中長期的な目標リターンを達成できない可能性が高まるかもしれない。逆に 1 年目の経済状態が良く 1 年目に必要以上にリスクをとってしまうと、2 年目以降はリスクをとれなくなってしまう可能性を高めてしまうこともある。このように年金制度の運営においては、中長期と短期という 2 つの視点を同時に持つことが重要である。

運用戦略と運用期間の関係については、様々な視点から研究が行われてきた。Thorley [4] では、投資家の期待効用が時点によって異なっている場合や資産価格が時系列構造を持っている場合などでは、資産運用における時間分散が効果を持つとしている。例えば、投資家の

効用関数の観点から、Basak and Chabakauri [1] は Markowitz の平均分散アプローチを多期間モデルに適用すると、最適戦略は時点や年金資産額に応じた動的な資産配分になっているとしている。つまり、リスクをその時の状況に応じて動的にコントロールした方が良いことを示唆している。一方、資産価格の時系列構造について Levy and Duchin [3] では、1年未満の運用期間を考えるとときには、資産のリターンはロジスティック分布のフィットが良いと述べている。このように運用戦略の構築において、運用期間を考慮に入れておくことは重要であろう。

さらに積立不足の遅延認識の廃止により、年金資産の運用成果がそのまま母体財務のバランスシートに計上されることになるため、母体財務と年金基金との会計上の関係が今まで以上に強くなっている。したがって、年金運用戦略の構築において、母体財務の状況を考慮することも重要である。経済状態が悪化している環境下では、金融市場の悪化と同時に母体財務の事業も悪化していると考えられる。金融市場の悪化に伴うリスクの抑制に加え、母体財務への悪影響を抑えるためのさらなるリスク抑制が必要となる。川口・枇々木 [6] は母体財務が持つリスク特性を考慮することで、その企業に適した運用戦略が様々に変わりうることを示した。

短期と中長期的という2つの視点の違いは、年金資産運用の資産配分の決定のための前提条件にも違いをもたらす。中長期的な視点に基づく運用を考える場合には、その中長期的な期間に景気拡大期、景気後退期がともに含まれると考えられることから、景気変動を含んだ平均的な状況を想定して運用資産の期待リターンやリスクの値は設定される。つまり、中長期的な視点に基づく資産配分では、景気変動を通じた運用戦略を構築していることになる。一方、短期的な運用を考える場合にはそのときの経済状況を考慮して期待リターンやリスクが設定されるため、短期的な運用戦略はその時の景気の状態を反映したものとなっている。

年金制度における短期と中長期の2つの視点の違いによって、年金制度の管理や年金資産の運用戦略が異なったものとなるのかについて述べてきた。これらを踏まえ、本稿では中長期的なサープラスリターンの確保と、短期的な運用リスクの抑制との両方を考慮しつつ、資産配分を導出するモデルを提案する。そこで資産配分の決定のために枇々木 [7] の多期間最適化モデルを用いる。多期間最適化モデルは、資産価格のサンプルパスがあればその上で最適な運用戦略を導出が可能な手法である。

本稿で多期間最適化を行う理由は、年金給付を確実に行うという中長期的な目標と、毎年の母体財務への悪影響を抑制するという短期的な目標を同時に達成するような運用戦略を導出するためである。上述した通り、短期的な最適化のみでは中長期的な目標達成のために必要なリスク水準よりも過大なリスクをとってしまったり、短期的に必要以上にリスクを抑制してしまったりすることで中長期的な目標を達成できない可能性が生じる。このようなアンバランスなリスクリターンのコントロールを避けるために、将来の変動を考慮した多期間最適化が必要となる。

短期的な運用リスクの抑制を考慮することから、資産配分についても短期的に変化させることを考えたい。そこで短期的な視点で資産配分を決定できるように、運用資産の期待リターンや推定リスクは景気変動に応じて変化させる。

そこで、景気拡大期と景気後退期のような景気局面を考慮できるレジームスイッチングモデルを用いて、資産価格のモデル化を行う。レジームスイッチングモデルはファイナンスの分野では広く用いられており、局面下での資産価格の変化などの違いを捉えることで、局面に応じたヘッジや運用戦略の構築を試みる研究などが行われてきた（詳しくは石島 [5] を参

照されたい。) 本稿もこの考え方に従い、景気拡大期や景気後退期を想定し、各局面における運用資産のリターン分布をそれぞれモデル化する。景気変動はどちらの局面にあるかの確率(状態確率)によって表現することができ、また局面間の遷移も確率的に表現される。そして、この状態確率に応じて資産配分を変化させる前提で、多期間最適化問題を定式化する。

そして、母体財務の違いが年金の資産配分にどのような影響をもたらすのかを分析する。川口・枇々木 [6] では1期間での最適資産配分を母体財務の違いの観点から議論しているが、本稿では多期間での最適資産配分を母体財務の違いの観点から議論する。例えば、景気拡大期と景気後退期で異なる資産配分が導出されたとき、これらの資産配分の差が大きければ大きいほど、そのときの景気の状態に応じて短期的に資産配分を変えるような、運用戦略をとる必要があることを示唆しているといえる。どのような母体財務を持つ年金基金が景気感応度の高い動的な運用をしなければならないのかについて考察する。

本稿の新規性は以下の通りである。まず、中長期的なリターンの確保と短期的なリスク抑制の両方を考慮しつつ、局面の状態確率に応じて資産配分を変える運用戦略を導出するためのモデルを提案したことである。本稿では、資産のリターンや母体財務の事業リターンの分布は局面に応じて変化するものとしてモデル化される。そして、この局面は直接観測できずに、資産のリターンからどちらの局面にあるのか状態確率として推定される。そして、運用戦略はこの状態確率の関数として定式化される。リターンが景気局面に応じて変化するということについての研究は多数あるが、局面を考慮しつつ最適な運用戦略を導出した先行研究は筆者らの知る限り、存在しない。

次に、構築したモデルを用いて母体財務に応じた最適な年金運用戦略を導出し、その運用戦略の景気感応度を分析したことである。母体財務によってその事業リターンの景気感応度は異なるが、それが年金運用の最適な運用戦略にどのような影響をもたらすのかを論じた。

本稿の構成は以下の通りである。2節では本稿で用いる分析のためのモデルについて説明する。3節では、実際のデータを使ってモデルに必要なパラメータの値を決定していく。4節は、構築したモデルや推定したパラメータを利用して、景気変動を考慮した最適な運用戦略を求め、運用戦略の景気感応度について考察する。5節はまとめである。

2. モデル

本稿で用いる主なモデルは局面を想定した資産リターンのモデル化のためのレジームスイッチングモデルと、運用戦略を導出するための多期間最適化モデルの2つである。レジームスイッチングモデルにより資産リターンのサンプルパスを生成し、そのサンプルパス上で多期間最適化を行うことで最適な運用戦略を導出する。

資産リターンのモデル化にレジームスイッチングモデルを利用した理由は、レジームを景気局面と考えれば景気動向を反映した資産リターンモデルとして解釈しやすいことが挙げられる。他にも何かの経済状態を表すファクターと各資産のリターンとの関係をモデル化するような、ファクターモデルのアプローチも考えられる。

また、年金運用を想定しているため年金負債を考慮する必要があるが、年金負債のモデルについても説明する。

2.1. 資産リターンのモデル化

各資産のリターンの分布や資産間の相関構造が局面別に異なることを表現するために、レジームスイッチングモデルにより資産リターンをモデル化する。

レジームスイッチングモデルは直接観測されないレジームという確率過程に応じて、資産

リターンの統計量などが変化することを仮定したモデルである。

本稿では2つの異なるレジームを想定したレジームスイッチングモデルを用いる¹。時点は離散時点を想定し、時点 t は整数値を取るものとする。また2つのレジームを定義し、時点 t で $Y_t \in \{0, 1\}$ によってどちらのレジームにいるのかを表す。レジーム k からレジーム l への遷移確率 q_{kl} は、 $q_{kl} = \mathbf{P}[Y_t = l | Y_{t-1} = k] (k, l = 0, 1)$ と書ける。ただし、レジーム間の遷移確率 q_{kl} は時間に依存しないと仮定する。これを使って、時点 t においてレジーム k である確率(状態確率)を p_{tk} とすると、時点 $t+1$ にレジーム l である確率 $p_{(t+1)l}$ は、

$$p_{(t+1)l} = \mathbf{P}[Y_{t+1} = l] = \sum_{k=0}^1 \mathbf{P}[Y_{t+1} = l | Y_t = k] \mathbf{P}[Y_t = k] = \sum_{k=0}^1 q_{kl} p_{tk}, \quad (2.1)$$

で表される。

状態遷移確率に従ってレジーム間を遷移していくとき、時間が十分に経過すれば、各レジームの状態確率は収束する。この十分に時間が経過したときの各レジームの状態確率を $p_k^* (k = 0, 1)$ とすると、

$$p_k^* = \sum_{l=0}^1 q_{kl} p_l^* \quad (k = 0, 1), \quad (2.2)$$

という連立方程式を満たす。この連立方程式と確率である条件 $p_0^* + p_1^* = 1$ を使うと、 p_k^* を具体的に求めることができ、

$$p_0^* = \frac{q_{01}}{q_{01} - q_{00} + 1} \quad p_1^* = \frac{q_{10}}{q_{10} - q_{11} + 1}, \quad (2.3)$$

が得られる。

資産のリターンは各レジーム上で多次元正規分布に従うものとする。資産数を M とし、各資産のリターンを表す確率変数 $R_{tj} (j = 1, \dots, M)$ を縦に並べた縦ベクトル R_t を考える²。

このとき、時点 t でレジームが k であるとき、資産のリターンベクトル R_t は M 次元正規分布に従うとする。つまり、

$$R_{t+1} | (Y_t = k) \sim N(\mu^k, \Sigma^k), \quad (k = 0, 1) \quad (2.4)$$

であると仮定する。 μ^k, Σ^k はそれぞれ、 M 次元の縦ベクトル、 $M \times M$ の行列であり、それぞれの要素を $\mu_j^k, \sigma_{ij}^k (i, j = 1, \dots, M; k = 0, 1)$ とする。

各レジームの状態確率 p_{tk} がわかっているときには、資産リターンの平均や分散を次のように計算できる。

$$\mathbf{E}[R_{(t+1)j}] = \sum_{k=0}^1 \mu_j^k p_{tk} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{V}[R_{(t+1)j}] = \sum_{k=0}^1 (\sigma_{jj}^k)^2 p_{tk} + (\mu_j^0 - \mu_j^1)^2 p_{t0} p_{t1}. \quad (2.6)$$

¹3つ以上の互いに異なるレジームを持つレジームスイッチングモデルも考えられる。本稿ではデータ量が少ないこと、レジームが多くなると結果の解釈が難しくなることという2つの分析上の問題から、レジームを2つに限定した。

²石島 [5] とは記号の使い方が異なることに注意されたい。本稿では時点 $t-1$ から時点 t の期間のリターンを R_t として定義しているのに対して、石島 [5] では時点 t から時点 $t+1$ の期間のリターンを R_t として定義している。

これらのパラメータを推定する方法には、EM アルゴリズムや MCMC などがある。EM アルゴリズムは E ステップと M ステップを交互に行いながらパラメータを更新し、データへのフィットを表す尤度関数を高めていくパラメータ推定方法である。詳しくは石島 [5]などを参照されたい。

レジームスイッチングモデルでは、直接観測できるのは各資産のリターンであり、レジームは直接観測できないものとして扱われる。そのため、レジームがどちらにあるのかは、状態確率として資産のリターンから以下のように推定される。時点 t までの資産のリターンから推定した時点 t でのレジーム k の状態確率を $\xi_{k,t|t}$ とし、すでに得られているものとする。ここから時点 $t+1$ における資産のリターン R_{t+1} が得られたとき、時点 t でレジームが k である状態確率 $\xi_{k,t|t+1}$ は、次の式で与えられる。

$$\begin{aligned}\xi_{k,t|t+1} &= \frac{\eta_{k,t+1}\xi_{k,t|t}}{\sum_{i=0}^1 \eta_{i,t|t}} \\ \eta_{k,t} &= \frac{1}{(2\pi)^{M/2} |\Sigma^k|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (R_t - \mu^k)^\top (\Sigma^k)^{-1} (R_t - \mu^k) \right].\end{aligned}\quad (2.7)$$

さらに、時点 $t+1$ でのレジーム k の状態確率 $\xi_{k,t+1|t+1}$ は、次の式で与えられる。

$$\xi_{k,t+1|t+1} = \sum_{l=0}^1 q_{lk} \xi_{l,t|t+1}.\quad (2.8)$$

このように状態確率は、観測された資産のリターンから直前に推定された状態確率によって再帰的に推定される。なお、状態確率として p_{tk} と $\xi_{k,t|t}$ の2つの記号を使っているが、両者の違いは状態確率にサンプルパスの情報が考慮されているかどうかにある。前者はサンプルパスとは無関係であるが、後者はサンプルパスごとに値が異なる。

2.2. 運用戦略導出のための多期間最適化モデル

上記の資産価格のリターンのモデルを用いて、最適戦略の導出を行う。そこでまず、運用戦略における局面の考え方について整理しておきたい。本稿では資産のリターンの確率分布が、レジームの状態に応じて変動すると仮定している。このレジームの変化を景気動向の変化と考える。また、以降で用いる局面という言葉はレジームと同じ意味で使っている。

また、各資産のリターン分布は局面に応じて変化するものと仮定していることから、運用戦略に局面に関する情報を活かすということが考えられる。2.1 節で述べたようにレジームスイッチングモデルの場合には、運用者は当年がどちらの局面にあるのかを確率という形で知ることができる。この確率の値に応じて資産配分を変えることで、運用者が観測できる局面に関する情報を活かしつつ運用戦略を構築することが可能となる。

運用結果の評価には、中長期的な年金の運用成果を表す、最終時点までの積立比率の変化幅を用いる。本稿では積立比率の変化幅をサープラスリターンと定義する。また、短期的なリスクの評価尺度としての母体財務のリスクを、年金の積立状況を考慮した母体財務の純資産額（つまり、母体財務の純資産に年金の積立余剰を足した額）の 95% CVaR をリスクと考える（以下、トータルリスクと呼ぶ）。多期間にわたる運用戦略を考えた場合には累積資産額が正規分布に従わないため分布の端をとらえられるリスク尺度が必要であること、また母体財務が避けるべきリスクは下方のみであることの2つの理由から、下方リスク尺度の1つである CVaR をリスク尺度として用いた。中長期的なリターンの確保のためにサープラスリターンに対して下限値を設け、その条件のもとで短期的に抑制すべきである毎期のトータルリスクを最小化する問題を考える。

枇々木 [7] のシミュレーション型多期間最適化モデルは、モンテカルロシミュレーションなどの方法により生成したサンプルパスを使って、運用シミュレーションをしつつ最適な運用戦略を導出する方法である。運用戦略を投資金額、投資単位数、投資比率のどれで表現するのかで定式化が異なる。そこで Hibiki [2] では、投資量関数（後述の関数 $h_0(\cdot)$, $h(\cdot)$ ）を導入することにより1つの定式化で包括的に扱えるようにした。ただし、運用戦略を投資比率で表したとき、最適化問題が非線形となるため求解が難しくなる。その理由は投資比率の計算のために各サンプルパス上での運用資産額が必要となるためである。この点についても Hibiki [2] で、以下の対応方法が提案されている。まず投資単位数での最適運用戦略を導出し、この戦略に基づいたときの各サンプルパス上での運用資産額を求める。この運用資産額を投資比率の計算のための値として利用することで、線形最適化問題として定式化し、投資比率での運用戦略を導出する。このように暫定的に求めた運用資産額を利用しつつ複数回求解を行うことで、投資比率での運用戦略の導出が可能となる。

以下に、多期間最適化問題の定式化を記述する。式中の n は求解の反復回数を示しており、運用戦略は $n = 1$ のとき投資単位数により、 $n \geq 2$ のとき投資比率により表現されている。下記の定式化で $\hat{P}_{it}^{A,n}$ は、 n 回目の最適戦略を導出した後にその戦略を行ったときの、サンプルパス上での年金資産額である。

● パラメータ

n	求解の反復回数 (1 以上)
N	サンプルパスの数
M	リスク資産数
s_{j0}	時点 0 での資産 j の価格 ($j = 1, \dots, M$)
s_{ijt}	パス i , 時点 t での資産 j の価格 ($i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T$)
P_0^A	時点 0 での年金資産額
P_0^L	時点 0 での年金負債額
P_{iT}^L	パス i , 時点 T での年金負債額 ($i = 1, \dots, N$)
P_0^C	時点 0 での母体財務の純資産額
P_{iT}^C	パス i , 時点 T での母体財務の純資産額 ($i = 1, \dots, N$)
$\hat{P}_{it}^{A,n}$	パス i , 時点 t での n 回目の反復で求めた年金資産額 ($i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; n = 1, \dots$)
r_{it}	パス i , 期間 t での無リスク資産のリターン ($i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T$)
NCF_t	時点 t での年金基金への純キャッシュフロー (掛金拠出 - 年金給付) ($t = 1, \dots, T$)
$\xi_{i,0,t t}$	パス i , 時点 t における景気拡大期の状態確率 ($i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T$)
ΔFR	サープラスリターンに対する下限値 (年率)

● 決定変数

z_{j0}	時点 0 での資産 j への投資比率 ($n = 1$ のときは投資量)
z_{jt}^e	景気拡大期の状態確率が 100% であると判断されるとき、 時点 t での資産 j への投資比率 ($n = 1$ のときは投資量) ($j = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T - 1$)
z_{jt}^r	景気拡大期の状態確率が 0% であると判断されるとき、 時点 t での資産 j への投資比率 ($n = 1$ のときは投資量) ($j = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T - 1$)

● 決定変数 (つづき)

- v_0 時点 0 での無リスク資産への投資額
 v_{it} パス i , 時点 t での無リスク資産への投資額 ($i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T - 1$)
 $VaR_{\beta t}$ 時点 t でのトータルリターンに対する信頼水準 $\beta\%$ の VaR ($t = 1, \dots, T$)
 u_{it} パス i , 時点 t での信頼水準 $\beta\%$ の $VaR_{\beta t}$ に満たない金額
($i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T$)
 P_{it}^A パス i , 時点 t での年金資産額 ($i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T$)

$$\text{minimize} \quad \sum_{t=1}^T \left(VaR_{\beta t} + \sum_{i=1}^N \frac{u_{it}}{(1-\beta)N} \right) \quad (2.9)$$

subject to

$$v_0 + \sum_{j=1}^M h_0(j, n) s_{j0} = P_0^A \quad (2.10)$$

$$P_{i1}^A = v_0(1 + r_{i1}) + \sum_{j=1}^M h_0(j, n) s_{ij1} + NCF_1 = v_{i1} + \sum_{j=1}^M h(i, j, n, 1) s_{ij1} \quad (i = 1, \dots, N) \quad (2.11)$$

$$P_{it}^A = v_{i(t-1)}(1 + r_{it}) + \sum_{j=1}^M h(i, j, n, t-1) s_{ijt} + NCF_t = v_{it} + \sum_{j=1}^M h(i, j, n, t) s_{ijt} \quad (i = 1, \dots, N; t = 2, \dots, T-1) \quad (2.12)$$

$$v_{i(T-1)}(1 + r_{iT}) + \sum_{j=1}^M h(i, j, n, T-1) s_{ijT} + NCF_T = P_{iT}^A \quad (i = 1, \dots, N) \quad (2.13)$$

$$\frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \frac{P_{iT}^A}{P_{iT}^L} - \frac{P_0^A}{P_0^L} \geq \underline{\Delta FR} \quad (2.14)$$

$$\frac{P_{it}^C + P_{it}^A - P_{it}^L}{P_{i(t-1)}^C + \hat{P}_{i(t-1)}^{A, n-1} - P_{i(t-1)}^L} - 1 + u_{it} + VaR_{\beta t} \leq 0 \quad (i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T) \quad (2.15)$$

$$z_{j0} \geq 0 \quad (j = 1, \dots, M) \quad (2.16)$$

$$z_{jt}^e \geq 0 \quad (j = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T-1) \quad (2.17)$$

$$z_{jt}^r \geq 0 \quad (j = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T-1) \quad (2.18)$$

$$v_0 \geq 0 \quad (2.19)$$

$$v_{it} \geq 0 \quad (i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T-1) \quad (2.20)$$

$$u_{it} \geq 0 \quad (i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T) \quad (2.21)$$

式中の関数 h_0 , h は投資量関数と呼ばれる関数であり,

$$h_0(j, n) = \begin{cases} z_{j0} & n = 1 \\ \frac{\hat{P}_0^{A, n-1}}{s_{j0}} z_{j0} & n \geq 2 \end{cases} \quad (2.22)$$

$$h(i, j, n, t) = \begin{cases} (1 - \xi_{i,0,t|t}) z_{jt}^e + \xi_{i,0,t|t} z_{jt}^r & n = 1 \\ \frac{\hat{P}_{it}^{A, n-1}}{s_{ijt}} \{ (1 - \xi_{i,0,t|t}) z_{jt}^e + \xi_{i,0,t|t} z_{jt}^r \} & n \geq 2 \end{cases} \quad (2.23)$$

である。投資量関数 h_0 は時点 $t = 0$ において、投資量関数 h は $t = 0$ 以外の時点において、各資産の投資量を決定する関数である。前述のように z_{j0} , z_{jt}^e , z_{jt}^r は $n = 1$ のときは投資量、 $n \geq 2$ のときは投資比率を表す。また、 h_0 は全てのサンプルパスで同じ値となるが、投資量関数 h はサンプルパス毎に異なる値となりうる。

上述した通り、観測された資産のリターンや母体財務の事業リターンをもとに、どちらの局面にあるのかを表す状態確率(下記の定式化では $\xi_{i,0,t|t}$) は每期更新される。具体的には $\xi_{i,0,t|t}$ は式(2.7)と式(2.8)とを再帰的に用いて、式(2.8)の左辺として得られる。ここで生成したサンプルパスにおける資産価格(下記の定式化では s_{j0} や s_{ijt}) から式(2.24)によってパス毎に計算したリターン R_{ijt} を資産 $j = 1, \dots, M$ で並べ、式(2.7)のリターン R_t に代入する。

$$R_{ijt} = \begin{cases} \frac{s_{ij1}}{s_{j0}} - 1 & t = 1 \\ \frac{s_{ijt}}{s_{ij(t-1)}} - 1 & t \geq 2 \end{cases} \quad (2.24)$$

生成されたこれらのリターンはサンプルパスごとに異なるため、そこから推定された状態確率もサンプルパスごとに異なることに注意されたい。

この定式化において投資比率($n = 1$ のときには投資量)は、そのときの景気拡大期の状態確率に応じて変化する。景気拡大期の状態確率が100%のとき、0%のときに、投資比率はそれぞれ z_{jt}^e , z_{jt}^r となり、その間は線形加重和として表現している³。以降、この資産配分戦略を「景気変動対応戦略」と呼ぶ。一方、上記の最適化問題の定式化に $z_{jt}^e = z_{jt}^r$ ($j = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T - 1$) という制約条件を追加することで、景気拡大期の状態確率に応じて資産配分を変化させずに固定する戦略を導出することもできる。以降、この資産配分戦略を「固定資産配分戦略」と呼ぶ。次節ではこの2つの運用戦略を比較することによって、状態確率を考慮する効果を調べる。

なお、上記の定式化はトータルリスクの最小化問題となっており、サープラスリスクを最小化したいときには $P_0^C = 0$, $P_{iT}^C = 0$ ($i = 1, \dots, N$) とすればよい。

2.3. 年金負債のモデル

年金負債のモデルは、川口・枇々木 [6] で用いたモデルを使う。年金加入年齢を a 歳、退職年齢かつ年金給付開始年齢を b 歳、年金給付終了年齢を c 歳とする。退職時点での加入者1人当たりの責任準備金を1単位として、企業は加入者1人に対して毎年 $1/(b-a)$ 単位の拠出を行い、年金基金は受給者1人に対して毎年 $1/(c-b)$ 単位の給付を行うとする。また、全ての年齢での年金加入者は同じ人数とする。この条件の下で年金基金が支払うべき t 年での年金給付額 CF_t は、式(2.25)により計算できる。

$$CF_t = \begin{cases} \frac{c-b+1-t}{c-b} + \frac{1}{(c-b)(b-a)} \left[(t-1)(b-a+1-t) + \frac{1}{2}(t-1)(t-2) \right] & t = 1, \dots, c-b \\ \frac{1}{b-a} \left[(b-a+1-t) + \frac{1}{2}(c-b-1) \right] & t = c-b+1, \dots, b-a \\ \frac{1}{(c-b)(b-a)} \left[(c-a-t) + \frac{1}{2}(c-a-t)(c-a-1-t) \right] & t = b-a+1, \dots, c-a-1 \end{cases} \quad (2.25)$$

³本稿では、近似的に投資比率の線形加重和として定式化している。厳密には資産のリターンの分布が混合正規分布を持つときの最適投資比率は、それぞれの正規分布に対する最適投資比率の加重和とはならない。

年金負債額(退職給付債務額)はこの年金給付額の列の総現在価値であり,

$$\sum_{t=1}^{c-a-1} CF_t DF_t, \quad (2.26)$$

となる。ここで DF_t は t 年の割引係数である。

また年金運用の期待運用利回り y が与えられたとき、退職時点での加入者1人当たりの責任準備金を1単位として、年金掛金額は式(2.27)を満たす C として得られる。

$$\sum_{t=1}^{b-a} C(1+y)^{b-a-t} = 1 \quad (2.27)$$

年金基金全体の総掛金額は加入者の世代数 $(b-a)$ をかけて、 $(b-a)C$ となる。一方、年金の給付総額は、受給者1人の1年あたりの受取額 $1/(c-b)$ に世代数 $(c-b)$ をかけて1となる。

3. モデルのパラメータ推定

本節では、導入したモデルのパラメータの推定方法について説明する。3.1, 3.2節では各資産のリターンや母体財務の事業リターンの分布に関するパラメータの推定方法について説明する。本稿のポイントの1つである景気局面の状態確率の推定については運用資産のリターンのみから行った。正確に評価を行うには母体財務の事業リターンも考慮に入れた上で論じる必要があると思われるが、母体財務の事業リターンは四半期ごとから年次と観測できる頻度が低いことから、状態確率の推定は難しいと考えたためである。

3.1, 3.2節で過去のデータに基づいて推定されたモデルパラメータはあくまで過去の事実であり、年金資産の資産配分は見通しに基づいて決定される。そのため、局面の変化を踏まえた形での見通しの反映方法を決定しなければならない。3.3節では、過去のデータに基づいて推定されたパラメータに対して、中長期的見通しを反映させたパラメータをどのように決定するのかについて説明する。

3.1. 局面の分解, 運用資産のリターン分布

過去の各資産のリターンに対してレジームスイッチングモデルを適用し、状態確率の推定を行う。資産は、国内株式、国内債券、外国株式、外国債券、現預金の5資産を扱った⁴。期間は1988年3月~2013年3月の300か月間とした。

また年金負債は上述した年金のモデルに基づき将来の年金給付額を推定し、各年限の国債利回りで割り引くことで年金負債の現価を求め、毎月の変化率をもとに算出した。年金のモデルは、20歳から60歳の間年金基金に加入し、60歳から80歳まで年金給付を行う制度を想定する。また、すべての年齢での年金加入者は同じ人数とした。

資産価格のモデルはレジームスイッチングモデルを利用し、パラメータの推定にはEMアルゴリズムを用いた。推定における初期値への依存性を排除するため、乱数により初期値を変えて1,000回の推定を行い、対数尤度が最も高いものを選択した。図1は各資産それぞれについて、モデルを適用し推定を行った結果である⁵。実線は各資産の月次リターンを表しており、灰色の面グラフは2つの局面のうち1つの局面の状態確率を表している。

⁴各資産のリターンには、以下の指数を用いた。国内株式：TOPIX（配当込み）、国内債券：NOMURA-BPI総合、外国株式：MSCI-KOKUSAI(円ベース)、外国債券：Citi WGBI(円ベース)、現預金：有担保コールレート。

⁵4資産を同時に扱って推定することも可能であるが、300か月分のデータでは安定した推定ができないことが懸念されるため、それぞれの資産で推定を行った。

国内株式と外国株式は1年から5年の期間で状態確率が50%を超える月と50%に満たない月が入れ替わっている。分析結果として興味深いのは、2003年以降は国内株式と外国株式とでこの入れ替わりが同時に起こっていたことである。これは近年の株式市場の国際間での関係が強くなっていることを示唆していると考えられる。また、国内債券は1999年以前と2000年以後で状態確率の水準がくっきりと分かれる結果となり、国内金利水準の低下を反映したものと考えられる。外国債券は1991年～1993年、2005年～2008年の2つの時期のみ状態確率が50%を超えるという結果となった。

各資産で状態確率がばらばらでは本モデルでは扱えないため、以降の分析のために各資産に対して統一的に状態確率を定義したい。そこで4資産の中でリスク水準が高いこと、国内株式と外国株式で局面の傾向が似ていたことを考え、国内株式の状態確率を採用することとした。具体的には、図1(a)に示した国内株式のリターンから推定した状態確率に対応するレジームを景気拡大期、もう一方のレジームを景気後退期と呼ぶことにする。これは国内株式の月次リターンの平均値が、景気拡大期の方が景気後退期よりも大きかったことを踏まえたものである。

次に局面の状態確率が与えられたとき、各局面における各資産のリターンの平均、標準偏差を求める必要がある。局面の状態確率を所与としたとき、資産のリターン分布は混合正規分布で表すことができる。この混合正規分布のパラメータを求めるために、最尤法を用いてパラメータ推定を行う。いま、観測された M 個の資産リターンとして T 個のデータ $\{R_{tj}\}_{j=1,\dots,M;t=1,\dots,T}$ があったとする。また、各時点で観測されたりターンに対応する T 個の景気拡大期の状態確率を $p_{tk}, t=1,\dots,T$ とする。景気拡大期($k=0$)、景気後退期($k=1$)それぞれにおいて、 M 個の資産が平均 Π_k 、分散共分散行列 Σ_k の多次元正規分布に従うとする。このとき対数尤度関数は、

$$l(\Pi_k, \Sigma_k) = \sum_{t=1}^T \log \left[\sum_{k=0}^1 \frac{p_{tk}}{(2\pi)^{M/2} \sqrt{|\Sigma_k|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (R_t - \Pi_k) \Sigma_k^{-1} (R_t - \Pi_k)^\top \right\} \right] \quad (3.1)$$

である。ここで、 $p_{t1} = 1 - p_{t0}$ ($t=1,\dots,T$)、 $R_t = (R_{t1}, R_{t2}, \dots, R_{tM})^\top$ である。

表1は式(3.1)に基づき各局面における各資産のリターンの平均、標準偏差、資産間の相関係数を求めたものである。データ量が少なく同時に全てのパラメータを求めるのは困難であったため、まず資産ごとに平均・標準偏差を求め、その後に推定された平均・標準偏差を所与として資産間の相関を求めるという、2段階の手順でパラメータ推定を行った。

景気拡大期と景気後退期を比較すると、国内株式と外国株式の平均リターンは景気拡大期の方が高く、年金負債や国内債券のリターンの平均リターンは景気拡大期の方が低い。景気拡大に伴う金利上昇を示した結果であると考えられる。またどの資産の標準偏差も景気後退期の方が高く、各資産のリターンが低いときにボラティリティが高まる傾向を示唆している。相関係数については通期の値とそれぞれの局面における値とで傾向に大きな違いは見られない。

次に各局面間での遷移確率は、表2の通りとなった。月次データを用いてモデルパラメータを推定したとき局面間の遷移確率は月率となるが、表2の値は年率値に換算を行っている。その方法は、月率で得られた遷移確率 $q_{kl}(k, l=0, 1)$ を行列に並べ遷移確率行列を作り、これを12か月分掛け合わせることで得られる。つまり、

$$\begin{pmatrix} q_{00} & q_{01} \\ q_{10} & q_{11} \end{pmatrix}^{12} \quad (3.2)$$

表 1: 各レジームにおける各資産の統計量 (年率換算値)

(a) 通期								
	平均	標準 偏差	年金 負債	国内 株式	国内 債券	外国 株式	外国 債券	現 預金
年金負債	2.13%	8.40%	1.00	-0.07	0.92	-0.03	0.07	0.01
国内株式	0.45%	19.56%	-0.07	1.00	-0.07	0.49	0.15	-0.07
国内債券	3.53%	3.09%	0.92	-0.07	1.00	-0.01	0.06	0.15
外国株式	9.92%	18.54%	-0.03	0.49	-0.01	1.00	0.60	0.00
外国債券	6.45%	10.72%	0.07	0.15	0.06	0.60	1.00	0.00
現預金	1.45%	0.66%	0.01	-0.07	0.15	0.00	0.00	1.00

(b) 景気拡大期								
	平均	標準 偏差	年金 負債	国内 株式	国内 債券	外国 株式	外国 債券	現 預金
年金負債	-0.81%	5.25%	1.00	-0.30	0.66	-0.40	-0.40	0.12
国内株式	22.88%	12.98%	-0.30	1.00	-0.37	0.55	-0.26	-0.14
国内債券	1.52%	1.83%	0.66	-0.37	1.00	-0.24	-0.01	0.22
外国株式	29.84%	13.10%	-0.40	0.55	-0.24	1.00	0.61	0.15
外国債券	8.39%	8.25%	-0.40	-0.26	-0.01	0.61	1.00	0.23
現預金	0.13%	0.05%	0.12	-0.14	0.22	0.15	0.23	1.00

(c) 景気後退期								
	平均	標準 偏差	年金 負債	国内 株式	国内 債券	外国 株式	外国 債券	現 預金
年金負債	5.37%	10.78%	1.00	0.53	0.53	0.43	0.51	-0.05
国内株式	-24.54%	22.79%	0.53	1.00	0.13	0.55	0.62	0.08
国内債券	5.75%	3.95%	0.53	0.13	1.00	0.31	0.31	0.26
外国株式	-12.43%	21.36%	0.43	0.55	0.31	1.00	0.72	0.36
外国債券	4.28%	12.88%	0.51	0.62	0.31	0.72	1.00	0.14
現預金	3.67%	0.73%	-0.05	0.08	0.26	0.36	0.14	1.00

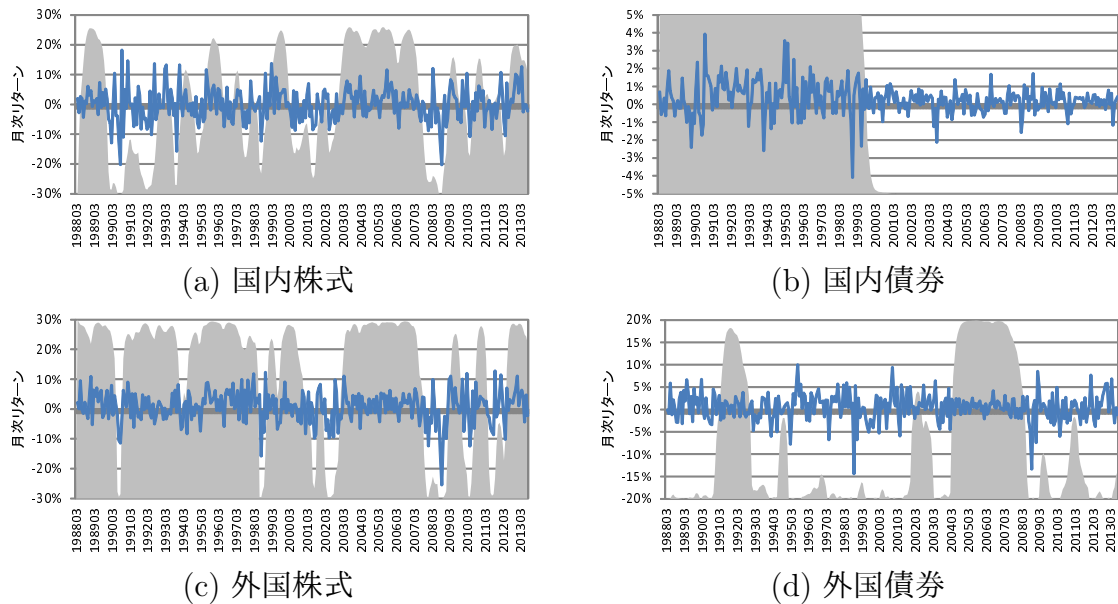


図 1: 各資産リターンから推定したレジーム

表 2: 局面間の遷移確率 (年率換算値)

		翌年	
		景気拡大	景気後退
当年	景気拡大	74.0%	26.0%
	景気後退	69.6%	30.4%

により求められる。ある月が景気拡大期であるときその12か月後が景気拡大期である確率が74.0%，ある月が景気後退期であるときその12か月後が景気拡大期である確率が69.6%と、約5%の差となった。したがって、ある時点の局面がその12か月後の局面に与える影響は小さいといつてよいであろう。以降の分析では一期間を一年間として分析を進めるが、このようにして計算した遷移確率を用いる。

なお、十分時間が経ったときのそれぞれの局面の状態確率を、式(2.3)により求めると、景気拡大期が72.8%，景気後退期が27.2%となった。

3.2. 母体財務の事業リターン

企業の事業リターンについて、整理しておく。川口・枇々木 [6] では企業の事業リターンを株主資本当期利益率としており、本稿でもそれに倣う。事業リターンは、金融4業種と電気・ガス業を除いた、東証1部上場企業の1989年3月～2013年3月までの25年分の本決算情報が取得できる671社を対象とし、株主資本当期利益率の株主資本加重平均を求めた。東日本大震災の影響が以降の分析に強く現れてしまうのを避けるため、電気・ガス業を除いている。この28業種をハイテク、シクリカル、内需、ディフェンシブ、建設・不動産の5グループに分類しなおした⁶。

⁶業種の分類は以下の通りである。ハイテク：機械，電気機器，輸送用機器，精密機器。シクリカル：鉱業，繊維製品，パルプ・紙，化学，石油・石炭製品，ゴム製品，ガラス・土石製品，鉄鋼，非鉄金属，金属製品，海運業，卸売業。内需：その他製品，陸運業，空運業，倉庫・運輸関連業，情報・通信業，小売業，サービス業。ディフェンシブ：水産・農林業，食料品，医薬品。建設・不動産：建設業，不動産業。

表 3: 事業リターンの統計量
(a) 局面別の平均, 標準偏差

		ハイテク	シク リカル	内需	ディフェ ンシブ	建設・ 不動産
通期	平均	3.98%	5.16%	5.51%	6.64%	3.24%
	標準偏差	3.75%	3.69%	2.55%	1.77%	4.14%
景気 拡大期	平均	7.30%	7.76%	7.33%	8.07%	3.57%
	標準偏差	1.00%	3.14%	1.31%	1.99%	2.22%
景気 後退期	平均	0.43%	2.37%	3.54%	5.10%	2.89%
	標準偏差	4.65%	3.69%	3.19%	1.00%	5.37%
拡大期 後退期	平均	6.87%	5.38%	3.79%	2.97%	0.68%
	標準偏差	-3.65%	-0.56%	-1.88%	0.99%	-3.15%

(b) 各資産と事業リターンとの相関係数

	年金負債	国内株式	国内債券	外国株式	外国債券	現預金
ハイテク	-0.13	0.13	-0.07	0.36	0.37	0.30
シク リカル	-0.29	0.06	-0.28	0.16	0.21	0.25
内需	-0.24	0.13	-0.14	0.20	0.18	0.30
ディフェ ンシブ	-0.23	0.23	-0.45	-0.11	-0.11	-0.30
建設・ 不動産	-0.02	-0.01	0.13	-0.02	-0.07	0.61

ここから局面別の事業リターンの分布を推定したい。しかし、決算情報は年次であるため、前節で行った資産リターンの分布の推定方法をそのまま利用できない。そこで月次の事業リターンの分布 R_t^g がレジームスイッチングモデルに従うという前提で、年次の事業リターンの平均と分散を求めるとそれぞれ式 (3.3), 式 (3.4) が得られる。ただし、事業リターンは対数リターンで表されるものとし、時点 t における局面 k の状態確率 p_{tk} は与えられているものとする。また、局面 k における事業リターンの平均, 分散をそれぞれ μ_k^g , $(\sigma_k^g)^2$ とすると,

$$E \left[\sum_{t=1}^{12} R_t^g \right] = \sum_{k=0}^1 \mu_k^g \sum_{t=1}^{12} p_{tk} \quad (3.3)$$

$$V \left[\sum_{t=1}^{12} R_t^g \right] = \sum_{k=0}^1 (\sigma_k^g)^2 \sum_{t=1}^{12} p_{tk} + (\mu_0^g - \mu_1^g)^2 p_{t0} p_{t1} \quad (3.4)$$

を得る。

年次の事業リターンに対して、この平均と分散を持つ正規分布としたときの尤度関数を使って、各局面における事業リターンの平均 μ_k^g , 分散 $(\sigma_k^g)^2$ を最尤法により求めた⁷。局面の状態確率は資産のリターンと同じく、国内株式より推定した状態確率を用いた。

表 3(a) は各グループの事業リターンの平均, 標準偏差を局面別に求めたものである。局

⁷月次のリターンがレジームスイッチングの構造を持っていた場合、年次のリターンが正規分布に従うとは言えない。ここでは簡便的な推定方法としてこの方法を採用した。より厳密な推定方法については今後の課題としたい。

面別に見ると、どのグループも景気拡大期の方が景気後退期よりも平均リターンが高い。特に、景気感応度の高いハイテク、シクリカルの2グループは、他の3グループよりも局面間の平均リターンの差が大きい。また、ディフェンシブ以外のグループでは景気拡大期の方が標準偏差が小さい。局面間の標準偏差の差が最も大きいのは、ハイテクのグループであった。

各資産リターンと事業リターンの相関は、データ量が少なく局面別に推定しても信頼性が疑わしいため、通期での相関係数を推定し各局面で同じ相関係数を用いることとした。表3(b)はその相関係数である。シクリカルやハイテクは外貨資産との相関が他に比べやや高いこと、ディフェンシブは国内株式との相関が他のグループよりもやや高く外貨資産とは負の相関を持っていることなどの傾向が見られる。

3.3. 中長期的見通しの反映

中長期的な運用戦略を決定するときには、運用する資産の中長期的な期待リターンやリスクを想定し、その値に基づき資産配分を決定することになる。そこでモデルパラメータを決定するために、十分に時間が経ったときの資産のリターン分布が中長期的見通しとして与えられた期待リターンやリスクと一致するという仮定をおく⁸。この仮定に基づき、過去の各資産のリターンから推定したパラメータをベースとして調整を加えることで、中長期的な見通しを反映させる。

十分に時間が経ったときの資産のリターンの平均値、標準偏差は、式(2.3)、式(2.5)、式(2.6)により計算できる。つまり、資産 j の中長期的な平均リターンを μ_j^* 、標準偏差を σ_j^* として、

$$\mu_j^* = \sum_{k=0}^1 \mu_j^k p_k^* \quad (3.5)$$

$$(\sigma_j^*)^2 = \sum_{k=0}^1 (\sigma_j^k)^2 p_k^* + (\mu_j^0 - \mu_j^1)^2 p_0^* p_1^*, \quad (3.6)$$

を得る。式(3.5)と式(3.6)の左辺はともに所与となるため、決定すべきパラメータは資産 j に対しての $\mu_j^k, \sigma_j^k (k=0, 1)$ の4つである。しかしこのままでは制約式が2つのため、この4つのパラメータを決定できない。そこで両局面の平均リターンの差 $\mu_j^0 - \mu_j^1$ が推定値と同じ、両局面の標準偏差の比 σ_j^0 / σ_j^1 が推定値と同じ、という2つの仮定を置くことで、4つのパラメータを決定することとした⁹。

このようにして決定したパラメータを表4に示した。中長期的見通しは信託銀行4社の2013年度の中期運用における収益率、リスクの平均値である。両局面の特徴を残しつつ、平均リターンと標準偏差を中長期的見通しに合うようにパラメータを調整できていることが分かる。なお事業リターンは、表3と同じ値である。

4. 最適な運用戦略と母体財務の関係

前節で構築した各資産のリターンのモデルに基づき資産価格のサンプルパスを生成し、その上での最適戦略を導出する。

⁸この方法以外に、シミュレーションにより得られたサンプルパスに調整を加えることで、中長期的な見通しを反映させる方法も考えられる。

⁹現預金は両局面での平均リターンの差 $\mu_j^0 - \mu_j^1$ が推定値と同じという条件では、式(3.5)から各局面でのリターンが計算できなかったため、両局面での平均リターンの比 μ_j^0 / μ_j^1 が推定値と同じとした。計算できなかった理由は過去の短期金利の水準と現在の短期金利の水準とが全く異なるためであると考えられる。

表 4: 中長期的見通しを反映した各局面での期待リターン, 標準偏差

	中期的見通し		景気拡大期		景気後退期	
	期待 リターン	標準 偏差	期待 リターン	標準 偏差	期待 リターン	標準 偏差
年金負債	1.42%	7.70%	-0.26%	5.25%	5.92%	10.79%
国内株式	6.55%	21.15%	19.44%	1.16%	-27.98%	2.03%
国内債券	1.00%	2.68%	-0.15%	1.34%	4.08%	2.91%
外国株式	8.08%	22.73%	19.57%	10.59%	-22.70%	17.27%
外国債券	2.75%	11.33%	3.87%	9.48%	-0.24%	14.80%
現預金	0.28%	0.60%	0.03%	0.06%	0.92%	0.86%
ハイテク	3.98%	3.75%	7.30%	1.00%	0.43%	4.65%
シクリカル	5.16%	3.69%	7.76%	3.14%	2.37%	3.69%
内需	5.51%	2.55%	7.33%	1.31%	3.54%	3.19%
ディフェンシブ	6.64%	1.77%	8.07%	1.99%	5.10%	1.00%
建設・不動産	3.24%	4.14%	3.57%	2.22%	2.89%	5.37%

注) 中長期的見通しは信託銀行4社の2013年度の中期運用における収益率, リスクの平均値を用いた。

4.1. 分析条件の設定

まず, 分析条件について整理しておく。運用期間は5年間を考える。

運用戦略として, 景気局面の状態確率に応じて資産配分を変化させる「景気変動対応戦略」と変化させない「固定資産配分戦略」の2つを設定する。両戦略を比較することで景気局面の変化に合わせて資産配分を変化させることの効果が評価できる。積立比率は金融4業種以外の東証1部上場企業の2013年3月決算において退職給付債務が10億円以上ある1,408社の平均値66.78%を設定した¹⁰。

次に企業年金に関するパラメータについて説明する。以降の分析では, 年金資産額, 年金負債額, 掛金総額, 母体財務の純資産額の比率があれば十分で, 金額は必要ではない。そのため企業年金に関するパラメータは退職時点の加入者1人当たりの責任準備金を1単位としたときのそれぞれの単位数を設定する。

まず, 年金負債額(退職給付債務額)は, 式(2.26)において, 2013年3月末時点の国債利回りにより割り引くと24.1539であった。多期間最適化モデルにおいて, 0時点での年金負債額 P_0^L にこの24.1539を設定し, 年金資産額 P_0^A は年金負債額×積立比率である66.78%を設定した。また, 母体財務の純資産に対する年金負債額の割合は2013年3月決算の平均値で32.8%であったことから, 0時点での母体財務の純資産額 P_0^C は年金負債額 P_0^L を用いて, $24.1539 \div 32.8\% = 73.6399$ と設定した。

年金の期中のキャッシュフロー額は, 次の通り決定した。まず, 年金運用の期待運用利回りは2013年3月の金融4業種を除く東証1部上場企業の期待運用利回りの平均値である2.41%を設定する。掛金の加入者全世代合計額(総掛金額)は式(2.27)により, 0.6135となった。年金基金の毎期のキャッシュフロー額(2.2節の定式化で NCF_t)は, 総掛金額0.6135か

¹⁰退職給付債務には退職一時金の部分が含まれているため, 企業年金基金のみの積立比率はこの水準よりも高いことに注意いただきたい。

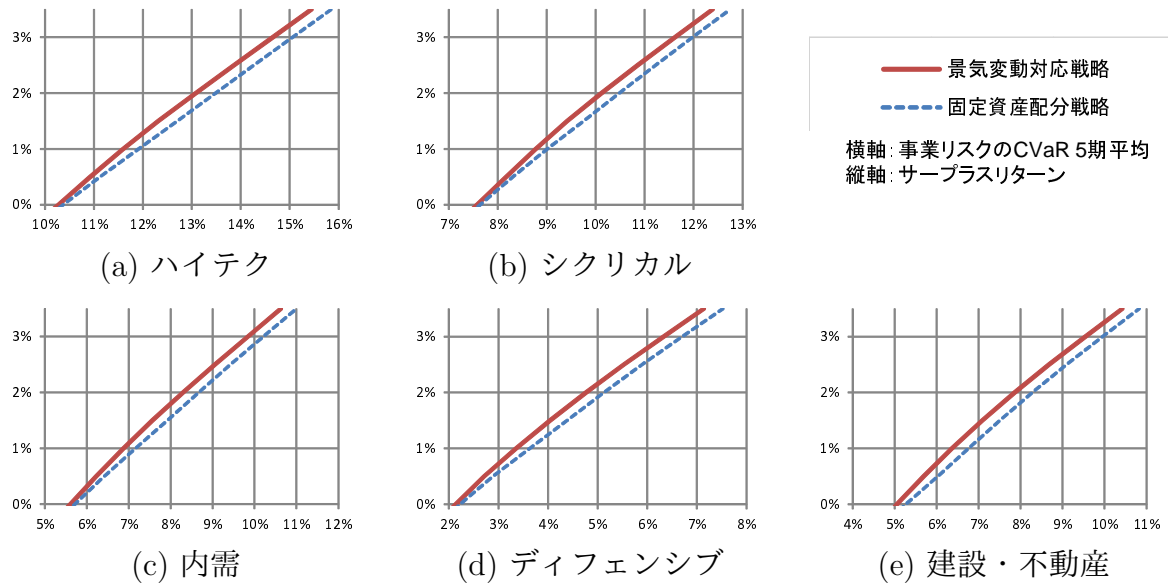


図 2: 各業種におけるリスクリターンのフロンティア曲線

ら総給付額 1 を差し引いた、 -0.3865 となる。なお、この値は時間 t によらないものとした。この条件で多期間最適化モデルを使って最適な資産配分について分析を行った。

乱数の依存性を排除するため、10,000 個のサンプルパスを使って最適戦略の導出を 25 回繰り返し、その平均値をとった。

4.2. 景気変動対応戦略の有効性

図 2 は景気変動対応戦略と固定資産配分戦略における、リスク・リターンのフロンティア曲線である。母体財務の 5 つの業種について、それぞれ最適化を行った結果を示した。それぞれのグラフの縦軸は制約条件として設定したサープラスリターンの下限値であり、横軸は最適化の結果得られた事業リスクの 95%CVaR の 5 年間の平均値である。この値は最適化問題の目的関数値である。

すべての業種で景気変動対応戦略の方がフロンティアが左に位置しており、状態確率を考慮した方が母体財務のリスクが低くなっていることが分かる。例えばハイテク業ではサープラスリターン下限値を 1% と設定した場合には、固定資産配分戦略では事業リスクの 5 年間の平均値が 11.91%、景気変動対応戦略では 11.59% となった。ただし、これは状態確率を考慮することによって、32bp の事業リスクを削減できることを意味している。この 32bp は事業リスクの削減効果として大きいとは言い難い。

そこで、見方を変えて固定資産配分戦略でサープラスリターン下限値を 1% と設定した場合の事業リスク 11.91% と同じリスク水準での比較を行う。固定資産配分戦略では下限値として与えた通りサープラスリターンは 1% となるが、景気変動対応戦略ではサープラスリターンは 1.22% となる。つまり、状態確率を考慮することで母体財務のリスクを大きくすることなく、22bp のサープラスリターンを追加的に獲得できる。同じような計算を行うと他の業種も同様に約 20bp の追加的なサープラスリターンを獲得することができる。景気変動対応戦略はサープラスリターン 1% に約 20bp を上乗せでき、運用効率を高めることができるといってもよいであろう。

4.3. 景気変動対応戦略と固定資産配分戦略の資産配分の違い

次にハイテク業を例に、運用戦略について調べる。ハイテク業を母体とする年金基金の最適な資産配分を図3に示した。それぞれのグラフの横軸は資産配分を導出するときに設定したサープラスリターンの下限値である。左から順に、景気変動対応戦略における景気拡大期の状態確率100%のときの資産配分、状態確率0%のときの資産配分、固定資産配分戦略における資産配分をそれぞれ表している。また上から順に1期目(時点 $t=0$)から5期目(時点 $t=4$)までの資産配分である。1期目の状態確率が0%のとき(中列最上段)がないのは、上述の通り、1期目の状態確率が既知であり、資産配分も1つに決まってしまうためである。

内外株式は内外債券より運用リスクが高いことを考えると、これらの資産配分における内外株式への投資比率が高いほどリスクの高い運用を行っていると考えられる。この見方で図3の資産配分における内外株式への投資比率(つまり黒と灰色の部分)を調べる。

まず、景気変動対応戦略における状態確率が100%のときの資産配分(左列)と状態確率が0%のときの資産配分(中列)の違いであるが、左列ではほぼ外国債券へ資産配分を行っておらず、サープラスリターンの下限値が高い領域では国内株式への資産配分が高くなっている。一方、中列では外国債券へ約10%の資産配分が行われているが、国内株式への資産配分はほとんど行われていない。したがって、景気拡大期の状態確率が高くなるとリスクを高め、状態確率が低くなるとリスクを抑えた運用が望ましいという結果となっていることが分かる。期待リターンが高まると予測されるときにはリスクをとるという戦略が望ましいという、自然な結果が得られていることを示している。

次に、景気変動対応戦略と固定資産配分戦略の資産配分を比較する。左列(景気変動対応戦略における状態確率100%のときの資産配分)と右列(固定資産配分戦略における資産配分)とを比較すると、資産配分に大きな違いは見られないものの、サープラスリターンの下限値が高い領域で右列の国内株式への資産配分の方がやや低く、リスクの低い資産配分となっている。また、中列(景気変動対応戦略における状態確率0%のときの資産配分)と右列とを比較すると、中列の外国債券への資産配分の方が右列のそれよりもずっと高く、右列の方がリスクの高い資産配分となっていることが分かる。以上をまとめると、固定資産配分戦略における資産配分は、景気変動対応戦略の2つの資産配分の中間のリスク水準の資産配分となっているが、どちらかという状態確率が100%のときの資産配分に近い資産配分である。

より詳しく分析するためにそれぞれの資産配分の推定リスクを各資産の分散共分散行列を用いて計算した。図4はその結果である。図4の横軸は図3と同じくサープラスリターンの下限値であり、縦軸は推定リスクを表している。図3で考察した通り、景気変動対応戦略における状態確率100%の場合の資産配分、固定資産配分戦略における資産配分、景気変動対応戦略における状態確率0%の場合の資産配分の順に、推定リスクが低くなっている。

4.4. 母体の違いによる最適運用戦略の違い

最適な運用戦略が、母体財務によってどのように異なるかについて調べる。図5は母体財務の業種の異なる年金に対する3期目($t=2$)の最適な資産配分における推定リスクである。3期目以外の期についてもほぼ同じ傾向が見られたため、3期目のみを掲載した。横軸、縦軸は、図4と同じく、それぞれサープラスリターンの下限値と推定リスクである。なお、図5のハイテク業の結果は、図4の3期目の結果と同じである。

図4で指摘した通り、いずれの業種においても、景気変動対応戦略における状態確率100%の場合の資産配分、固定資産配分戦略における資産配分、景気変動対応戦略における状態確率0%の場合の資産配分の順に、推定リスクが低くなっている。しかし、これらの資産配分の

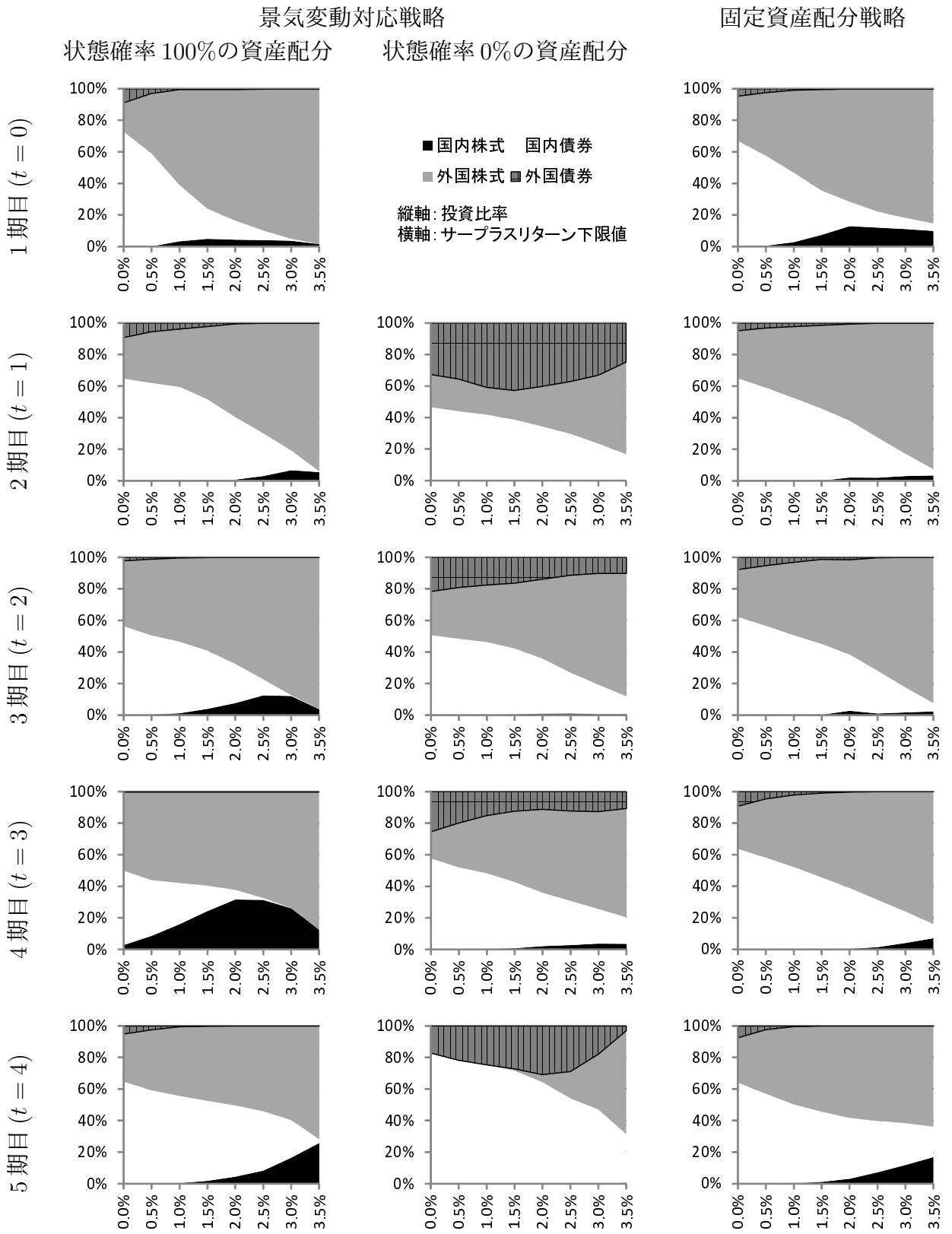


図 3: 最適な資産配分 (ハイテク業) 横軸：サープラスリターン下限値

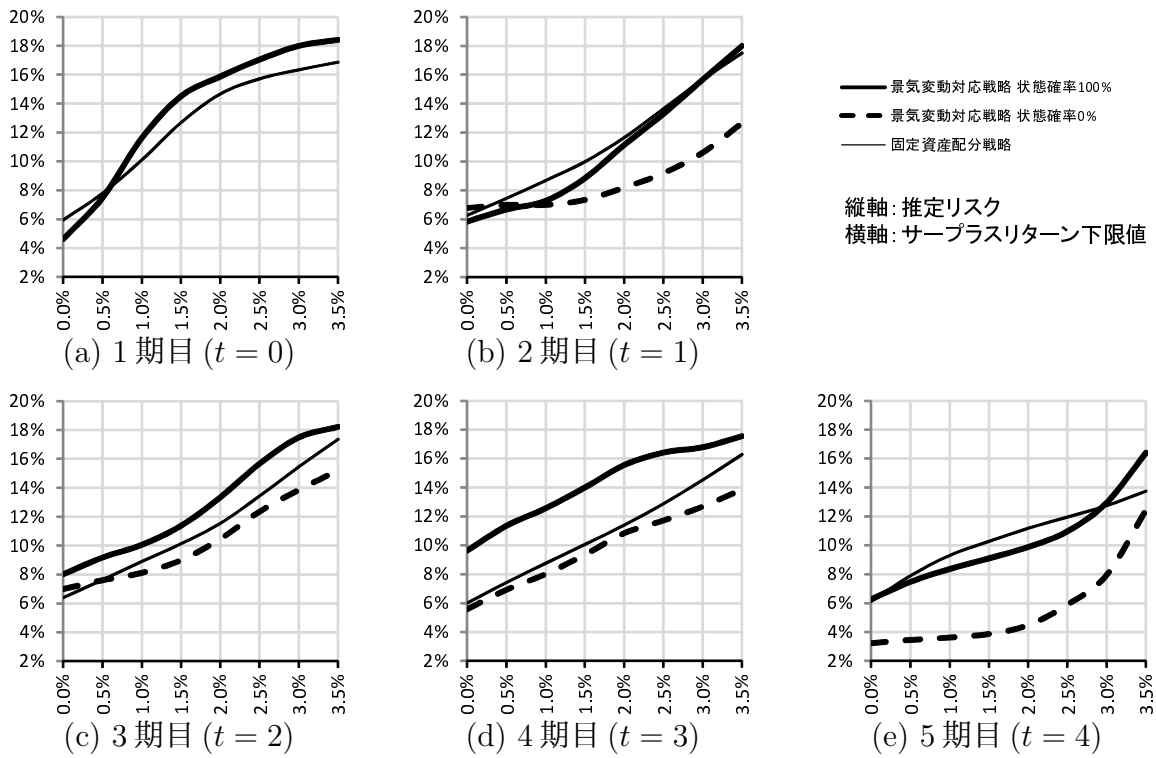


図 4: 最適な資産配分における推定リスク (ハイテク業)

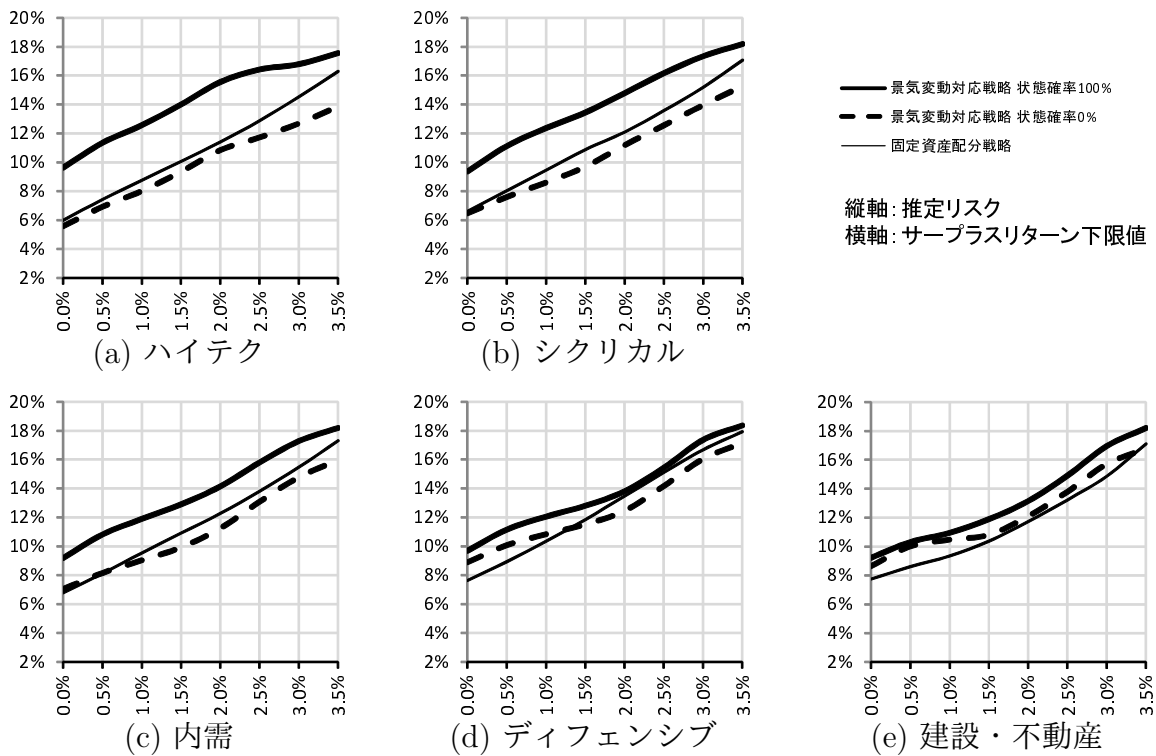


図 5: 3期目最適な資産配分における推定リスク (各業種)

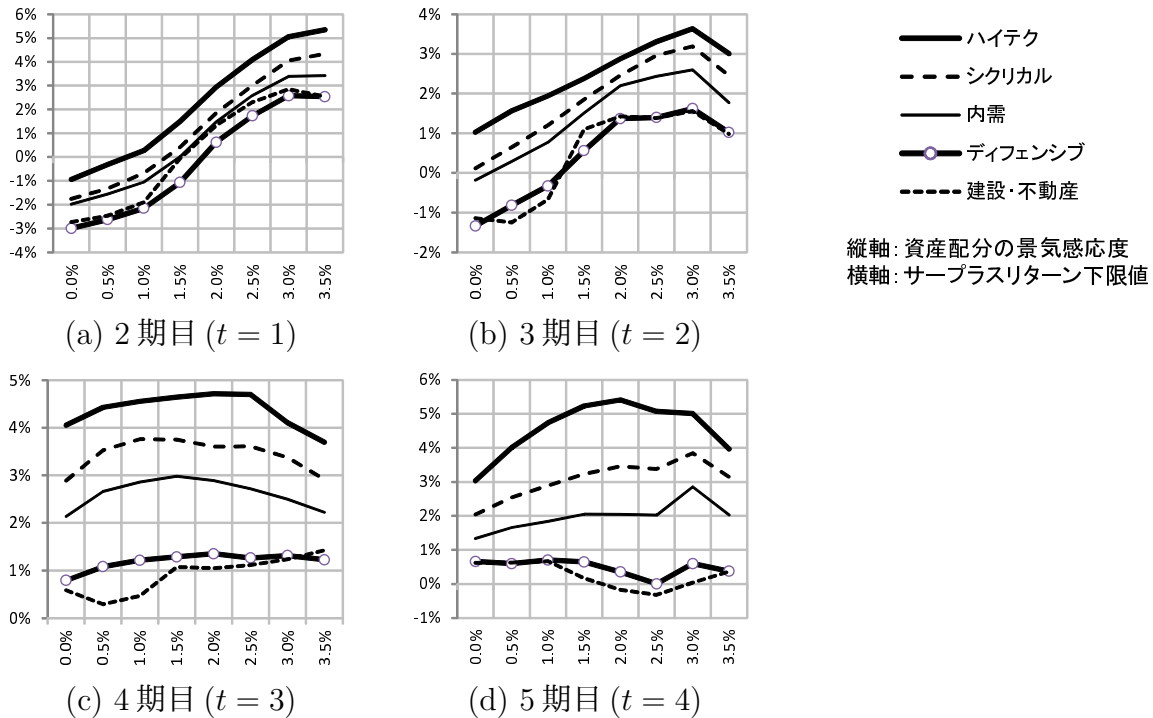


図 6: 最適な資産配分の景気感応度 (各業種)

間の推定リスクの差が業種によって異なっていることが分かる。例えば、ハイテクやシクリカルではこれらの差が約 4% であるのに対して、ディフェンシブや建設・不動産ではその差が 1% 程度しかない。この推定リスクの差はサープラスリターンの水準によらないこともわかる。なお、推定リスクの差の約 4% を減らすためには内外株式の投資比率を約 20% 減らす必要があり¹¹、資産配分を大きく動かす必要があることが分かる。

次に状態確率に応じて資産配分をどの程度変える必要があるのかを調べるため、景気変動対応戦略における状態確率 100% のときの資産配分における推定リスクから、景気変動対応戦略における状態確率 0% のときの資産配分における推定リスクを引いたものを、資産配分の景気感応度と定義する。具体的に言えば、図 5 における太線から点線を引いた値である。

このようにして求めた資産配分の景気感応度を図 6 に示す。時点やサープラスリスクの下限値の設定によって資産配分の景気感応度の水準は異なる。しかし、景気感応度の序列はハイテク、シクリカル、内需、ディフェンシブと建設・不動産の順となっており、どの条件でもこの序列は維持されている。したがって、母体財務に応じて最適な資産配分の景気感応度が異なることが分かる。

最後に、資産配分の景気感応度が母体財務の何に依存して決まっているのかについて考察したい。本論文の最適化モデルでは母体財務の特徴として母体財務の事業リターンと事業リスクを与えている。これらの値と資産配分における推定リスクを表 5 に示した。

事業リターンの期待値と標準偏差は表 4 から景気拡大期と景気後退期の値を抜き出し、その差を求めた。また、資産配分における推定リスクはサープラスリターンの下限値が 1% のときの 3 期目 ($t = 2$) における推定リスクと、その差 (つまり、資産配分の景気感応度) である。

¹¹内外株式のリスクが約 20% であるため、この値で削減したい推定リスクの約 4% を割ることで、削減する必要のある内外株式の投資比率を 20% と計算した。

表 5: 事業リターンの統計量と資産配分の景気感応度

		ハイテク	シク リカル	内需	ディフェ ンシブ	建設・ 不動産
事業 リターン の期待値	(1) 拡大期	7.30%	7.76%	7.33%	8.07%	3.57%
	(2) 後退期	0.43%	2.37%	3.54%	5.10%	2.89%
	(1)-(2)	6.87%	5.38%	3.79%	2.97%	0.68%
事業 リターン の標準偏差	(1) 拡大期	1.00%	3.14%	1.31%	1.99%	2.22%
	(2) 後退期	4.65%	3.69%	3.19%	1.00%	5.37%
	(1)-(2)	-3.65%	-0.56%	-1.88%	0.99%	-3.15%
資産配分に おける 推定リスク	(1) 状態確率 100%	10.47%	10.51%	9.71%	9.72%	8.73%
	(2) 状態確率 0%	6.06%	6.92%	7.11%	8.42%	7.93%
	(1)-(2)	4.41%	3.59%	2.60%	1.30%	0.80%

表 6: 事業リターンの統計量と資産配分の景気感応度との関係(ハイテク)

	(1) 拡大期		(2) 後退期		(1)-(2)		運用戦略の 景気 感応度
	期待 リターン	標準 偏差	期待 リターン	標準 偏差	期待 リターン	標準 偏差	
変更前	7.30%	1.00%	0.43%	4.65%	6.87%	-3.65%	4.41%
ケース A1	6.80%	1.00%	0.93%	4.65%	5.87%	-3.65%	4.28%
ケース A2	6.30%	1.00%	1.43%	4.65%	4.87%	-3.65%	4.06%
ケース A3	5.80%	1.00%	1.93%	4.65%	3.87%	-3.65%	3.92%
ケース A4	5.30%	1.00%	2.43%	4.65%	2.87%	-3.65%	3.75%
ケース B1	7.30%	1.50%	0.43%	4.15%	6.87%	-2.65%	4.24%
ケース B2	7.30%	2.00%	0.43%	3.65%	6.87%	-1.65%	4.09%
ケース B3	7.30%	2.50%	0.43%	3.15%	6.87%	-0.65%	3.87%
ケース B4	7.30%	3.00%	0.43%	2.65%	6.87%	0.35%	3.63%

注) ケース A1～A4: 変更前から期待値の差を縮小した場合, ケース B1～B4: 変更前から標準偏差の差を縮小した場合.

表5では事業リターンの期待値の差と資産配分の推定リスクの差とは上の業種から順に小さくなっており, 資産配分の景気感応度と事業リターンの期待値の差の間には関係があることが分かる. つまり, 母体財務の事業リターンの期待値の景気感応度が高いほど, 資産配分の景気感応度が高くなることがわかる. 一方で, 事業リターンの標準偏差と資産配分の景気感応度との関係は, 表5には明確に現れていない.

そこで母体財務の事業リターンの景気感応度と資産配分の景気感応度との関係を詳しく調べるために, ハイテク業の事業リターンに関する統計量を変化させ, そのときに資産配分の景気感応度がどのように変化するかについて分析を行った. 期待値の差を縮小した場合をケース A1～A4, 標準偏差の差を縮小した場合をケース B1～B4として, 表6に結果を示す.

上述した通り, 事業リターンの期待値の差が小さくなるほど資産配分の景気感応度は小さくなることが分かる. さらに, 事業リターンの標準偏差の差が小さくなると, 資産配分の景気感応度も小さくなっている. したがって, 資産配分の景気感応度は母体財務の事業リター

ンの期待値の差にも標準偏差の差にも影響を受けるといえる。このように、母体財務の事業リターンの期待値や標準偏差が景気動向によって変化しやすい場合には、その企業年金が持つ年金資産の資産配分は景気局面の状態確率に応じてより柔軟に変化させる必要があることを示唆している。

5. まとめ

本稿では景気変動の観点から母体財務の特徴を考慮した年金資産の運用戦略について考察した。分析のために、資産リターンや母体財務の事業リターンについて局面性を考慮したモデルを構築し、資産や母体財務の事業リターンの過去データからこれらのパラメータを推定した。そして、多期間最適化モデルを用いることで景気動向を考慮した最適な運用戦略を導出し、母体財務の状況に応じた資産配分の景気感応度を分析した。

年金資産の運用戦略を考えるときに、母体財務の事業がどのくらい景気変動によって影響を受けやすいのかを考慮し、それに依拠して年金資産の資産配分を景気状況に応じてどの程度変化させる必要があるのかを考えておくことが望ましい。その結果、サープラスリターンを確保しつつ、母体財務が抱える年金制度の運用リスクをより抑えることが可能となる。

本稿では、年金負債の構造の違いを考慮せずに議論を進めてきた。年金運用を考える場合には、年金負債の構造による違いについても分析を行う必要があると考える。例えば、年金の成熟度が高いほど年金給付額よりも年金の掛金が少なくなるが、このことが資産配分の景気感応度にどのような影響をもたらすのか分析してみる必要があるだろう。

参考文献

- [1] S. Basak and G. Chabakauri: Dynamic mean-variance asset allocation. *Review of Financial Studies*, **23-8** (2010), 2970–3016.
- [2] N. Hibiki: Multi-period stochastic optimization models for dynamic asset allocation. *Journal of Banking and Finance*, **30-2** (2006), 365–390.
- [3] H. Levy and R. Duchin: Asset return distributions and the investment horizon. *The Journal of Portfolio Management*, **30-3** (2004), 47–62.
- [4] S. R. Thorley: The time-diversification controversy. *Financial Analysts Journal*, **51-3** (1995), 68–76.
- [5] 石島 博: レジームスイッチングモデルとファイナンス理論・実証. 早稲田大学ファイナンス総合研究所 ワーキングペーパーシリーズ (2005).
- [6] 川口宗紀・枇々木規雄: 母体財務への影響を考慮した年金資産運用. 日本保険・年金リスク学会誌, **6-1** (2014), 21-34.
- [7] 枇々木規雄: 最適資産配分問題に対するシミュレーション/ツリー混合型多期間確率計画モデル. 高橋一編: ジャフィー・ジャーナル 2001 金融工学の新展開 (東洋経済, 2001), 89-119.

川口宗紀

(株) 三菱 UFJ トラスト投資工学研究所

〒 107-0052 東京都港区赤坂 4-2-6

E-mail: kawaguchi@mtec-institute.co.jp

ABSTRACT

**MULTI-PERIOD INVESTMENT POLICY FOR CORPORATE PENSION
FUND WITH SPONSORING COMPANY**

Muneki Kawaguchi Norio Hibiki
Mitsubishi UFJ Trust Investment Institute Co., Ltd. *Keio University*

Corporate pension systems need to manage their assets in conjunction with the balance sheet of sponsoring companies because pension systems severely affect the balance sheet. In this paper, we discuss investment strategies for pension assets from the standpoints of economic conditions and characteristics of sponsoring company. We formulate the multi-period optimization model with economic cycle of asset returns and business returns of sponsoring company to solve this problem. We can find the optimal investment strategy derived in accordance to economic conditions. We analyze the sensitivities to examine how the economic conditions affect the dynamic asset allocation.