

効用最大化と矛盾する心理的効果の GEV モデルにおける表現

高橋啓
統計数理研究所

大野高裕
早稲田大学

(受理 2012 年 2 月 15 日; 再受理 2014 年 8 月 28 日)

和文概要 本研究では、効用最大化と矛盾する現象されている妥協効果、魅力効果が、効用最大化行動と対応する Random Utility モデルである Generalized Extreme Value (GEV) Family の一種である Generalized Nested Logit (GNL) モデルを用い、効用最大化と整合的に生起することを示す。まず、Simonson (1989), Simonson and Tversky (1992), Roe et al. (2001) で混同されている妥協効果、Huber et al. (1982), Rooderkerk et al. (2011) で定義がわかれている魅力効果について再定義を行なう。本研究では、相対的な選択確率、絶対的な選択確率に基づく定義をそれぞれについて行なう。そして、それぞれ相対的な選択確率に基づく定義が絶対的な選択確率に基づく定義を内包することを示す。次にそれぞれの定義について、GNL モデルを用いて表現可能であることを数値例を用い示し、その意味解釈を行なう。この結果として次のことが分かった。妥協効果については、1) 相対的、絶対的の確率に基づく双方の定義において生起する、2) この効果の大きさについては限度があるものの既存研究と比較した場合十分である。魅力効果については、3) 相対的定義においてのみ生起する、4) この効果の大きさについては限度があるものの既存研究と比較した場合十分である。

キーワード: マーケティング, 意思決定, 妥協効果, 魅力効果, GNL モデル

1. はじめに

効用最大化行動は、個々の主体の行動を記述するミクロ経済学における消費者の重要な行動原理であり、マーケティング・サイエンスの分野においても、心理学を基本とした記述的行動原理に対し、効用最大化行動は規範的行動原理 [8] として捉えられている。特にマーケティング・サイエンスの分野において広く用いられている離散選択モデル (例えば Train, 2009 [33]) は、その多くが効用最大化を緩和したランダム効用最大化行動 (RUM) [18] より導くことができる。しかし、実際の選択行動において、この効用最大化と矛盾するとされる現象が現実の選択行動においていくつか示されている。

効用最大化と矛盾する現象として、妥協効果 [30], 魅力効果 [11], 類似性効果 [34] が挙げられる。類似性効果については、McFadden (1984)[21] が Nested Logit (NL) モデルを用いることで効用最大化と対応し、その生起を POS データ等の選好結果のみから非集計的に推定可能であることを示している。類似性効果は、I.I.A. (Independence from Irrelevant Alternatives) 特性を犯しており、多くの製品カテゴリー、特に交通市場 [2] において顕著である。マーケティング・サイエンスにおいても、特に需要予測、プロモーション効果の測定といった目的でモデルを構築する際には、これらの現象をモデル内において表現できることは重要である。プロダクト・ラインの拡張を考えた場合、属性空間上のどこに新製品を投入したらシェアを増すことができるのかということが分析可能となる。また、店頭においてもどの商品を陳列したらよいかということにつながるだろう。

妥協効果、魅力効果については、多くの製品カテゴリーや分野において観測されている [3, 7, 12, 15, 22]。妥協効果、魅力効果については、ランダム効用最大化行動に基づくモデルで

具体的に表現可能とした研究は存在しない。また、魅力効果、妥協効果については、効用最大化と対応して生起することは具体的には示されていない。妥協効果については、Rieskamp et al. (2006) [27] において効用最大化と整合的な GEV (Generalized Extreme Value) モデルにおいて表現可能と記されているが、具体的なモデルや研究の言及はない。Rieskamp et al. では、魅力効果は Regularity を犯しているため、効用最大化と整合的な GEV モデルでは表現できないとしている。

複数のこのような現象を同じモデルで表現できることは、市場で起こりうる事象を模写できるという意味において、そのモデルの妥当性を示しているといえる。Tversky and Simonson (1993) [35] では、同じモデルで妥協効果と類似性効果を表現できるとしている。また、Roe et al. (2001) [28] では、妥協効果、魅力効果、類似性効果の三つ全てが同じモデルで表現できるとしている。これ以外にも、妥協効果を表現可能としている心理学のモデルは数多い [7, 13, 23]。ただし、これらのモデルは心理学的なモデルであり、効用最大化と整合的ではない。また、魅力効果については、表現可能であるとしたモデルの数自体が少ない。

本研究では、効用最大化と矛盾するとされている三つの現象、類似性効果、魅力効果、妥協効果、全てが効用最大化と整合的に、一つのモデルで起こり得ることを示す。具体的には、GEV モデル [19, 20] に属する Generalized Nested Logit (GNL) モデル [36] を用いる。GNL モデルは NL モデルを内包しているため、このモデルを用いることにより、妥協効果、魅力効果だけではなく類似性効果を併せ、三つ全ての効果を一つのモデルで説明可能となる。妥協効果についてはいくつかの定義が考えられるが、このうち文脈依存ではない定義についてはいずれも GNL モデルにより説明することができる。魅力効果についてもいくつかの定義が考えられるが、このうち相対的な確率のもとで定義した弱魅力効果について、GNL モデルにより説明できることを示す。

GNL モデルは非集計モデルであるため、今まで集計的な確率で述べられていたこれらの効果について、異なる状況設定下での心理的效果の検証が非集計的に可能となることを意味している。つまり、実験として行なわれている心理的效果の検証が、POS データ等の実際の購買行動から直接、非集計的に観測可能になることを意味している。このことは、今までその大半が実験的環境下で生起することが確かめられていた心理的效果が、広く市場で生起するか観測可能になることに繋がる。

本論文の構成は次のとおりである。まず 2 章において、合理的意思決定と心理的效果について既存研究を紹介し、それらの問題点を整理する。次に 3 章では本研究で用いる GNL モデルについて、その定式化及び効用最大化行動との対応を示す。また、4 章では心理的效果の定義を数式を用い行ない、その関係性を示す。5 章では、4 章で定義された弱妥協効果、強妥協効果それぞれが GNL モデルを用いて効用最大化と対応して生起することを示す。また、その効果の表現の限界を示す。同じく 6 章において 4 章で定義された弱魅力効果が GNL モデルを用いて効用最大化と対応して生起することを示す。7 章では本研究で得られた結果と既存研究の違いについて議論する。最後に 8 章で結論及び今後の課題を示す。

2. 心理的效果を表現可能としている既存モデル

心理的效果が表現できるモデルとしては、妥協効果について説明している Wernerfelt (1995) [37], Kivervz et al. (2004a) [14], 類似性効果について説明している McFadden (1984) が挙げられる。また、妥協効果、魅力効果、類似性効果、三つの効果を合理的意思決定のもとで同時に表現できるとした研究として Roederkerk et al. (2011) [29] がある。これら三つの効

果はいずれも市場もしくは実験により実際に観測された事実であり、これら三つの効果を同じモデルで表現可能であることは、そのモデルの妥当性を示すこととなる [28].

妥協効果について説明している Wernerfelt (1995), Kiverz et al. (2004a), Rooderkerk et al. (2011) について説明しよう. Wernerfelt は消費者に異質性を仮定しランクオーダー意思決定ルールに従うとすると、妥協効果が生起するとしている. このルールのもとでは、消費者は選択肢が多い場合には十分比較できることから合理的選択が可能であり、少ない場合には比較対象も少なくなるため合理的選択ができなくなるとしている. このルールは選択肢集合の大きさに意思決定が依存するある種の文脈依存を表現しており、効用最大化行動とは異なるものである. また、各選択肢の効用値をスキャン・パネル・データ等から推定するには多くのデータを必要とし、現実問題への適用も困難である.

Kiverz et al. (2004a) は Contextual Concavity Model (CCM), Normalized Contextual Concavity Model (NCCM), Relative Advantage Model (RAM), Loss-Aversion Model (LAM) という四つの離散選択モデルを提案し、四つのモデルそれぞれで妥協効果が生起するとしている. それぞれのモデルにおける確定的効用は次のとおりである:

$$[\text{CCM}] \quad V_{k|\mathcal{S}} = \theta \sum_m (v_{mk} - \underline{v}_{mk}^{\mathcal{S}})^{\theta_i}, \quad (2.1)$$

$$[\text{NCCM}] \quad V_{k|\mathcal{S}} = \theta \sum_m (\bar{v}_{mk}^{\mathcal{S}} - \underline{v}_{mk}^{\mathcal{S}}) \left[\frac{v_{mk} - \underline{v}_{mk}^{\mathcal{S}}}{\bar{v}_{mk}^{\mathcal{S}} - \underline{v}_{mk}^{\mathcal{S}}} \right]^{\theta_i}, \quad (2.2)$$

$$[\text{RAM}] \quad V_{k|\mathcal{S}} = \theta \left(\theta_1 v_k + \theta_2 \frac{\sum_m (v_{mk} - v_{ml}) \mathbf{1}_{\{v_{mk} > v_{ml}\}}}{\sum_{l \neq k} \sum_i (v_{mk} - v_{ml}) \mathbf{1}_{\{v_{mk} > v_{ml}\}} + \sum_i (v_{ml} - v_{mk}) \mathbf{1}_{\{v_{mk} \leq v_{ml}\}}} \right), \quad (2.3)$$

$$[\text{LAM}] \quad V_{k|\mathcal{S}} = \theta \sum_m \left[(v_{mk} - v_{mkR}^{\mathcal{S}}) \mathbf{1}_{\{v_{mk} \geq v_{mkR}^{\mathcal{S}}\}} + \theta_m (v_{mk} - v_{mkR}^{\mathcal{S}}) \mathbf{1}_{\{v_{mk} < v_{mkR}^{\mathcal{S}}\}} \right]. \quad (2.4)$$

ここで、 $V_{k|\mathcal{S}}$ は選択肢集合 \mathcal{S} が提示されたときの選択肢 $k \in \mathcal{S}$ の確定的効用、 v_{ik} は選択肢 k の i 番目の属性に関する部分確定的効用、 $\bar{v}_{ik}^{\mathcal{S}}$ 、 $\underline{v}_{ik}^{\mathcal{S}}$ はそれぞれ選択肢集合 \mathcal{S} のもとでの最大値、最小値であり、 $v_{ikR}^{\mathcal{S}}$ は選択肢集合 \mathcal{S} のもとでの参照点である. また、 $\mathbf{1}_{\{\cdot\}}$ は、 $\{\cdot\}$ 内の条件のとき 1、それ以外は 0 となる指示関数である. そして、 θ 、 θ_1 、 θ_2 、 θ_k はそれぞれパラメータである. なお、簡便化のため、個別の消費者を表わす添字 h は省略している. 選択肢集合 \mathcal{S} が提示され、式 (2.1)–(2.4) の確定的効用が与えられた場合の各モデルにおける選択肢 k 選択確率 $P_k^{\mathcal{S}}$ は、Multinomial Logit (MNL) モデルのそれで与えられる:

$$P_k^{\mathcal{S}} = \frac{\exp V_{k|\mathcal{S}}}{\sum_k \exp V_{k|\mathcal{S}}}. \quad (2.5)$$

同様に、Rooderkerk et al. は、Multinomial Probit (MNP) モデルの説明変数に文脈依存項を設け、それにより妥協効果、魅力効果、類似性効果全てが説明できるとしている. Rooderkerk et al. のモデルにおける確定的効用関数は、一般的な効用項 V_k と文脈依存項 $\hat{V}_{k|\mathcal{S}}$ に分けられる:

$$V_{k|\mathcal{S}} = V_k + \hat{V}_{k|\mathcal{S}}. \quad (2.6)$$

さらに、文脈依存項は、妥協効果項 $X_{k|S}^{\text{COM}}$ 、魅力効果項 $X_{k|S}^{\text{ATT}}$ 、類似性効果項 $X_{k|S}^{\text{SIM}}$ の3つに分かれ、それぞれ線形となっている:

$$\hat{V}_{k|S} = \alpha_1 X_{k|S}^{\text{COM}} + \alpha_2 X_{k|S}^{\text{ATT}} + \alpha_3 X_{k|S}^{\text{SIM}}, \quad (2.7)$$

$$X_{k|S}^{\text{COM}} = -d_{kM|S}, \quad (2.8)$$

$$X_{k|S}^{\text{ATT}} = \begin{cases} d_{kk'|S} & \text{if } k \text{ dominates } k' \text{ in set } S, \\ -d_{kk'|S} & \text{if } k \text{ is dominated by } k' \text{ in set } S, \\ 0 & \text{if } k \text{ is neither dominating nor dominated in set } S, \end{cases} \quad (2.9)$$

$$X_{k|S}^{\text{SIM}} = \min_{k' \neq k, k' \in S} -d_{kk'|S}. \quad (2.10)$$

ここで、 $d_{kk'}$ は属性空間上における選択肢 k と k' 間の距離であり、 M は選択肢集合 S 内のそれぞれの属性の最大値と最小値の midpoint、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は、それぞれ妥協効果項、魅力効果項、類似性効果項に対応するパラメータである。Roederkerk et al. のモデルの選択確率は、MNP モデルのそれと与えられるが、その確率項については、平均 0、分散 1 の i.i.d で与えられる。つまり、各選択肢の確率的効用は独立であるとしている。この仮定は、MNP モデルの選択確率間に相関を直接設定可能であるという利点を活かしているとはいえない。つまり、MNL モデルでも同様の設定が可能である。

これらのモデルは全て、Zhang et al.(2004) [40] でいう相対的効用モデルであるといえる。ここで、相対的効用モデルとは、他の選択肢や自己の行動履歴に、その期のある選択肢の選択確率が影響を受けるとするものである。特に、他の選択肢の影響のみを受けている Type A といえる。これは、各選択肢の確定的効用が、選択肢集合 S に依存していることから容易に判る。しかし、このことは、ある選択肢 k の効用が提示されている選択肢が異なるだけで変化することを意味している。これが正しいか正しくないかは別とし、異なる選択肢集合のもとでの選択確率を比較する際には、異なる基準のもとでの比較となることとなる。

3. GNL モデル

3.1. 選択確率の定式化

GNL モデルは一つのネストにしか帰属を許さない NL モデルを拡張し、複数のネストへの帰属を可能とした CNL モデル [25, 38, 39] を拡張したものである。GNL モデルの適用例としては、交通計画分野における交通機関選択、経路選択以外に、マーケティングにおけるブランド（商品）選択 [32] が挙げられる。GNL モデルにおける選択確率の表現はいくつか考えられるが、本論文では Wen and Koppelman (2001) の定式化を用いることとする。

GNL モデルにおいて、消費者が選択する選択肢 k の選択確率 P_k は次の二段階の式で表わされる:

$$P_k = \sum_j P_j P_{k|j}, \quad (3.1)$$

$$P_j = \frac{\left(\sum_{k' \in N_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j}}{\sum_j \left(\sum_{k' \in N_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j}}, \quad (3.2)$$

$$P_{k|j} = \frac{(\gamma_{kj}e^{V_k})^{1/\mu_j}}{\sum_{k' \in N_j} (\gamma_{k'j}e^{V_{k'}})^{1/\mu_j}}. \quad (3.3)$$

ここで、 N_j はネスト j に属する選択肢集合、 V_k は選択肢 k の確定的効用を表わす。そして、 μ_j は類似度パラメータと呼ばれるものであり、同じネスト内の選択肢の類似度を表わし、

$$0 < \mu_j \leq 1, \quad \forall j \quad (3.4)$$

を満たす。類似度パラメータが 1 に近づくほど、同じネスト内の選択肢の類似度は低くなり、0 に近づくほど類似度が高くなる。CNL モデルではこれが各ネスト間で一定 ($\mu_j = \mu \forall j$) と仮定している。また、 γ_{kj} はアロケーション・パラメータと呼ばれるもので、各ネストに対する選択肢の帰属度を示し、次の条件を満たす：

$$\gamma_{kj} \geq 0, \quad \forall j, k, \quad (3.5)$$

$$\sum_j \gamma_{kj} = 1, \quad \forall k. \quad (3.6)$$

Wen and Koppelman は GNL モデルより、MNL モデル、NL モデル、CNL モデルがその特殊形として導出できることを示している。すなわち、GNL モデルは各モデルを内包している。GNL モデルと類似したマーケティング・サイエンスにおけるモデルとして、Bresnahan et al. (1997) [4] の PD GEV モデルが挙げられる。ただし、Bresnahan et al. ではあくまで特定商品カテゴリーへの適用について述べられている。そのため、ネスティングのルール、ネスト数が三つ以上の場合への対応については述べておらず、モデルの一般的な定式化は行なわれていないといえる。また、非類似度パラメータについても CNL モデルと同様に一定と仮定している。

確定的効用 V_k が選択肢集合 S に依存していないことに注意されたい。このことは、選択肢集合が異なることによる効用の変化がなく、比較する基準が統一されていることを意味する。また、次に示す効用最大化において、絶対的効用最大化となることを意味している¹。

3.2. 効用最大化行動との対応

本節では、GNL モデルと効用最大化行動との対応について述べる。GNL モデルが効用最大化と対応するかどうかは、GEV モデルに属するかを確かめればよい。

定理 3.1 GNL モデルは GEV モデルに属し、効用最大化行動と整合的である。

証明 3.1 Wen and Koopelman (2001) を見よ。□

証明を要約すると、GNL モデルの GEV 母関数 G :

$$G := \sum_j \left(\sum_{k' \in N_j} (\gamma_{k'j} Y_{k'})^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j} \quad (3.7)$$

及び G の $Y_k := \exp(V_k)$ に関する偏微分 $G_k := \partial G / \partial Y_k$ が次の四つの条件 [19, 20] を満たすということである。

¹正しくは価格のような金銭換算できる尺度が効用関数の中に必要となる。詳しくは Manski and McFadden (1981) の 6 章を参照されたい。

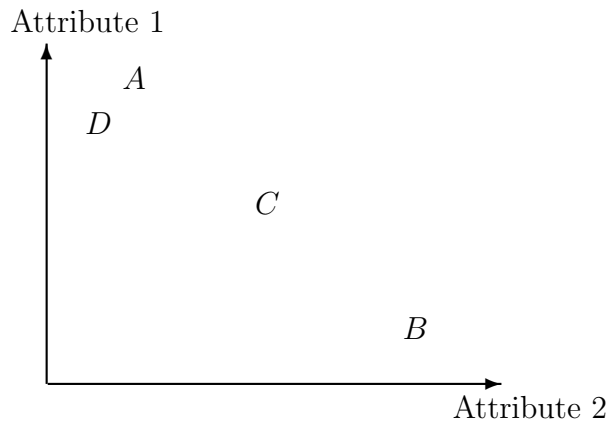


図 1: 妥協効果, 魅力効果が生起する状況

- 全ての Y_k に対して $G_k \geq 0$.
- G は n 次同次関数. すなわち, いかなる実数 r に関しても $G(rY_1, \dots, rY_J) = r^n G(Y_1, \dots, Y_J)$ が成立.
- 全ての k に関して $Y_k \rightarrow \infty$ とすると, $G \rightarrow \infty$.
- G の相互偏導関数の符号が次のように変化する. 全ての k に関して $G_k \geq 0$, 全ての $k \neq l$ に関して $G_{kl} = \partial G_k / \partial Y_l \leq 0$, 全ての異なる k, l, m に関して $G_{klm} = \partial G_{kl} / \partial Y_m \geq 0$, そしてより高次についても同様.

4. 心理的効果の再定義

本章では, Simonson (1989), Huber et al. (1982) により示された妥協効果, 魅力効果の数式を用いた再定義を行なう. 前者については, Simonson が厳密な定義を行なわなかったために, 論文により複数の定義が用いられているためである. 後者については, 数式による厳密な定義は, Rooderkerk et al. (2011) のみで行なわれており, ここでは本来の Regularity とは異なる定義が行なわれている. いずれの場合においても, 選択肢集合の提示順序が選択確率に影響を与える場合 (文脈依存効果) が考えられるが, 本研究ではそれを排除する.

4.1. 妥協効果の再定義

妥協効果については, 条件の強弱により弱妥協効果と強妥協効果二つの定義を行なう. Simonson (1989) は三つの選択肢集合で実験を行ない, 妥協効果を示している. 妥協効果とは, 言葉で書き表すならば, 二つの属性による属性空間において A, B いずれの選択肢も支配的でない状況でその中間の属性を持つ新たな選択肢 C を加えた場合, 中庸な新たな選択肢 C の選択確率が一番高くなるというものである (図 1).

または, 同様の空間, 選択肢において A, C が提示されている状況で新たな選択肢 B を加えることにより, 選択肢 C が極端な選択肢ではなくなり, 選択肢 C の選択確率が上昇するというものである.

定義 4.1 弱妥協効果 2 属性空間において, 互いに支配的でない選択肢 A, B が存在し, その中間に選択肢 C が存在するとしよう:

$$X_{A1} > X_{C1} > X_{B1}, \quad (4.1)$$

$$X_{B2} > X_{C2} > X_{A2}. \quad (4.2)$$

ここで、 X_{A1} は選択肢 A の属性 1 の属性値をあらわす。このとき、各選択肢集合における各選択確率が次の条件を満たす場合、弱妥協効果 \mathcal{C}_W が生起しているという：

$$\frac{P_{C|\{A,B,C\}}^h}{P_{C|\{A,B,C\}}^h + P_{A|\{A,B,C\}}^h} > P_{C|\{A,C\}}^h, \quad (4.3)$$

$$\frac{P_{C|\{A,B,C\}}^h}{P_{C|\{A,B,C\}}^h + P_{B|\{A,B,C\}}^h} > P_{C|\{B,C\}}^h. \quad (4.4)$$

ここで、 $P_{C|\{A,B,C\}}$ は選択肢集合 A, B, C が提示されている場合に選択肢 C を選択する確率をあらわす。上式は、新たな選択肢を加えることにより、選択肢 C が極端な選択肢ではなくなり、相対的確率が上昇することを意味している。弱妥協効果は、Simonson, Simonson and Tversky (1992) [31], Tversky and Simonson (1993), Wenerfelt(1995), Kivetz et al. (2004a), Kivetz et al. (2004b) で用いられている定義に相当する。なお、式 (4.3), (4.4) いずれかしか満たしていない場合は、ポラリゼーションと呼び、妥協効果と区別する。

定義 4.2 弱妥協効果の大きさ 弱妥協効果の大きさ δ_C は、式 (4.3), (4.4) それぞれの左辺から右辺を引いたものの最小値とする：

$$\delta_C := \min \left(\frac{P_{C|\{A,B,C\}}^h}{P_{C|\{A,B,C\}}^h + P_{A|\{A,B,C\}}^h} - P_{C|\{A,C\}}^h, \frac{P_{C|\{A,B,C\}}^h}{P_{C|\{A,B,C\}}^h + P_{B|\{A,B,C\}}^h} - P_{C|\{B,C\}}^h \right). \quad (4.5)$$

つまり、 $\delta_C > 0$ ならば弱妥協効果が成立していることとなる。

一方、Roe et al. [28] では、相対的ではなく、絶対的確率に基づく妥協効果の定義をしている。ただし、これらの選択肢集合の提示順序については特に定めてはない。

定義 4.3 強妥協効果 2 属性以上の空間において、互いに支配的でない選択肢 A, B が存在し、その中間に選択肢 C が存在するとき、各選択肢集合における各選択確率は次の条件を満たすとき強妥協効果 \mathcal{C}_S が生起しているという：

$$P_{A|\{A,B\}}^h = P_{A|\{A,C\}}^h = P_{B|\{B,C\}}^h = \frac{1}{2}, \quad (4.6)$$

$$P_{C|\{A,B,C\}}^h > P_{A|\{A,B,C\}}^h, \quad (4.7)$$

$$P_{C|\{A,B,C\}}^h > P_{B|\{A,B,C\}}^h. \quad (4.8)$$

強妥協効果は、Roe et al., Busmeyer et al. (2007) [5] で用いられている定義に相当する。Roe et al. (2001) とは条件 (4.6) が異なる。この点については、付録 A に示す。

補題 4.1 弱妥協効果は強妥協効果を包含する：

$$\mathcal{C}_S \implies \mathcal{C}_W. \quad (4.9)$$

証明 4.1 式 (4.7), (4.8) を足し合わせることで、

$$P_{C|\{A,B,C\}}^h > \frac{1}{2} (P_{A|\{A,B,C\}}^h + P_{B|\{A,B,C\}}^h) = \frac{1}{2} (1 - P_{C|\{A,B,C\}}^h) \implies P_{C|\{A,B,C\}}^h > \frac{1}{3} \quad (4.10)$$

が導かれる。式 (4.7), (4.10) より、 $P_{A|\{A,B,C\}}^h < 1/3$ であるため、式 (4.6), (4.10) より、

$$\frac{P_{C|\{A,B,C\}}^h}{P_{C|\{A,B,C\}}^h + P_{A|\{A,B,C\}}^h} > \frac{1}{2} = 1 - P_{A|\{A,C\}}^h = P_{C|\{A,C\}}^h \quad (4.11)$$

となり、式 (4.3) を満たす。選択肢 B についても式 (4.6), (4.8), (4.10) より式 (4.4) を満たすことが同様に示せる。また、 $\mathcal{C}_S \not\subset \mathcal{C}_W$ であることは自明である。□

4.2. 魅力効果

魅力効果についても、条件の強弱により弱魅力効果、強魅力効果二つの定義を行なう。魅力効果を言葉で書き表すならば、二つの属性による属性空間において A, B いずれの選択肢も支配的でない状況で選択肢 A に類似しているが、魅力的ではない選択肢 D を加えた場合、新たな選択肢 D に類似している選択肢 A の選択確率が高くなるというものである (図 1)。魅力効果を最初に定義した Huber et al. (1982) では、これは選択公理における Regularity を犯す現象として定義している。しかし、Hagerty (1983), Ratneshwar et al. (1987), Rooderkerk et al. (2011) では、絶対的選択確率が増すという定義をより広く捉え、相対的選択確率が増すという場合も含むよう定義している。

定義 4.4 弱魅力効果 2 属性の空間において、互いに支配的でない選択肢 A, B が存在し、選択肢 A に属性は類似し、選択肢 A に支配されている (選択肢 B には支配されない) 選択肢 D が存在するとしよう:

$$X_{A1} > X_{D1} > X_{B1}, \quad (4.12)$$

$$X_{B2} > X_{A2} > X_{D2}. \quad (4.13)$$

このとき、各選択肢集合における各選択確率が次の条件を満たす場合、弱魅力効果 \mathcal{A}_W が生起しているという:

$$\frac{P_{A|\{A,B,D\}}^h}{P_{A|\{A,B,D\}}^h + P_{B|\{A,B,D\}}^h} > P_{A|\{A,B\}}^h. \quad (4.14)$$

上式は、新たな選択肢 D を加えることにより、選択肢 D に近い属性を持つ選択肢 A が魅力的になり、相対的確率が上昇することを意味している。

定義 4.5 弱魅力効果の大きさ 弱魅力効果の大きさ δ_A は、式 (4.14) の左辺から右辺を引いたものとする:

$$\delta_A := \frac{P_{A|\{A,B,D\}}^h}{P_{A|\{A,B,D\}}^h + P_{B|\{A,B,D\}}^h} - P_{A|\{A,B\}}^h. \quad (4.15)$$

つまり、 $\delta_A > 0$ ならば魅力効果が成立していることとなる。

定義 4.6 強魅力効果 2 属性の空間において、互いに支配的でない選択肢 A, B が存在し、選択肢 A に属性は類似し、選択肢 A に支配されている (選択肢 B には支配されない) 選択肢 D が存在するとしよう:

$$X_{A1} > X_{D1} > X_{B1}, \quad (4.16)$$

$$X_{B2} > X_{A2} > X_{D2}. \quad (4.17)$$

このとき、各選択肢集合における各選択確率が次の条件を満たす場合、強魅力効果 \mathcal{A}_S が生起しているという:

$$P_{A|\{A,B,D\}}^h > P_{A|\{A,B\}}^h. \quad (4.18)$$

上式は、新たな選択肢 D を加えることにより、選択肢 D に近い属性を持つ選択肢 A が魅力的になり、絶対的確率が上昇することを意味している。

補題 4.2 弱魅力効果は強魅力効果を包含する:

$$\mathcal{A}_S \implies \mathcal{A}_W. \quad (4.19)$$

証明 4.2 $P_{A|\{A,B,D\}}$, $P_{B|\{A,B,D\}}$ は確率であるため,

$$P_{A|\{A,B,D\}} + P_{B|\{A,B,D\}} \leq 1 \quad (4.20)$$

である。従って,

$$\frac{P_{A|\{A,B,D\}}}{P_{A|\{A,B,D\}} + P_{B|\{A,B,D\}}} \geq P_{A|\{A,B,D\}} > P_{A|\{A,B\}} \quad (4.21)$$

となり, 式 (4.18) は (4.14) を満たしている。また, $\mathcal{A}_S \not\subseteq \mathcal{A}_W$ であることは自明である。□

5. 妥協効果の GNL モデルにおける生起

本章では, まず弱, 強妥協効果それぞれが実際に GNL モデルを用いて生起することを示し, 意味解釈を行なう。また, 各状況下での興味深い性質についても示す。なお, 以下では特別な断りがない限り, 消費者に関する添字 h は省略する。

5.1. 弱妥協効果の数値例

具体的な数値を示す前に, いくつかの仮定を置く。対象商品を乗用車とし, 属性を走行性能と燃費の二つとする。そして, 消費者の効用関数の確定項 V を補償型とする:

$$V_k = \alpha_1 X_{1k} + \alpha_2 X_{2k}. \quad (5.1)$$

ここで, V_k は選択肢 k の確定的効用, X_{1k} は選択肢 k の走行性能, X_{2k} は燃費, α_1, α_2 はそれぞれのパラメータである。固有選好度はここでは意味をなさないため, 省略する。そして, GNL モデルのネスト数 N_j を 3 とし, それぞれに全ての選択肢 A, B, C がネスティングされるものとする。具体的な構造を図 2 に示す。

以上の仮定のもと表 1 に示すパラメータを用い, 選択肢 C の追加前後の選択確率を計算する。この例は, Takahashi (2011) で示されているものと同様である。各選択肢集合のもとの選択確率は,

$$P_{A|\{A,B\}} = P_{B|\{A,B\}} = 0.5, \quad (5.2)$$

$$P_{A|\{A,B,C\}} = P_{B|\{A,B,C\}} = 0.340, \quad (5.3)$$

$$P_{C|\{A,B,C\}} = 0.320, \quad (5.4)$$

$$P_{C|\{A,C\}} = P_{C|\{B,C\}} = 0.472, \quad (5.5)$$

となる。式 (5.2)–(5.5) は式 (4.3), (4.4) を満たしており, GNL モデルにおいて弱妥協効果が生起していることがわかる。ただし, 強妥協効果については, $P_{A|\{A,C\}} = P_{B|\{B,C\}} \neq 0.5$ であるため, この数値例では生起していない。

弱妥協効果が生起するこの GNL モデルの構造についての意味解釈をしよう。既存の適用分野である交通機関選択や経路選択において, GNL モデルのネスティングは交通機関や経路の重なりあいを表現している。単に GNL モデルという場合にはその構造について意味

表 1: 弱妥協効果の生起例パラメータ

Variable			Variable		
Attribute Value	X_{1A}	3.0	Similarity Parameter	μ_3	1.0
	X_{1B}	1.0		γ_{A1}	0.5
	X_{1C}	2.0		γ_{A2}	0.45
	X_{2A}	1.0		γ_{A3}	0.05
	X_{2B}	3.0		γ_{B1}	0.05
	X_{2C}	2.0		Allocation Parameter	γ_{B2}
Definite Utility Parameter	α_1	1.0	γ_{B3}		0.5
	α_2	1.0	γ_{C1}		0.3
Similarity Parameter	μ_1	1.0	γ_{C2}		0.4
	μ_2	0.7	γ_{C3}		0.3

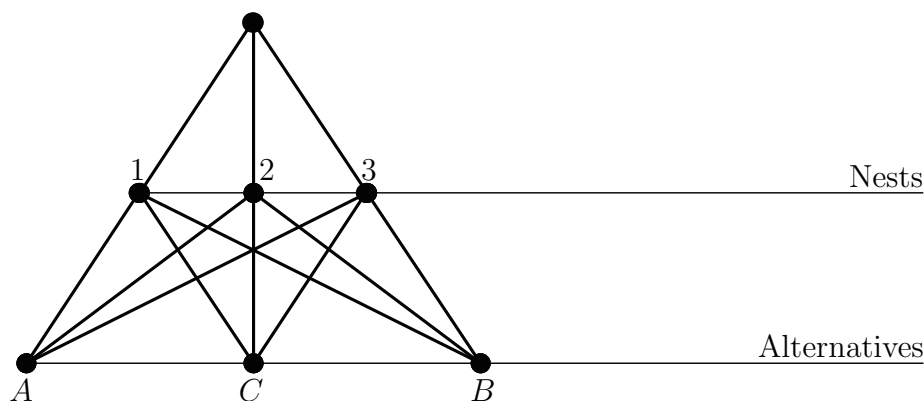


図 2: 弱妥協効果が生起する GNL モデルの構造

し、そのネスティングの意味解釈には何らかの客観的基準が求められる。ここでは、意味解釈を容易にするため次に示す仮定を置く：

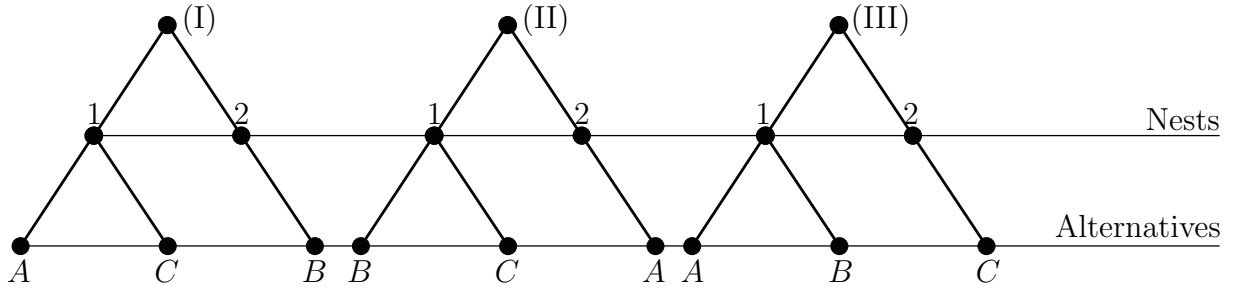
$$\gamma_{A1} > \gamma_{C1} > \gamma_{B1}, \gamma_{B3} > \gamma_{C3} > \gamma_{A3}, \quad (5.6)$$

$$\gamma_{A1} > \gamma_{A2} > \gamma_{A3}, \gamma_{B3} > \gamma_{B2} > \gamma_{B1}, \quad (5.7)$$

$$\gamma_{C2} > \gamma_{C1}, \gamma_{C2} > \gamma_{C3}. \quad (5.8)$$

式 (5.6) は、ネスト 1, 3 への所属割合がネスト 1 では A, C, B の順に高く、ネスト 3 では逆であることを意味している。また、式 (5.7) は選択肢 A, B の所属割合が選択肢 A では 1, 2, 3 の順に高く、選択肢 B では逆であることを意味している。最後に式 (5.8) は、選択肢 C の所属割合が 2 が 1, 3 より高いことを示している。

この仮定より、このモデルの構造は、ネスト 1, 3 は極端な属性を持つ選択肢を好むクラス、ネスト 2 は中庸な属性を持つ選択肢を好むクラスといえる。ここでは、ネスト 1 は走行性能が高い選択肢を好むクラス、ネスト 3 は燃費がよい選択肢を好むクラス、そしてネスト 2 は両者のバランスを重視するクラスと解釈できる。そして、消費者はこれらの潜在的なクラスを選択し、次に各クラスに属する選択肢を選択するという意思決定過程をたどっていると解釈できる。表 1 に示すパラメータは明らかに式 (5.6)–(5.8) を満たしており、この意思決定過程をたどる場合、弱妥協効果が生起することがあるといえる。


 図 3: NL モデルによる選択肢 $\{A, B, C\}$ のネスティング

補題 5.1 NL モデルにおいてネスティング時にオーバーラップを許さない場合、弱妥協効果を表現することはできない。

証明 5.1 NL モデルにおいて選択肢 A, B, C をオーバーラップせずにネスティングする方法は図に示す 3 とおりである。このうち (I), (II) は対称であるため、(I), (III) の二つのついで考えればよい。まず (I) の場合を考えよう。選択肢 A, B の対称性より、 $V_A = V_B := V$ である。弱妥協効果の大きさは、

$$\delta_C = \min \left\{ \frac{\exp V_C^{1/\mu_1} \left((\exp V)^{1/\mu_1} + (\exp V_C)^{1/\mu_1} \right)^{\mu_1 - 1}}{\exp V + \exp V_C^{1/\mu_1} \left((\exp V)^{1/\mu_1} + (\exp V_C)^{1/\mu_1} \right)^{\mu_1 - 1}} - \frac{\exp V_C}{\exp V + \exp V_C}, \right. \\ \left. \frac{(\exp V_C)^{1/\mu_1}}{(\exp V)^{1/\mu_1} + (\exp V_C)^{1/\mu_1}} - \frac{(\exp V_C)^{1/\mu_1}}{(\exp V)^{1/\mu_1} + (\exp V_C)^{1/\mu_1}} \right\} \quad (5.9)$$

となり、 $\delta_C = 0$ となる。次に (III) の場合を考える。この場合は A, B の配置についても対称であるため演算子 \min がなくなり、弱妥協効果の大きさは、

$$\delta_C = \frac{\exp V_C}{\frac{1}{2} \left((2 \exp V)^{1/\mu_1} \right)^{\mu_1} + \exp V_C} - \frac{\exp V_C}{\exp V + \exp V_C} \quad (5.10)$$

となり、 $\delta_C = 0$ となる。 □

5.2. GNL モデルによる弱妥協効果に関する性質

本節では、前節で生起することが確かめられた、GNL モデルにおける弱妥協効果の生起に関するいくつかの興味深い結果を示す。

5.2.1. ネスト数と効果の生起の関係

補題 5.2 GNL モデルにおいてネスト数 N_j が 3 未満かつ、各選択肢の確定的効用関数が線形の場合、弱妥協効果は生起しない。

$$N_j < 3, V_k := V, \forall k \implies P_C \leq P_A = P_B. \quad (5.11)$$

証明 5.2 $N_j = 1$ のとき、GNL モデルは MNL モデルとなるため、その I.I.A. 特性より自明。 $N_j = 2$ のとき、選択肢 A, B 及びネスト 1, 2 の対称性より、 $\gamma_{A1} = \gamma_{B2} := \gamma_A$, $\gamma_{A2} = \gamma_{B1} = 1 - \gamma_A$, $\gamma_{C1} = \gamma_{C2} := \gamma_C$, $\mu_1 = \mu_2 := \mu$ を得る。また、同様に、 $V_A = V_B = V_C := V$ であり、さらに $e^V := Y$ としよう。すると、各選択肢集合下における選択肢 C の選択確

率は,

$$P_{C|\{A,B,C\}} = \frac{\gamma_C^{1/\mu}}{\gamma_A^{1/\mu} + (1 - \gamma_A)^{1/\mu} + \gamma_C^{1/\mu}}, \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} P_{C|\{A,C\}} &= \frac{\gamma_C^{1/\mu}}{\gamma_A^{1/\mu} + \gamma_C^{1/\mu}} \frac{(\gamma_A^{1/\mu} + \gamma_C^{1/\mu})^\mu}{(\gamma_A^{1/\mu} + \gamma_C^{1/\mu})^\mu + ((1 - \gamma_A)^{1/\mu} + \gamma_C^{1/\mu})^\mu} \\ &\quad + \frac{\gamma_C^{1/\mu}}{(1 - \gamma_A)^{1/\mu} + \gamma_C^{1/\mu}} \frac{((1 - \gamma_A)^{1/\mu} + \gamma_C^{1/\mu})^\mu}{(\gamma_A^{1/\mu} + \gamma_C^{1/\mu})^\mu + ((1 - \gamma_A)^{1/\mu} + \gamma_C^{1/\mu})^\mu} \end{aligned} \quad (5.13)$$

と表わされる。ここで、 $0 < \mu \leq 1$ であるため,

$$P_{C|\{A,B,C\}} \leq \frac{1}{3}, \quad (5.14)$$

$$P_{C|\{A,C\}} \geq \frac{1}{3} \quad (5.15)$$

を得る。ここで、再び対称性より、弱妥協効果の大きさ δ_c は次のとおり表される:

$$\begin{aligned} \delta_c &= \frac{P_{C|\{A,B,C\}}}{P_{C|\{A,B,C\}} + (1 - \frac{1}{2}P_{C|\{A,B,C\}})} - P_{C|\{A,C\}} \\ &= \frac{P_{C|\{A,B,C\}}}{1 + \frac{1}{2}P_{C|\{A,B,C\}}} - P_{C|\{A,C\}} \\ &:= f(P_{C|\{A,B,C\}}) - P_{C|\{A,C\}}. \end{aligned} \quad (5.16)$$

ここで、 $f(P_{C|\{A,B,C\}})$ は区間 $(0, 1]$ において $P_{C|\{A,B,C\}}$ に関して単調増加であるため,

$$f(P_{C|\{A,B,C\}}) \leq \frac{2}{7} = f(1) \quad (5.17)$$

である。式(5.13), (5.17) より,

$$\delta_c \leq \frac{2}{7} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{21} < 0 \quad (5.18)$$

を得る。 □

5.2.2. 弱妥協効果の最大値

本節では、提示された GNL モデルによる弱妥協効果の最大値を示し、現実がそれを超えるかどうかを検証する。

補題 5.3 選択枝数、ネスト数ともに 3 の GNL モデルにおいて、効用関数が線形の場合、弱妥協効果の大きさ δ_c には上限 $\bar{\delta}_c$ が存在し、その大きさは、

$$\bar{\delta}_c = \frac{1}{6}. \quad (5.19)$$

証明 5.3 付録 B を参照せよ。 □

表 2: 弱妥協効果の大きさと再現可能性

Category	max δ_c	min δ_c	Our model
Camera	0.071	0.071	able
Battery	0.170	0.060	able
Calculator	0.139	0.134	able
Portable Grill	0.247	0.200	unable

Simonson and Tvesky (1992) では、表 2 に示す四つのカテゴリーで弱妥協効果の大きさを測定している。それぞれのカテゴリーで複数の選択肢集合を提示しているため、その中で最も大きいものと、小さいものを示している。値を比較すると、ポータブル・グリル以外はいずれもこのモデルを用いて表現可能であることが分かる。従って、これら表現可能なカテゴリーについては、直ちに効用最大化と矛盾する現象の生起とは決めつけられないだろう。

5.2.3. 相関係数からみた弱妥協効果の解釈

GNL モデルは複雑な選択肢間の相関関係を表現可能なモデルである。NL モデルで表現不可能であった個別の選択肢間の相関について表現可能である。この GNL モデルにおける相関関係については、数多くの研究がなされている [1, 16, 17, 24]。

GNL モデルにおける選択肢 s, t 間の相関係数 ρ_{st} は、Papola (2004) によると、近似的に次の式で表わされる²:

$$\rho_{st} = \sum_j \gamma_{sj}^{1/2} \gamma_{tj}^{1/2} (1 - \mu_j^2). \quad (5.20)$$

非類似度パラメータが小さく、同じネストに所属するアロケーション・パラメータが大きいほど相関係数が大きい。弱妥協効果は、中央（ネスト 2）の非類似度パラメータが相対的に小さく、外側への選択肢 A, B の帰属度が高いほど大きくなる。すなわち、 A, B 間の相関係数が高く、 A, C 及び B, C 間の相関係数が低い場合、弱妥協効果が生起しやすいといえる。相関係数が高いということは、一般的にはランダム効用における誤差項が大きいことを示し、比較的狭い属性空間に三つの選択肢が存在していると考えられる。このことから、比較的狭い属性空間上において、弱妥協効果は生起しやすいといえる。

5.2.4. 弱妥協効果の大きさに関する感度分析

ここでは、より一般的な状況を考え、弱妥協効果の大きさについて、GNL モデルの各パラメータによる感度分析を行なう。表 1 の数値を基本ケースと考え、ここから各パラメータの変化による感度を調べる。数あるパラメータの内、妥協効果の大きさに大きな影響を与えるパラメータは、効果の対称性から、 $\mu_1 (= \mu_3)$, $\gamma_{A2} (= \gamma_{B2})$, $V_C/V_A (= V_C/V_B)$ であることが分かっている。これらについて順に結果を示そう。

図 4 は類似度パラメータ μ_1 の変化に対する弱妥協効果の大きさを示している。 μ_1 の減少とともに、急速に弱妥協効果の大きさは小さくなる。 $\mu_2 = 0.01$ とネスト 2 内の類似度が非常に高い場合においても、 μ_1 は 0.6 を下回ると弱妥協効果が生起しなくなる。これは、 μ_1 が小さくなることにより、式 (5.20) で表わされる相関係数 ρ_{AB} が ρ_{AC}, ρ_{BC} と比較し、小さくなるためであると考えられる。

²Abbe et al. (2007), Marzano and Papola (2008) において、この近似式の厳密解からの乖離について述べられている。しかし、定性的には本式で何ら問題ない。

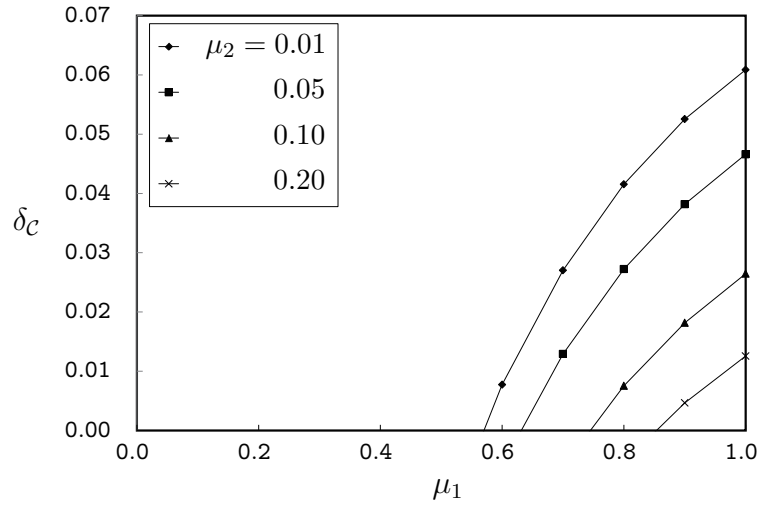


図 4: 類似度パラメータ μ_1 の変化に対する弱妥協効果の大きさ

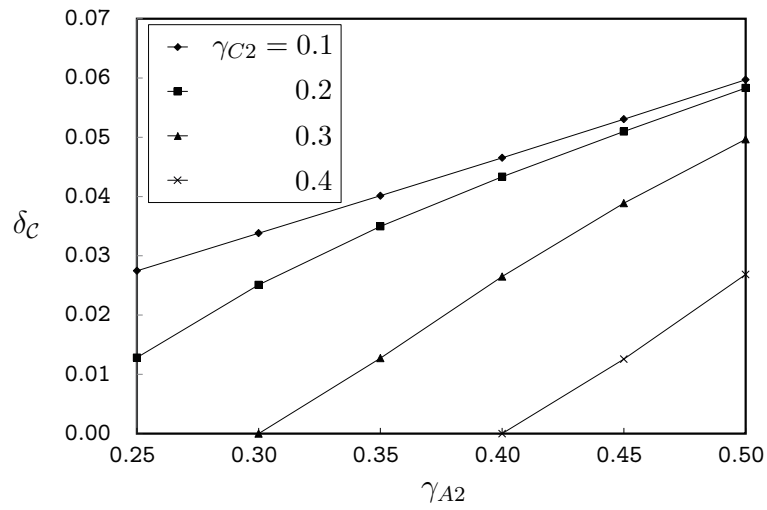


図 5: アロケーションパラメータ γ_{A2} の変化に対する弱妥協効果の大きさ

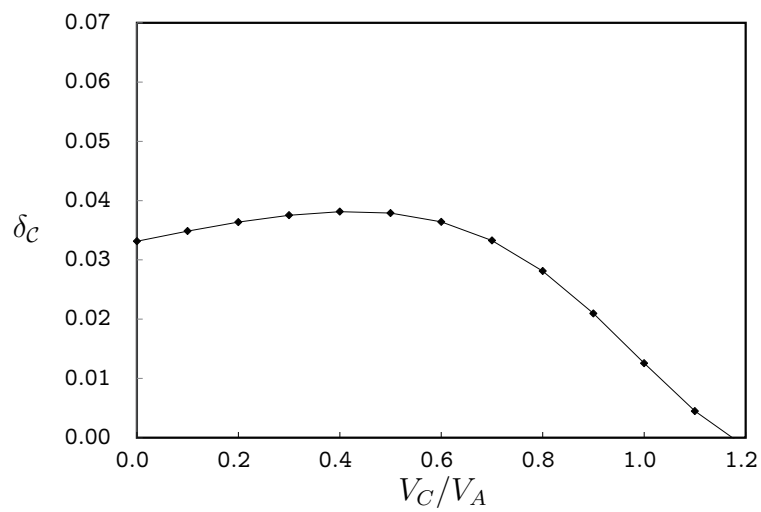


図 6: 確定的効用値の比 V_C/V_A の変化に対する弱妥協効果の大きさ

表 3: 強妥協効果の生起例パラメータ

Variable			Variable		
Attribute Value	X_{1A}	3.0	Similarity Parameter	μ_3	0.614
	X_{1B}	1.0		γ_{A1}	0.7
	X_{1C}	2.0		γ_{A2}	0.1
	X_{2A}	1.0	γ_{A3}	0.2	
	X_{2B}	3.0	Allocation Parameter	γ_{B1}	0.2
	X_{2C}	2.0		γ_{B2}	0.1
Definite Utility Parameter	α_1	1.0	γ_{B3}	0.7	
	α_2	1.0	γ_{C1}	0.1	
Similarity Parameter	μ_1	0.614	γ_{C2}	0.8	
	μ_2	0.5	γ_{C3}	0.1	

図 5 は類似度パラメータ γ_{A2} の変化に対する弱妥協効果の大きさを示している。 γ_{A2} の減少とともに、弱妥協効果の大きさは小さくなる。そして、 $\gamma_{A2} = \gamma_{C2}$ となると弱妥協効果が生起しないことが分かる。これは、 $\gamma_{A2} = \gamma_{C2}$ となると、ネスト 2 内の $\rho_{AB}, \rho_{AC}, \rho_{BC}$ の寄与度が同じとなり、ネスト 1, 3 の類似度パラメータが 1 であるため、相対的に I.I.A となるためである。ここで γ_{A2} の分析領域が狭いのは、条件 (5.6)–(5.8) を満たすような領域を対象としているからである。

図 6 は確定的効用値の比 V_C/V_A の変化に対する弱妥協効果の大きさを示している。効用値の比 V_C/V_A の増加とともに、弱妥協効果の大きさは緩やかに上昇し、0.4 を越えるあたりから急速に下降する。そして、1.2 を越えると弱妥協効果は生起しなくなる。この結果は、GNL モデルを用いているため、ネスト選択段階で同じネストに所属する他の選択肢の効用に影響を受けるためである。 V_C が V_A, V_B と比較し高くなると、 V_C に引っぱられる形でネスト 2 のログサム値が大きくなり、結果として ρ_{AB} の影響が減ることとなる。

5.3. 強妥協効果の数値例

本章では、GNL モデルにおける強妥協効果の生起について述べる。ネストの構造、選択肢数、効用関数の仮定は、弱妥協効果と同様としよう。これらの仮定のもと、表 3 に示すパラメータを用い、各条件のもとでの選択肢の選択確率を計算すると、

$$P_{A\{A,B\}} = P_{A\{A,C\}} = P_{B\{B,C\}} = 0.5, \tag{5.21}$$

$$P_{A\{A,B,C\}} = P_{B\{A,B,C\}} = 0.321, P_{C\{A,B,C\}} = 0.358 \tag{5.22}$$

となる。式 (5.21), (5.22) は式 (4.6)–(4.8) を満たしており、GNL モデルにおいて強妥協効果が生起していることがわかる。

ただし、表 3 のパラメータは式 (5.5), (5.7) を満たしていないことに注意されたい。これは、いくつかの可能性を示唆している。まず、もし GNL 及び仮定 (5.5)–(5.8) に従って消費者が意思決定を行なっているとしたら、効用関数が線形ではなく、 $V_C > V_A = V_B$ となる非線形性が存在する。もしくは、走行性能、燃費以外の属性が存在し、それにより式 (5.5), (5.7) を満たさない関係が生まれている。

表 4: 弱魅力効果の生起例パラメータ

Variable			Variable		
Attribute Value	X_{1A}	1.0	Similarity Parameter	μ_3	0.1
	X_{1B}	0.0		γ_{A1}	0.90
	X_{1D}	0.9		γ_{A2}	0.06
	X_{2A}	0.0	γ_{A3}	0.04	
	X_{2B}	1.0	γ_{B1}	0.19	
	X_{2D}	-0.1	Allocation Parameter	γ_{B2}	0.40
Definite Utility Parameter	α_1	1.0		γ_{B3}	0.41
	α_2	1.0		γ_{D1}	0.20
Similarity Parameter	μ_1	0.7	γ_{D2}	0.41	
	μ_2	0.2	γ_{D3}	0.39	

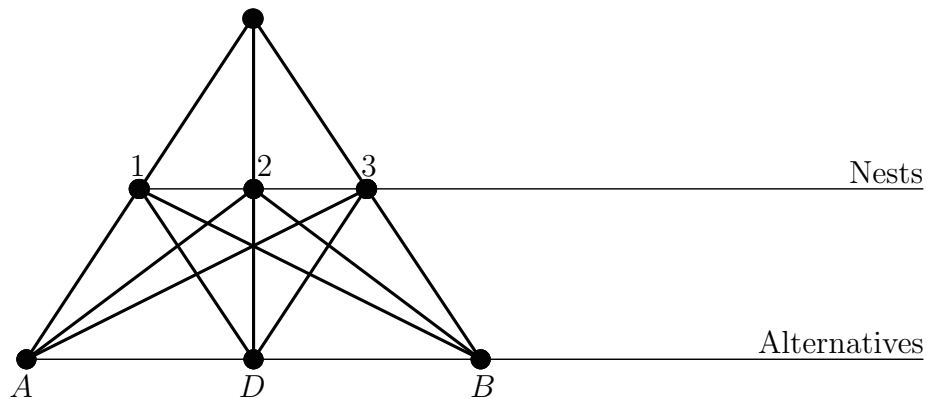


図 7: 弱魅力効果が生起する GNL モデルの構造

6. 魅力効果

6.1. 弱魅力効果の数値例

魅力効果についても妥協効果と同様に数値例を用いて生起することを示そう。対象商品を妥協効果と同様に乗用車とし、属性についても走行性能と燃費の二つとする。そして、消費者の効用関数の確定項 V も式 (5.1) に示すものと同様とする。そして、GNL モデルのネスト数 N_j を 3 とし、それぞれに全ての選択肢 A, B, D がネスティングされるものとする。具体的な構造を図 7 に示す。

以上の仮定のもと、表 4 に示すパラメータを用い、選択肢 D の追加前後の選択確率を計算すると、

$$P_{A|\{A,B\}} = 0.508, P_{B|\{A,B\}} = 0.492, \quad (6.1)$$

$$P_{A|\{A,B,D\}} = 0.409, P_{B|\{A,B,D\}} = 0.392, P_{D|\{A,B,D\}} = 0.198 \quad (6.2)$$

となる。式 (6.1), (6.2) は式 (4.14) を満たしており、GNL モデルにおいて魅力効果が生起していることがわかる。また、表 4 に示すパラメータは、(5.6)–(5.8) と同様の仮定を満たしている。

弱魅力効果が生起するこの GNL モデルの構造について、弱妥協効果と同様に意味解釈をすることは難しい。これは、弱妥協効果と異なり、類似度という尺度だけではなく、効用値

の優劣関係を加えないと、その効果を定義できないためである。表 4 に示すパラメータは、弱妥協効果に類似した、次の条件を満たしている：

$$V_A = V_B > V_C, \quad (6.3)$$

$$\gamma_{A1} > \gamma_{D1} > \gamma_{B1}, \quad \gamma_{B3} > \gamma_{D3} > \gamma_{A3}, \quad (6.4)$$

$$\gamma_{A1} > \gamma_{A2} > \gamma_{A3}, \quad \gamma_{B3} > \gamma_{B2} > \gamma_{B1}, \quad (6.5)$$

$$\gamma_{D2} > \gamma_{D1}, \quad \gamma_{D2} > \gamma_{D3}. \quad (6.6)$$

これらの条件について、個々に意味解釈を行なうことは可能であるが、これらが弱魅力効果の定義に沿うものかという点については、議論の余地があるだろう。特に、類似性効果との違いについて考える必要がある。ここでは類似度パラメータ、アロケーション・パラメータに一応の制約 (6.3)–(6.6) を設けているが、これらのパラメータがどういう意味を持つのかという点で、意味解釈が異なるであろう。特に、類似度パラメータについて、これが類似度を表わしていると解釈するのか、Roederkerk et al. (2011) のように単に心理的な効果を表わすダミー変数パラメータと捉えるのかということである。

さて、弱魅力効果は NL モデルで表現できるだろうか。NL モデルでは一般的に、属性が近い選択肢を同じネストに配置する。

補題 6.1 NL モデルにおいてネスティング時にオーバーラップを許さず、属性によるネスティングを行なった場合、弱魅力効果を表現することはできない。

証明 6.1 条件を満たす NL モデルの構造は図 8 のみとなる。このとき、 A と B は違うネストに属し、I.I.A を満たすため、

$$\delta_A := \frac{P_{A|\{A,B,D\}}}{P_{A|\{A,B,D\}} + P_{B|\{A,B,D\}}} - P_{A|\{A,B\}} \leq 0 \quad (6.7)$$

となる。式 (6.7) は (4.14) を満たさないため、弱魅力効果は生起しない。□

弱魅力効果についても、弱妥協効果と同様に、GNL モデルを用いて表現可能な上限が存在する。

補題 6.2 選択肢数、ネスト数ともに 3 の GNL モデルにおいて、効用関数が線形の場合、弱魅力効果の大きさ δ_A には上限が存在し、その大きさは、

$$\bar{\delta}_A = 0.7414 \quad (6.8)$$

となる。ここで、 $\bar{\delta}_A$ は弱魅力効果の最大値を表わす。ただし、この最大値は、式 (6.3)–(6.6) の仮定のもとでの値である。

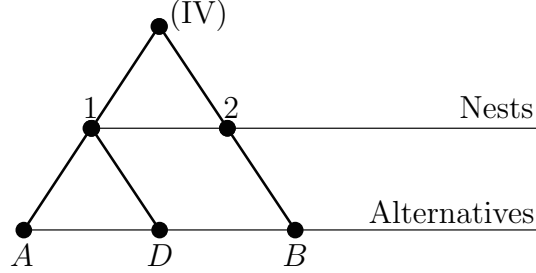
証明 6.2 弱妥協効果の場合の証明とほぼ同様であるため、省略。□

Ratneshwar et al. (1987) [26] では、表 5 に示す二つのカテゴリーで、選択肢 A, B をそれぞれターゲットとして設定し、条件を変え、それぞれ魅力効果の大きさを示している³。それぞれについて、表現可能か、不可能かを表 5 に示す。ここでは、全ての場合において、GNL モデルにおいて表現可能であることが判る。従って、魅力効果についても、直ちに効用最大化と矛盾する現象とは決めつけられないだろう。

³正確には強魅力効果についてである。ただし、Huber et al. (1982) と異なり、全ての選択肢の選択確率が示されているため、弱魅力効果の大きさについても計算可能である。

表 5: 弱魅力効果の大きさと再現可能性

Category	$\max \delta_A$	$\min \delta_A$	Our model
TV sets (Original)	0.389	0.052	possible
TV sets (Elaborated)	0.245	-0.068	possible
Orange Juice (Original)	0.367	0.129	possible
Orange Juice (Elaborated)	0.182	-0.086	possible

図 8: NL モデルによる選択肢 $\{A, B, D\}$ のネスティング

6.2. 強魅力効果と GNL モデル

強魅力効果は、強妥協効果とは異なり、GNL モデルを用いて表現することはできない。これは、GNL モデルが RUM モデルの一種であり、Regularity を犯していないことから自明である。

補題 6.3 GNL モデルにおいて強魅力効果を表現することはできない。

証明 6.3 選択肢集合 N の部分集合 $N' \subset N$ を考えよう。各々の集合のもとでの任意の選択肢 $k \in N'$ の選択確率の差 δ は、

$$\begin{aligned} \Delta = & \sum_j \left(\frac{\left(\sum_{k' \in N_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j}}{\sum_j \left(\sum_{k' \in N_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j}} \frac{(\gamma_{kj} e^{V_k})^{1/\mu_j}}{\sum_{k' \in N_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j}} \right) \\ & - \sum_j \left(\frac{\left(\sum_{k' \in N'_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j}}{\sum_j \left(\sum_{k' \in N'_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j}} \frac{(\gamma_{kj} e^{V_k})^{1/\mu_j}}{\sum_{k' \in N'_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j}} \right) \end{aligned} \quad (6.9)$$

となる。ここで、 N'_j は部分集合 $N' \subset N$ のもとでのネスト j に属する選択肢集合を表わす。このとき、式 (6.9) の各項の関係は、

$$\frac{(\gamma_{kj} e^{V_k})^{1/\mu_j}}{\sum_{k' \in N_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j}} \leq \frac{(\gamma_{kj} e^{V_k})^{1/\mu_j}}{\sum_{k' \in N'_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j}}, \quad (6.10)$$

$$\frac{\left(\sum_{k' \in N_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j}\right)^{\mu_j}}{\sum_j \left(\sum_{k' \in N_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j}\right)^{\mu_j}} < \frac{\left(\sum_{k' \in N'_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j}\right)^{\mu_j}}{\sum_j \left(\sum_{k' \in N'_j} (\gamma_{k'j} e^{V_{k'}})^{1/\mu_j}\right)^{\mu_j}} \quad (6.11)$$

である。従って、 $\Delta < 0$ であり、GNL モデルは Regularity を満たす。つまり、強魅力効果を表現することはできない。□

7. 議論

ここでは、GNL モデルを用いた心理的効果の表現が何故可能となったのかについて議論しよう。前章までで三つのネストを持つ GNL モデルを用いて、妥協効果、魅力効果、類似性効果を全て表現できることが示された。これは、NL モデルをはじめとする離散選択モデルでは成し得なかった結果である。それについて議論することは非常に有意義であろう。

この答えは、単に、全ての心理的効果による歪みを観測不可能とされる効用である確率的効用内の同時分布で表現している点にある。つまり、心理的効果に関する効用は、観測者にとって観測不可能であると仮定し、その観測不可能な各選択肢の効用間に相関が存在していることとなる。これに対し、Kiverz et al., Rooderkerk et al. に代表される相対的効用モデルは、心理的効果による歪みを確定的効用にダミー変数等の形で取り組み説明している。相対的効用モデルで説明を行なうことは、その効果を確定的に取り込むことが可能である一方、違う環境、つまり異なる選択肢集合が提示されている状況間を比較するということが難しい。なぜなら、相対的な基準が選択肢集合により異なってしまうからである。例えば、新たな選択肢を加えたことにより、元々からある選択肢の確定的効用は変化してしまう。各々の選択肢集合の元では、効用最大化からの乖離はみられないが、それぞれ別の基準で効用を推定していることとなる。一方 GNL モデルは、効用の基準となる価格等の相当する説明変数を加えてさえいけば、絶対的効用モデルとなり、新たな選択肢を加えたことにより、元々からある選択肢の確定的効用は変化しない。これは、消費者余剰や、さらなる階層によるネスティングを考える際に重要となるだろう。

また別の見方をすれば、Kiverz et al., Rooderkerk et al. は心理的効果がある条件で発生すると仮定し、それにダミーを設定し、その変数を推定しているとも考えることができる。これと同様の研究として、Casseta et al. (1996) [6] が挙げられる。ここでは、類似した選択肢についてコモナリティー・ファクターという確定的効用項を設定し、これを減ずることにより類似性効果を表現している。しかし、この研究に対しては、羽藤 (2002) [10] で「アドホック」であるとの指摘がなされている。筆者らは、誤差項との多重共線性や、余剰の計算が難しく、選択肢集合が異なる際に比較する際の基準が存在しない相対的効用モデルで効果を表現することに、理論的な意味を見いだせないと考えている。ただし、効果の大きさを測定するという意味においては、GNL モデルによる表現には限界がある。特に Rooderkerk et al. では測定できる効果の大きさに限界がないのに対し、GNL モデルでは、弱妥協効果、弱魅力効果ともに限界があることが、補題 5.3, 6.2 により示されている。また、補題 6.3, より、強魅力効果は GNL モデルを用いて表現することはできない。

8. おわりに

本研究では、まず数理的に曖昧さや混同のある心理的效果について、数式を用いた定義を行った。まず、複数の定義がある妥協効果について、二つの定義、弱妥協効果、強妥協効果を定義し、強妥協効果は弱妥協効果に内包されることを示した。同様に魅力効果について、二つの定義、弱魅力効果、強魅力効果を定義し、強魅力効果は弱魅力効果に内包されることを示した。

次に効用最大化行動と矛盾するとされ、NL モデルでは表現することが不可能であったこれらの効果について、効用最大化と整合的なランダム効用モデルである GNL モデルにおいて生起することを示した。妥協効果については、弱妥協効果、強妥協効果双方が同じネスティング構造を持つ GNL モデルで表現可能であることが分かった。また、このうち弱妥協効果については、GNL モデルにおいて表現可能な大きさの範囲を示し、実際の実験結果と比較することにより、おおよそ実測に用いることができることが可能となった。特にこの効果の生起については、擬似的な選択肢間の相関係数により解釈することができ、そのためにネストが三つ必要であることが分かった。魅力効果については、弱魅力効果についてのみ、妥協効果と同じ構造を持つ GNL モデルで表現可能であることが分かった。ただし、この表現可能な構造の意味解釈は、類似性効果との兼ね合いから議論の余地があるだろう。

GNL モデルは NL モデルを内包するため、GNL モデルでは、同じネスティング構造で、類似性効果、妥協効果、魅力効果全ての心理的效果を表現可能である。このことから、規範的なモデルといえる GNL モデルが、心理的效果を全て表現できるという記述的側面からも、妥当であるということがいえるだろう。GNL モデルは非集計モデルであり、対数尤度最大化により、容易に実際の POS データからパラメータ推定が可能である。この事実は、ほとんど従来不可能であった実際の購買データからの心理的效果の測定が技術的に可能になったことを意味する。従来研究の結果はそのほとんどがアンケートによるものであり、過度に抽象化された環境のもとでの結果であると筆者らは考えている。

今後の課題としては、今回取り上げることがなかった、幻効果等のその他の心理的效果の効用最大化と整合的な表現、非集計モデルにおける表現が挙げられる。また、今回開発した非集計的な側面を活用した、POS データ上での実際のマイクロなマーケット・データからの心理的效果の検証も必要となるだろう。これらは別の機会に報告したい。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 23730415, 25870821 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] E. Abbe, M. Bierlaire, and T. Toledo: Normalization and correlation of cross-nested logit models. *Transportation Research Part B*, **41-7** (2006), 795–808.
- [2] M. Ben-Akiva: Structure of passenger travel demand models. *Ph.D. Thesis*, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology (1973).
- [3] S. Benarzi and R.H. Thaler: How much is investor autonomy worth? *Journal of Finance*, **57-4** (2002), 1593–1616.
- [4] T.F. Bresnahan, S. Stern, and M. Trajtenberg: Market segmentation and the sources

- of rents from innovation: personal computers in the late 1980s. *RAND Journal of Economics*, **28-0** (1997), S17–S44.
- [5] J.R. Busemeyer, R. Barkan, S. Mehta, and A. Chaturvedi: Context effects and models of preferential choice: implications for consumer behavior.
- [6] E. Cascetta, A. Nuzzolo, F. Russo, and A. Vitetta: A modified logit route choice model overcoming path overlapping problems. specification and some calibration results for inter-urban networks. *Proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory* (1996), 697–711.
- [7] R. Dhar and I. Simonson: The effect of forced choice on choice. *Journal of Marketing Research*, **40-2** (2003), 146–160.
- [8] I. Gilboa: *Theory of Decision under Uncertainty* (Cambridge University Press, Cambridge, 2009).
- [9] M.R. Hagerty: Individual choice models in marketing. In J. N. Sheth (ed.): *Research in Marketing*, **6** (JAI Press, England, 1983), 99–130.
- [10] 羽藤英二: ネットワーク上の交通行動. 土木計画学研究・論文集, **19-1** (2002), 13–27.
- [11] J. Huber, J.W. Payne, and C. Puto: Adding asymmetrically dominated alternatives: violations of regularity and the similarity hypothesis. *Journal of Consumer Research*, **9-1** (1982), 90–98.
- [12] J. Huber and C. Puto: Market boundaries and product choice: illustrating attraction and substitution effects. *Journal of Consumer Research*, **10-1** (1983), 31–44.
- [13] U. Khan, M. Zhu and A. Kalra: When trade-offs matter: choice contractual on context effects. *Journal of Marketing Research*, **48-1** (2011), 62–71.
- [14] R. Kivetz, O. Netzer and V. Srinivasan: Alternative models for capturing the compromise effect. *Journal of Marketing Research*, **41-3** (2004a), 237–257.
- [15] R. Kivetz, O. Netzer and V. Srinivasan: Extending compromise effect models to complex buying situations and other context effects. *Journal of Marketing Research*, **41-3** (2004b), 262–268.
- [16] F.S. Koppelman and V. Sethi: Incorporating variance and covariance heterogeneity in the generalized nested logit model: an application to modeling long distance travel choice behavior. *Transportation Research Part B*, **39-9** (2005), 825–853.
- [17] V. Marzano and A. Papola: On the covariance structure of the cross-nested logit model. *Transportation Research Part B*, **42-2** (2006), 83–98.
- [18] C.F. Manski: The structure of random utility models. *Theory and Decision*, **8-3** (1978), 229–254.
- [19] C.F. Manski and D. McFadden: *Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications* (MIT Press, Cambridge, 1981).
- [20] D. McFadden: Modeling the choice of residential location. In A. Karlqvist, A. Lundqvist, F. Snickars and J. Weibull (eds.): *Spatial Interaction Theory and Planning Models* (North-Holland, Amsterdam, 1978), 75–96.
- [21] D. McFadden: Econometric analysis of qualitative response models. In Z. Griliches

- and M. Intriligator (eds.): *Handbook of Econometrics*, **2** (North-Holland, Amsterdam, 1983), 1396–1457.
- [22] N. Novemsky, R. Dhar, N. Schwarz, and I. Simonson: Preference fluency in choice. *Journal of Marketing Research*, **47-3** (2007), 347–356.
- [23] T. Otter, J. Johnson, J. Rieskamp, G.M. Allenby, J.D. Brazell, A. Diederich, J.W. Hutchinson, S. MacEachern, S. Ruan, and J. Townsend: Sequential sampling models of choice: some recent advances. *Marketing Letters*, **19-3,4** (2008), 255–267.
- [24] A. Papola: Some developments on the cross-nested logit model. *Transportation Research Part B*, **38-9** (2004), 833–851.
- [25] J.N. Prashker and S. Bekhor: Investigation of stochastic network loading procedures. *Transportation Research Record*, **1645** (1998), 94–102.
- [26] S. Ratneshwar, A.D. Shocker, and D.W. Stewart: Toward understanding the attraction effect: the implications of product stimulus. *Journal of Consumer Research*, **13-4** (1987), 520–533.
- [27] J. Rieskamp, J.R. Busemeyer, and B.A. Mellers: Association extending the bounds of rationality: evidence and theories of preferential choice. *Journal of Economic Literature*, **48-3** (2006), 631–661.
- [28] R.M. Roe, J.R. Busemeyer, and J.T. Townsend: Multialternative decision field theory: a dynamic connectionist model of decision making. *Psychological Review*, **108-2** (2001), 370–392.
- [29] R.P. Rooderkerk, H.J. Van Heerde, and T.H.A. Bijmolt: Incorporating context effects into a choice model. *Journal of Marketing Research*, **48-4** (2011), 767–780.
- [30] I. Simonson: Choice based on reasons: the case of attraction and compromise effects. *Journal of Consumer Research*, **16-2** (1989), 158–174.
- [31] I. Simonson and A. Tversky: Choice in context: tradeoff contrast and extremeness aversion. *Journal of Marketing Research*, **29-3** (1992), 281–295.
- [32] K. Takahashi: Multi-attribute choice model: an application of the generalized nested logit model at the stock-keeping unit level. In B. Hu, K. Morasch, M. Siegle and S. Pickl (eds.): *Operations Research Proceedings 2010* (Springer-Verlag, Berlin, 2011), 617–622.
- [33] K.E. Train: *Discrete Choice Methods with Simulation Second Edition*. (Cambridge University Press, Cambridge, 2009).
- [34] A. Tversky: Choice by elimination. *Journal of Mathematical Psychology*, **9-4** (1972), 341–367.
- [35] A. Tversky and I. Simonson: Context-dependent preferences. *Management Science*, **39-10** (1992), 1179–1189.
- [36] C. Wen and F.S. Koppelman: The generalized nested logit model. *Transportation Research Part B*, **35-7** (2001), 627–641.
- [37] B. Wernerfelt: A rational reconstruction of the compromise effect: using market data to infer utilities. *Journal of Consumer Research*, **21-4** (1995), 627–633.
- [38] P. Vovsha: Application of cross-nested logit model to model choice in Tel Aviv, Israel, metropolitan area. *Transportation Research Record*, **1607** (1997), 6–15.

表 6: 弱妥協効果が最大となるパラメータ

Variable		Variable			
Allocation Parameter	γ_1	0.5	Similarity Parameter	μ	0_+^4
	γ_2	0.0		μ_2	不定 ⁵
	γ_C	1.0			

- [39] P. Vovsha and S. Bekhor: The link-nested logit model of route choice: overcoming the route overlapping problem. *Transportation Research Record*, **1645** (1998), 133–142.
- [40] J. Zhang, H. Timmermans, A. Borgers, and D. Wang: Modeling traveler choice behavior using the concepts of relative utility and relative interest. *Transportation Research Part B*, **38-3** (2004) 215–234.

A. Roe et al. (2001) における妥協効果の定義

Roe et al. (2001) では、式 (4.6) を次の条件のみで妥協効果を定義している:

$$P_{A|\{A,B\}} = P_{A|\{A,C\}} = P_{B|\{B,C\}} := \hat{P}. \quad (\text{A.1})$$

しかし、この定義では、 $\hat{P} = 0.3 < 0.5$ のような場合も許容する。このような場合について式 (4.7), (4.8) と併せて考えると、単に選択枝 C が他の選択枝 A, B と比較し魅力的であることを述べている。つまり、提示された選択枝集合とは何ら関係がなく、もはや妥協効果とは呼べない。そのため、本研究では、強妥協効果の定義として Roe et al. の定義を用いない。

B. 最大化の一階条件

証明 5.2 と同様に効用関数の仮定及び弱妥協効果の選択枝 A, B に関する対称性より、 $\exp V_A = \exp V_B = \exp V_C := Y$ を得る。すると、弱妥協効果の大きさは、

$$\begin{aligned} \delta_C = & \frac{\sum_{j=1}^3 \left(\left(\sum_{k' \in j} \gamma_{k'j} Y \right)^{\mu_j - 1} (\gamma_{Cj} Y)^{1/\mu_j} \right)}{\sum_{j=1}^3 \left(\left(\sum_{k' \in j} \gamma_{k'j} Y \right)^{\mu_j - 1} (\gamma_{Cj} Y)^{1/\mu_j} + \left(\sum_{k' \in j} \gamma_{k'j} Y \right)^{\mu_j - 1} (\gamma_{Cj} Y)^{1/\mu_j} \right)} \\ & - \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\left(\sum_{k' \in j} (\gamma_{k'j} Y)^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j} (\gamma_{Cj} Y)^{1/\mu_j}}{\sum_{j=1}^3 \left(\sum_{k' \in j} (\gamma_{k'j} Y)^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j} \sum_{k' \in j} (\gamma_{k'j} Y)^{1/\mu_j}} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

となる。ここで対称性より、

$$\gamma_{A1} = \gamma_{B3} := \gamma_1, \quad \gamma_{A2} = \gamma_{B2} := \gamma_2, \quad (\text{B.2})$$

⁴0 ではない、0 に最も近い正の実数を表わす。

⁵今回は $\gamma_2 = 0.0$, $\gamma_C = 1.0$ であるため、ネスト 2 に所属する選択枝が C のみであり、不定となる。

$$\gamma_{A3} = \gamma_{B1} := \gamma_3 = 1 - \gamma_1 - \gamma_2, \quad (\text{B.3})$$

$$\gamma_{C1} = \gamma_{C3} := \gamma_C, \quad \gamma_{C2} = 1 - 2\gamma_C, \quad (\text{B.4})$$

$$\mu_1 = \mu_3 := \mu \quad (\text{B.5})$$

とする。さらに、制約条件 (3.4)–(3.5) を考慮したラグランジアン \mathcal{L} を次のようにたてる:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_C, \mu, \mu_2, \lambda_{j1}, \lambda_{j2}, \lambda_{kj}) &:= \delta_C(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_C, \mu, \mu_2) \\ &- \sum_{j=1}^3 \lambda_{j1} \mu_j - \sum_{j=1}^3 \lambda_{j2} (\mu_j - 1) - \sum_{j=1}^3 \sum_{k' \in j} \lambda_{k'j} \gamma_{k'j} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

ここで、 λ_{j1} , λ_{j2} , λ_{kj} はそれぞれ制約条件 (3.4) の下限, 上限, (3.5) に対応するラグランジェ乗数である。なお、式 (3.6) については考慮済であるため含めない。また、GEV モデルの定義より、絶対的な確定的効用の値は選択確率に影響を及ぼさないため、 Y は変数とならない。式 (B.6) の KKT 条件より、最大値 $\bar{\delta}_C$ を求める。すると、表 6 に示すパラメータのとき、最大値が次のように求まる:

$$\bar{\delta}_C = \frac{1}{6}. \quad (\text{B.7})$$

高橋啓

統計数理研究所

統計思考院

〒190-8562 東京都立川市緑町 10-3

E-mail: k-taka@ism.ac.jp

ABSTRACT

EXPLAINING PSYCHOLOGICAL EFFECTS IN INCONSISTENT WITH
UTILITY MAXIMIZATION VIA THE GEV MODEL

Kei Takahashi

Takahiro Ohno

The Institute of Statistical Mathematics *Waseda University*

This paper shows the explanations of the compromise and attraction effects that are inconsistent with utility maximization via the Generalized Nested Logit (GNL) model that is one of the Generalized Extreme Value (GEV) Family. First, we provide redefinition of the compromise effect confused in Simonson (1989), Simonson and Tversky (1992) and Roe et al. (2001), and the attraction effect defined differently by Huber et al. (1982) and Rooderkerk et al. (2011). This paper provides definitions of these two effects based on relative and absolute probabilities. We also give proofs that definitions based on relative probability definitions connote definitions based on absolute probability definitions. Then, this paper shows the possibility of explanation of these effects via the GNL model through numerical examples and interpretations of these results. In the compromise effect, this paper discloses that 1) the compromise effect based on both relative and absolute probabilities definitions can be explained via the GNL model, and 2) the possible strength of the compromise effect via the GNL model has its limitation but is enough compared with existing research. In the attraction effect, this paper reveals that 3) the attraction effect based on only relative probability definition can be explained via the GNL model, and 4) the possible strength of the attraction effect via the GNL model has its limitation but is enough compared with existing research.