

安全な宇宙環境のために—3次元経路設定問題

小宮 享
防衛大学校

森 雅夫
慶應義塾大学

(受理 2001 年 5 月 15 日 ; 再受理 2001 年 12 月 19 日)

和文概要 今日までの 40 年以上にわたる宇宙開発の結果、私たちは、大小様々な人工物を大気圏のすぐ外側の宇宙空間に放出し、蓄積してきた。これらの物体は長期間宇宙空間を漂流し、互いに衝突したり、爆発する可能性がある。さらに、空気抵抗による減速がほとんどないため、投入時の高速度を維持して飛行し、現在及び将来の宇宙開発の際の安全上の障害となることが認識されている。こうした漂流物に対し、発見・捕捉・観測などの対応をとるための宇宙空間を飛行する航空機は現在研究・開発中であるが、本論文では、こうした航空機の効率的な運用をめざした 3 次元空間での経路設定方法を提案する。経路設定に際しては、海上での監視基準路設定の考え方を利用した。数値実験を行った結果、海上での場合と同様に漂流物に近接する経路が構築され、漂流物に対応する際の航空機の効率的な経路構築の可能性が示唆された。

1. これまでの宇宙開発による汚染と現段階での対応

1957 年に世界初の人工衛星が打ち上げられて以降、私たちは宇宙空間の開発を急速に進めてきた。小動物や人間を搭載した衛星の開発、月への有人飛行や太陽系内の惑星への観測飛行、さらには、周回軌道上へのシャトル機運行や長期滞在が可能な基地の建築といった段階にまで発展してきた。現在では、毎年 100 基以上ものロケットが打ち上げられる状況にまでなっている。

こうした輝かしい成果の一方で、ロケットが空に打ち上がったまま降りてこなくなった瞬間から地球からごく近い宇宙空間で新たな環境問題が持ち上がり、最近になってその重大性が認識されるようになってきた。宇宙のゴミ、いわゆるスペースデブリ問題である [2], [8]。

宇宙空間に放出された物体は、比較的低い軌道を飛行するものは、短期間の内に地球の引力に捉えられ、固体のまま落下したり、気体分子との衝突による摩擦熱で燃え尽きる。一方、高い軌道を飛行する物体は、なかなか地上に落下してこない。地球の引力圏内に引き込まれるまでの時間は、物体が飛行する高度や地球に対する相対速度により異なるが、高度 200km の円軌道を飛行する物体で数日、高度 2000km にもなると 20000 年以上もその軌道に位置し続けることになる。さらに、気象衛星や通信衛星が飛行する赤道上空 36000km の静止軌道では、実に 100 万年以上も軌道上に位置し続けてしまう。こうした軌道上に存在する衛星のうちの 95% 以上は運用期間の終了や故障等により機能を果たしておらず、わずかに 5% 程度のみが活動しているに過ぎない。

スペースデブリは、これらの機能しなくなった衛星の他、ロケットの燃焼物からビスや塗料のかけらに至るまで大小様々な大きさの物体が含まれる。2001 年 3 月に地球に落下させたロシアの宇宙ステーション「ミール」も巨大なスペースデブリであった。これらはいずれも自律不能であり、高速度で飛行している (数 km/秒 ~ 数十 km/秒 ; 相対速度) ため、互いに衝突した場合には、衝突の瞬間に火薬等の爆発と同じ現象が生じ、小さなデブリは瞬間的

に気化し、大きなデブリはさらに小さな破片へと分裂してしまう。スペースデブリは宇宙開発とともに増大する宿命を抱えており、2010年頃までには地上から300～1000km程度の低中位軌道でデブリ密度が増大し、人工の小惑星帯が形成されることが確実視されている。

このようなスペースデブリの存在が、現在も含めた近未来に宇宙空間と地球とを往来する際の障害となることは、シャトル機の窓の損傷や小型衛星との衝突から、現実的にも認識されるようになってきている。光学的な観測データより、スペースシャトルが10cm以上の物体に衝突する確率は、現在は $1/10^6$ 程度であるが、1cm程度以下の物体により損傷する確率は $1/3000$ であり、デブリがこれからも増加し続けるならば、次世代には $1/10$ 程度までに増大すると見込まれている [8]。

こうした現前するスペースデブリ問題に対し、安全で実りある宇宙開発を今後も実施し続けていくために、1992年に国際宇宙航空アカデミーによりデブリ抑制のための方策が3分類されてまとめられた。現時点でも費用を要さないで実現できる [カテゴリー1] に含まれる方策には、意図的なデブリの爆破や衝突の禁止等が含まれている。現時点での技術開発は不要であるが、ハード・ソフト面での変更を要する方策は、[カテゴリー2]としてまとめられ、その中には、現在計画中や将来のロケット・使用済み衛星のうち、任務を終え、目的の期間が経過したものは、運用していた軌道から離脱させること等が記されている。さらに、今後の技術開発を要する [カテゴリー3] の方策では、SF的な考え方ではあるが、レーザ光線を照射しデブリの運動を変化させてより低軌道へ撃ち落としたり、より小さな破片にすることが検討されている。また、大きな布団や掃除機のような軌道上回収機で回収する方法等も検討されている。

[カテゴリー3]の方策を実現するためには、漂流するデブリに次々と軌道を合わせ相対速度を小さくして回収(あるいは撃墜)する衛星が必要であり、そのための宇宙空間を飛行する航空機は、現在、研究開発段階にあり、2004年度をめどに軌道上観測機の打ち上げが予定されている [5]。しかし、その運用に関する具体的な方針については、現在まで明確なものは存在しない。

浮遊するデブリに接近する場合、デブリに対しどのような対応(回収、撃墜あるいは、単なるデブリ素材の確認作業を行う等)をとるにせよ、小破片のさらなる増加を防ぐため、また作業効率からも、比較的大きなデブリから作業が進められることが予想される。

10cm程度以上のデブリは、米国宇宙司令部を中心とする観測網により、常時その位置や速度等が把握されているが、様々な要素による摂動が加わっているため、対応時のデブリ位置は、把握された位置を中心とした密度場的な捉え方をするのが都合がよいと考えられる。また、接近する航空機は、安全上無人で運用され、光学機器や赤外線センサ、レーダ等の手段によりデブリの正確な位置を把握し、その後、対応をとることになるので何らかのセンサによる発見事象が、まず、対応時の重要な要素となると思われる。

以上よりデブリに対応するための航空機の運用を考えると、デブリの位置情報とデブリを発見する状況は、海上での監視経路を設定する状況 [3], [4] とほぼ同様であると見なせることから、本論文では海上での監視経路を設定する際の方考え方を3次元に拡張し、デブリ発見のための効率的な経路構築を目指すとともに、デブリ回収の際の1つの運用指針を提案することを目的とする。

本論文は、以下の順序で構成される。2節では、2次元での監視経路設定方法について概説し、3次元に拡張した際の定式化について示す。3節では、3次元基準経路を構築する際に局所最適化手法として準Newton法を利用することから、目的関数値・偏導関数値の

計算方法について説明する。4節では、モデル例により [3], [4] の経路設定の考え方により 3次元経路が実際に局所最適化される様子を示す。

2. 海上での監視経路設定の考え方と3次元に拡張する際の前提事項

日本周辺海域では、航行する船舶の航路保全や不審船舶の早期発見・対処を目的とした航空機による海上監視活動が実施されている。監視飛行は、連続する線分で構成される経路に沿って飛行しつつ、順次発見する船舶に接近し識別するという手順で実施される。この際、効率的な監視を実施するための飛行経路の構築方法が小宮らによって提案・検討されている [3], [4]。これらの方法では、前提として、海上(2次元平面)に存在する船舶密度を既知情報と仮定する。また、航空機が搭載する搜索機器により航空機から一定の距離内での船舶の発見確率も距離の関数として既知とする。これらの船舶密度と発見確率との積により各線分経路ごとの期待発見船舶数を求め、連続する線分の各端点位置を局所的な期待発見船舶数が増大するように移動させることで、監視飛行の効率化を目指し、船舶位置に沿うような経路が得られている。宇宙空間を飛行する航空機を運用する際のスペースデブリの発見状況も、上述のように2次元の場合と同様と見なせ、航空機の1飛行あたり、あるいは1運用期間あたりに遭遇するスペースデブリ数が大きいほど運用効率が上がると考えられることから、2次元の場合と同様に目的関数は、1飛行(運用期間)あたりに発見するデブリ数の期待値と考える。このとき、デブリに対する対応の仕方によっては、回収作業に時間を要したり、撃墜や観測するための手続きの時間が必要になるが、以下では、議論の簡素化のために、そうした時間を考慮しない。

また、こうした航空機は開発途上にあるため未知の部分も多く、運行上の制約としては、搭載燃料制約や回収デブリを搭載する容量の制約なども考えられるが、現時点では考慮しない。ただし、地表からの高度差が大きな軌道間での軌道変更を多数回繰り返すと、燃料の消耗や運行効率の低下につながると思われるので、できるだけ軌道を変更しないでデブリに対応すると仮定した。このような前提下では、ある特定の軌道付近を漂流するデブリは、ほぼ同一速度で移動しており、こうしたある程度安定しているデブリの流れに対し、航空機を運行させると仮定した。

宇宙空間を飛行する航空機が搭載する搜索センサは、監視飛行での航空機と同様な搜索センサが採用されると考えられ、これらの搜索手段により進行方向に向かって等方的にスキャンしていると仮定する。

3. 3次元基準経路設定問題の定式化と目的関数値・偏導関数値の表現

3次元基準経路設定問題では、次元の増加により z 変数が増えた以外は2次元の監視経路設定問題の場合と同様であり、解法も [3],[4] 同様の局所最適化手法(準Newton法)を採用する。

ただし、3次元空間に広がったため、発見確率やデブリ密度の表現が従来とは異なる。周回軌道を漂流するデブリを進行方向に対し航空機が等方的に搜索している仮定から、発見事象は、2次元の場合のように経路の両側に広がった搜索センサレンジ内の長方形領域で生起するのではなく、進行していく線分経路を軸として広がった、3次元搜索センサの搜索限界が描く半径一定の円筒状領域内で生起し、連続するこれら領域内で目的関数値・偏導関数値を求める必要がある。本来ならば航空機が飛行する楕円軌道に沿った弧の一部分を軸とする円筒状領域でこれらの計算を実施しなければならないが、連続する線分経路で近似した。

基本的な定式化を以下に示す。

対象とする3次元空間に座標 (x, y, z) を設定する。このとき、周回軌道付近に連続する線分で構成される航空機の軌道を適当に設定する。このとき部分経路の連続する2点 $X_i = (x_i, y_i, z_i)$, $X_{i+1} = (x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ ($i = 1, \dots, n$; 閉じた経路ゆえ $X_{n+1} = X_1$ とする。) を端点とする線分(経路)と、空間内の点 (x, y, z) との距離を l とする。このとき、目的関数値・偏導関数値を計算する領域 V_i は、線分 $X_i X_{i+1}$ を中心軸とする半径 R の円柱状領域である。

漂流する個々のデブリは、密度中心 $(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j)$ を中心として、位置誤差 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ で揺らいでいる3次元正規密度関数として表現されると仮定する。このとき、2次元の場合と同様に計算の簡略化のため、端点付近での半球状領域での数値積分は省略する。また、周回軌道上をデブリ及び航空機が移動しており、発見確率の簡素化のために、デブリは航空機の進行方向に平行に通過すると仮定した。3次元基準経路設定問題は以下のように定式化される。(制約条件は前節のとおり加味していない。)

[3次元監視経路設定問題]

$$\text{最大化 } I(X) = \iiint_V d(x, y, z)g(x, y, z) dx dy dz \quad (1)$$

$$\approx \sum_{i=1}^n \iiint_{V_i} d(x, y, z)g(l(x, y, z, x_i, y_i, z_i, x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})) dx dy dz \quad (2)$$

ただし

$$X = (x_1, y_1, z_1, \dots, x_n, y_n, z_n)$$

$$d(x, y, z) = \sum_{j=1}^m h_j(x, y, z) \quad (j = 1, \dots, m; m \text{ は対象空間に存在する予想目標数}) \quad (3)$$

$$h_j(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{x-\alpha_j}{\sigma_x} \right)^2 + \left(\frac{y-\beta_j}{\sigma_y} \right)^2 + \left(\frac{z-\gamma_j}{\sigma_z} \right)^2 \right]}$$

$$g(l(x, y, z, x_i, y_i, z_i, x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-k \cdot \frac{\sqrt{R^2 - l^2}}{Rl^2}\right) & (0 < l \leq R \text{ のとき}) \\ 1 & (l = 0 \text{ のとき}) \\ 0 & (l > R \text{ のとき}) \end{cases} \quad (4)$$

$$l(x, y, z, x_i, y_i, z_i, x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}) = \begin{cases} \sqrt{(x - x_{i+1})^2 + (y - y_{i+1})^2 + (z - z_{i+1})^2} \\ \quad \left((x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} - x) + (y_{i+1} - y_i)(y_{i+1} - y) + (z_{i+1} - z_i)(z_{i+1} - z) \leq 0 \text{ のとき} \right) \\ \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \\ \quad \left((x_{i+1} - x_i)(x_i - x) + (y_{i+1} - y_i)(y_i - y) + (z_{i+1} - z_i)(z_i - z) \geq 0 \text{ のとき} \right) \\ \sqrt{\frac{(x_{21}y_{10} - y_{21}x_{10})^2 + (y_{21}z_{10} - z_{21}y_{10})^2 + (z_{21}x_{10} - x_{21}z_{10})^2}{x_{21}^2 + y_{21}^2 + z_{21}^2}} \\ \quad (\text{それ以外の場合}) \end{cases} \quad (5)$$

(1) 式では、宇宙空間でのデブリの存在密度を $d(x, y, z)$ 、航空機位置からのデブリ発見確率を $g(x, y, z)$ で表現し、これらの積を対象とする宇宙空間全体で積分することで期待発見デブリ数が計算される。ただし、航空機に搭載しているセンサレンジ l は有限であるため、各線分経路から l 内でのみ積算し線分経路全体で合計したのが (2) 式である。デブリの発見事象が光学的センサにより発生するとした場合、逆3乗法則に従う発見確率 [7] となり、そ

の際の発見確率は(4)式の表現となる。(5)式の最後の根号内で $x_{21} = x_{i+1} - x_i, y_{10} = y_i - y$ などと簡略表記した。

3.1. 目的関数値の計算

領域 V_i を中心軸に垂直に幅 h ごとに分割し、複数個の高さ h の小円柱に分割する。分割された各円柱の上下の、軸に垂直な半径 R の円盤面内で付録 A の公式により(2)式の被積分関数を数値積分した値を $S_p (p = 1, \dots, q)$ とする。(S_1 は点 X_i を中心とする円盤内の値であり、 S_q は点 X_{i+1} を中心とする円盤内の値とする。)このとき、各 S_p 面に挟まれた小円柱内での目的関数値 OB_p は、円錐台の体積公式を参考にすれば

$$OB_p = \left(S_p + \sqrt{S_p S_{p+1}} + S_{p+1} \right) \times h/3, \quad (p = 1, 2, \dots, q-1)$$

で与えられる。よって V_i 全体での目的関数値は、以下により求められ、各 V_i についてのこれらの値を合計することで、1 運行期間に遭遇する期待発見デブリ数が求められる。

$$\iiint_{V_i} d(x, y, z) g(l(x, y, z, x_i, y_i, z_i, x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})) dx dy dz = \sum_{p=1}^{q-1} OB_p$$

3.2. 偏導関数値の計算

2次元監視経路問題において偏導関数値を計算する際は、積分記号下での微分に関して Leibnitz の公式が利用できた [3]。この公式は、より高次の重積分に対しても成り立つことが保証されている [6]。しかし、Leibnitz の公式は、矩形領域に対し成立するので、円柱状領域 V_i に対し偏導関数値を計算する場合には直接適用できない。以下では、この困難を解消し、Leibnitz の公式を適用可能とするために、円柱領域を直方体領域に変換し、その変換された領域で偏導関数値を求めることを考える。

まず(4)式を(2)式に代入し、各領域 V_i について航空機が存在する位置を原点とする極座標を用いて発見確率を書き直す。

$$\begin{cases} x = l \cos \theta \sin \phi \\ y = l \sin \theta \sin \phi \\ z = l \cos \phi \end{cases}$$

$$\iiint_{V_i} \left[1 - \exp \left(-k \frac{\sqrt{R^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}}{R(x^2 + y^2 + z^2)} \right) \right] d(x, y, z) dx dy dz \quad (6)$$

さらに、経路を飛行する際の実発見確率 g は、(4)式で示されるように経路からの距離 l^2 の関数であり、線分 $X_i X_{i+1}$ 上の点から空間内の点 (x, y, z) までの距離ベクトルは、線分経路 $X_i X_{i+1}$ と直交する。これより、 $\phi = 0$ とおいて $X_i X_{i+1}$ 軸とこれに垂直な平面内の変数とを分離し、円柱領域を直方体領域に変換する。(線分 $X_i X_{i+1}$ に沿う方向を z 方向とする。)

$$\begin{cases} u = x|x| \\ v = y|y| \\ z = z \end{cases} \quad (7)$$

図1に示すように、この変換で、線分 $X_i X_{i+1}$ に垂直な円盤面は、垂直な正方形面に変換され、円盤内の、中心軸からの距離が l (一定) ($0 \leq l \leq R$) である円周上の点は、発見確率 g

が一定のまま、新たな uvw 座標系で表現された直方体 W_i 内で軸に垂直な $|u| + |v| = l^2$ の正方形の辺上に変換されその上で一定の発見確率となる。(1 : 1に写像される。)さらに、(7)式の変換により、 V_i 表面で発見確率が0であったものは、 W_i の表面でも発見確率が0となる。この変換された直方体領域 W_i に対し偏微分を行う際には、3次元のLeibnitzの公式が適用可能となり、目的関数である3重積分を端点座標 $x_i, y_i, z_i, x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}$ 等により偏微分することは、積分限界からの項も加味して、被積分関数自体をそれぞれの変数により偏微分したものを3重積分することに置き換えられる。

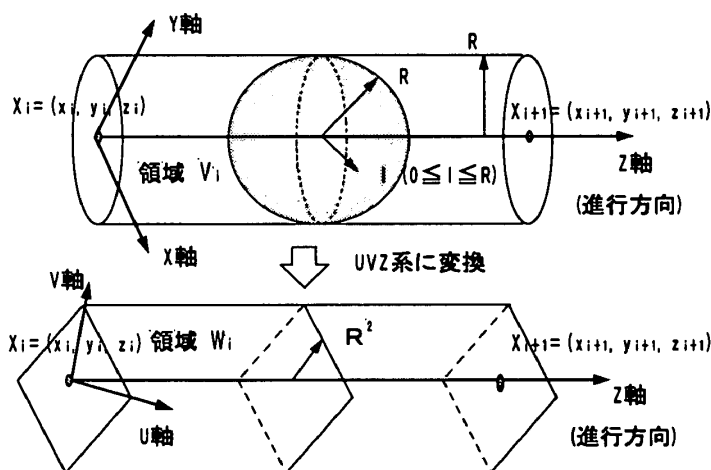


図1 偏導関数値を計算する積分領域

実際の偏導関数値の計算には、3.1節同様に、軸に垂直に切断した面での偏導関数値を考え、それらに挟まれた角柱状の領域ごとに偏導関数値を求め、合計することで領域 W_i 全体での偏導関数値とする。変換前の V_i における、軸に垂直に切断した円盤面と、変換後の W_i の軸に垂直で V_i と同じ z の値で切断した正方形面とでは、上述の考察から偏導関数値が等しく、さらに Cavalieri の原理 (高さが等しく、切断面の面積が等しい立体の体積は等しい。) から、偏導関数値を V_i で求めても W_i で求めても同じ値になることが保証される。分割された角柱状領域の上下面での偏導関数値 (計算方法は後述) を S_p, S_{p+1} とすると、分割された角柱ごとでの偏導関数値 DV_p は角錐台公式より、

$$DV_p = \begin{cases} \left(S_p + \sqrt{S_p S_{p+1}} + S_{p+1} \right) \times h/3 & (S_p > 0, S_{p+1} > 0 \text{ の場合}) \\ \left(S_p - \sqrt{S_p S_{p+1}} + S_{p+1} \right) \times h/3 & (S_p < 0, S_{p+1} < 0 \text{ の場合}) \\ (S_p + S_{p+1}) \times h/2 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

で求め、各直方体領域 W_i ごとでの偏導関数値は各領域からの和 $\sum_{p=1}^{q-1} DV_p$ で表現される。

実際の1階の各偏導関数は、以下のような簡単な形にまとめることができる。(以下の表式では、簡単のために $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$ とおいた。また $d(x, y, z)$ は途中より変換された領域での関数を明確化するために、単一のデブリに関する密度関数で代表的に表現している。)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_i} \iiint_{V_i} \left[1 - \exp \left(-k \frac{\sqrt{R^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}}{R(x^2 + y^2 + z^2)} \right) \right] d(x, y, z) dx dy dz \\ &= \frac{\partial}{\partial x_i} \iiint_{W_i} \left[1 - \exp \left(-k \frac{\sqrt{R^2 - (|u| + |v| + z^2)}}{R(|u| + |v| + z^2)} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3} e^{-\frac{(z-\gamma_j)^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{(\frac{|u|}{\sigma}\sqrt{|u|}-\alpha_j)^2+(\frac{|v|}{\sigma}\sqrt{|v|}-\beta_j)^2}{2\sigma^2}} \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, z)} dudvdz \\
& = \iiint_{W_i} \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3} e^{-\frac{(z-\gamma_j)^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{(\frac{|u|}{\sigma}\sqrt{|u|}-\alpha_j)^2+(\frac{|v|}{\sigma}\sqrt{|v|}-\beta_j)^2}{2\sigma^2}} \frac{dudvdz}{4\sqrt{|u||v|}} \\
& \times \left[-\exp\left(-k\frac{\sqrt{R^2-l^2}}{Rl^2}\right) \cdot \frac{k}{R} \cdot \frac{2R^2-l^2}{l^3\sqrt{R^2-l^2}} \right] \cdot \frac{\partial l}{\partial x_i} \quad (8)
\end{aligned}$$

ただし,

$$\frac{\partial l}{\partial x_i} = \frac{(x_{21}x_{20} + y_{21}y_{20} + z_{21}z_{20})[y_{21}(y_{21}x_{10} - x_{21}y_{10}) + z_{21}(z_{21}x_{10} - x_{21}z_{10})]}{l[x_{21}^2 + y_{21}^2 + z_{21}^2]^2} \quad (9)$$

上式において, $*_{21} = *_{i+1} - *_{i-1}$ ($* = x, y, z$), $x_{20} = x_{i+1} - u$, $x_{10} = x_i - u$, $y_{20} = y_{i+1} - v$, $y_{10} = y_i - v$, $z_{20} = z_{i+1} - z$, $z_{10} = z_i - z$ と略記した. 他のパラメータ y_i, z_i に関する 1 階の偏導関数は, (9) 式の各変数をサイクリックに入れ替えたものにより (8) 式の最後の部分を置き換えることで得られる. また, もう一方の端点 X_{i+1} のパラメータ x_{i+1} についての 1 階偏導関数は, (8) 式の最後の $\partial l/\partial x_i$ を以下の (10) 式で置き換えることにより得られ, 他のパラメータ y_{i+1}, z_{i+1} による 1 階偏導関数も (10) 式の変数をサイクリックに入れ替えて得られる.

$$\frac{\partial l}{\partial x_{i+1}} = -\frac{(x_{21}x_{10} + y_{21}y_{10} + z_{21}z_{10})[y_{21}(y_{21}x_{10} - x_{21}y_{10}) + z_{21}(z_{21}x_{10} - x_{21}z_{10})]}{l[x_{21}^2 + y_{21}^2 + z_{21}^2]^2} \quad (10)$$

以上により, 目的関数の端点パラメータ $x_i, y_i, z_i, x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}$ に関する 1 階の偏導関数値が求められることから, 準 Newton 法により, 端点位置の局所最適化が図れる. 以下の節では, 参考文献 [3], [4] の移動の考え方による端点の移動の様子をモデル例により検証する.

4. 数値計算例

以下では, 簡単なモデル例ではあるが, (a) 高度 36000km 付近の円軌道 (静止軌道) を漂流するスペースデブリに効率的に対応するための近接経路及び (b) 高度 850km ~ 1500km 付近の極軌道を漂流するスペースデブリに対応するための近接経路の構築を考える. このような高度においてはデブリ密度が大きなことが観測により明らかになっている. (a) の静止軌道付近には気象衛星や通信衛星等の特定の地域に定常的にサービスを施すための衛星ならびにデブリが集中している. 一方, (b) の低高度の軌道は, 海洋観測衛星や軍事衛星等のために設定された軌道であり, 経線方向に数時間の周期で周回しており, 特定の地域の上空する時刻は常に同じになるように設定可能な軌道である. いずれの例においても半径 6000km の地球をそれぞれの初期経路の内側に想定しているが表記しない.

図 2 では \diamond を端点とする連続した線分経路によりそれぞれの場合の初期経路を閉軌道で与える. また, それぞれの軌道付近のデブリを \square で表示している. 各デブリはそれぞれ座標軸方向に位置誤差 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ で揺らぎつつ周回している. (簡略化のために $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z (\equiv \sigma)$ とする.) 個々のデブリ数位置に関するデータは, 乱数を利用して発生させたものである. これらのデブリに接近するための航空機が搭載するセンサの搜索能力は, 典型的な搜索レンジ $R = 500\text{km}$ を有すると仮定する. さらに, (4) 式の発見確率パラメータ $k = 50000$ とした. このパラメータ値は, ある運用中の衛星軌道の障害となる高度 ($\pm 250\text{km}$ を想定) 以内でのデブリの横距離発見確率が 0.5 となる値をもとに算出した.

こうした設定状況に対し、参考文献 [3] で提案した、全対象領域でのデブリ密度関数により端点を移動させ、端点の移動範囲に関して制限を加えない移動方法及び参考文献 [4] で提案した経路移動方法、すなわち、線分経路を構成する各端点の移動が端点近傍の個々のデブリ密度関数のみにより引き起こされると考えて、各端点の Voronoi 領域に個々のデブリ密度関数を分割して端点の移動可能域を制限した移動方法によりそれぞれ経路を求めた。

終了判定条件は設定する最大反復回数 (10 回) に達する場合か、各反復ごとでの端点の移動量の合計が

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i^{(\nu+1)} - x_i^{(\nu)})^2 + (y_i^{(\nu+1)} - y_i^{(\nu)})^2 + (z_i^{(\nu+1)} - z_i^{(\nu)})^2} \leq 1000(\text{km})$$

となった場合とした。数値実験は CPU Pentium-III 660MHz のパーソナルコンピュータ上で Visual Fortran によりコンパイル・実行した。

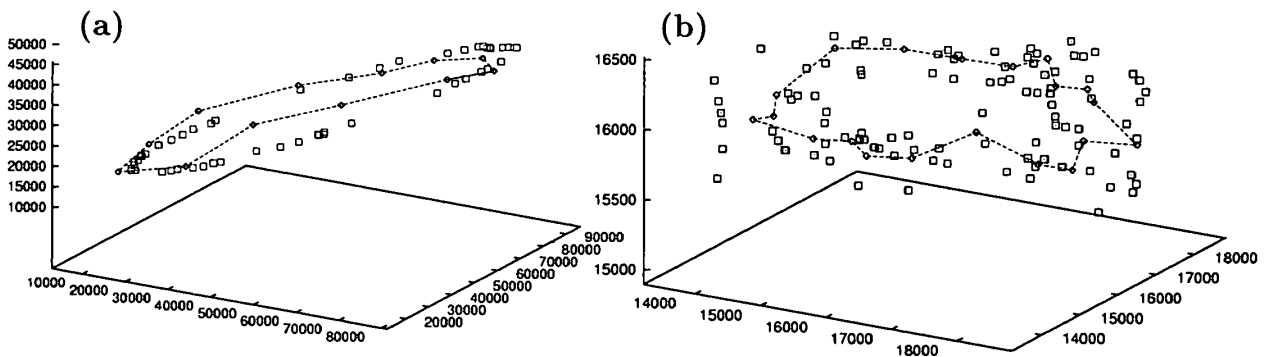


図 2 (a) 静止軌道及び (b) 低高度極軌道付近に設定した初期経路・デブリ位置

[計算結果]

静止軌道付近を漂流するデブリ 50 個及び 100 個の場合に 12 端点で想定される初期経路 (図 2(a) 参照) から始めて最終的に得られた経路を図 3～図 6 に示す。個々のデブリの位置誤差として $\sigma = 150\text{km}, 300\text{km}$ の 2 つの場合を想定した。端点の移動範囲に関して制限を加えない移動方法による終末経路を図 3,4 に、端点近傍のデブリにより端点移動が引き起こされるとし端点の移動可能を制限した移動方法による終末経路を図 5,6 に示す。いずれの結果においても、初期経路は点線で示し、終了時点で得られる経路は実線で示している。

海上での監視経路構成方法を 3 次元空間に拡張した経路設定問題でも、2 次元の場合と同様に、初期経路を構成する端点が、近傍のデブリ位置に近接する振る舞いをし、かつ、期待発見デブリ数も増加していることから、今回の 3 次元への拡張が有効であることがうかがえる。端点の移動に関し制限を設けない場合 (図 3,4)、いずれの結果とも距離制限ではなく、最大反復回数である 10 回まで反復した後に終了している。比較的少ない反復回数であるが、おおむね予測されるデブリ位置に沿う経路が構成されている。個々のデブリ位置から最寄の線分経路までの最短距離 CPA (=Closest Point of Approach) の平均値である「平均 CPA」もほぼ 1000km 程度以下となり、海洋観測衛星や軍事衛星と同程度の観測距離内にデブリを捉えることが可能となることから、軌道上からの光学機器によるデブリ観測にも利用できる軌道を構成していると考えられる。

図 3 の例では終了時の期待発見デブリ数が、存在するデブリ数以上の値を計上しているが、これは、[4] でも指摘したように、個々のデブリに対し線分経路を軸とする全ての円柱

領域で期待発見数を計算してしまうために、特定の1つのデブリに対しその期待発見数を1以上に過大評価しているためである。この傾向は $\sigma = 300\text{km}$ の場合も同様である。こうした目的関数値の過剰計上の問題は、図5,6で示すデブリ密度関数をVoronoi領域分割する方法で解決し、適切な発見数を計上している。

計算時間に関しては、対象とする全デブリの密度関数による場合で1反復あたり1秒~3秒程度、デブリ密度関数を分割した場合で0.2秒~0.4秒程度となっている。反復回数によるが、前者は軌道上で10kmオーダーの距離を移動してしまう時間であり、後者は数km~数十kmの距離の移動に要する時間である。宇宙機の軌道上での移動能力は現段階では不明であるが、移動に要する時間に比し、小さな計算時間であると思われる。また、大型のデブリが接近しているような状況でそのデブリとの遭遇を回避するような場面にも応用可能であると思われる、宇宙機の生存性の向上にも寄与できると考える。

目的関数値・偏導関数値の近似計算を行う際の代表点の取り方は2次元の監視経路を求める際のとり方に比し、かなり粗い取り方となっているが、終末経路を見る限り、少数の代表点による粗い計算であっても良好な振る舞いをしていることがうかがえる。

端点の移動可能域を制限した場合(図5,6)では、図3,4同様に、端点が近傍のデブリ位置に近接する振る舞いをしている。デブリ位置に接近する速さは、これらのケースの方が速い。また、期待発見デブリ数の計上に関しては、図3,4に比較して小さな値であるが、これはデブリを近傍の線分Voronoi領域に分割して期待発見数を求めた結果であり、適正な期待発見数が計上されている。1反復あたりの計算時間は移動可能域を制限した方が約1/5程度以下となっている。

極軌道付近を漂流する100個のデブリに対し、20端点からなる初期経路(図2(b))から始めた結果を図7,8に示す。このような低高度においては、高度700~1000kmに地球観測衛星とそのデブリ、1500km付近には軍事衛星とそのデブリを中心とするデブリ密度の高い層がある事が知られている[8]。今回の例でもそのような高度付近にランダムにデブリを発生させ、総計で100個のデブリを設定した。初期経路を構成する20端点はこれらのデブリを5点ずつに分割し、それらの平均座標にランダム成分を加え生成した。デブリの揺らぎ σ は、静止軌道の場合と同じ値を仮定した。

静止軌道付近での例では2次元平面内に散布しているデブリを考えたため終末経路のまとまりがよかったが、この例ではデブリが水平面内にまとまっていないことから、図7,8に示すように終末経路は見にくいものとなる。しかし、平均CPAはいずれのケースとも減少しており、デブリに接近する経路が構成されていることがうかがえる。図7のようにすべてのデブリの密度関数により軌道の最適化を図ると、込み入った経路が構成され、実用的でなくなる可能性があることが示唆される。このような小さな領域で経路の最適化を図る際には、図8のようにデブリ密度関数を分割した方が良いことがうかがえる。

これらのモデル例による数値計算の結果から、2次元での監視経路設定時の傾向と同様に、3次元空間でのデブリに接近する経路構築においても、端点の移動可能域を制限した場合の方が、端点を自由に振る舞わせる場合に比し、良好な結果となる。

以上の結果から、今回の検討でのスペースデブリへの近接経路構成方法並びに3次元への拡張は有効であると考えられ、軌道上からのデブリ観測を行う際には効率的な経路の構築が可能である。

$\sigma = 150km$ の場合

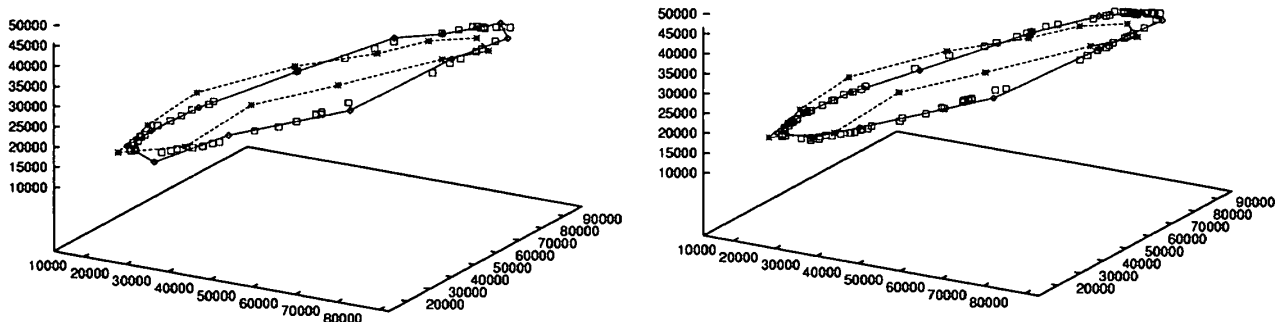


図3 端点の移動可能域を制限しない場合の変化の様子 (デブリ数 = 50,100)

表1: 端点移動に制限を設けない場合の結果 ($\sigma = 150km$)

	期待発見デブリ数		計算時間/回 (秒)	反復回数	平均CPA (km) (当初 → 終了時)
	当初	終了時			
50 デブリ	14.34	55.27	1.68	10回	4535.8 → 1107.9
100 デブリ	29.31	113.87	3.24	10回	4545.6 → 1017.4

$\sigma = 300km$ の場合

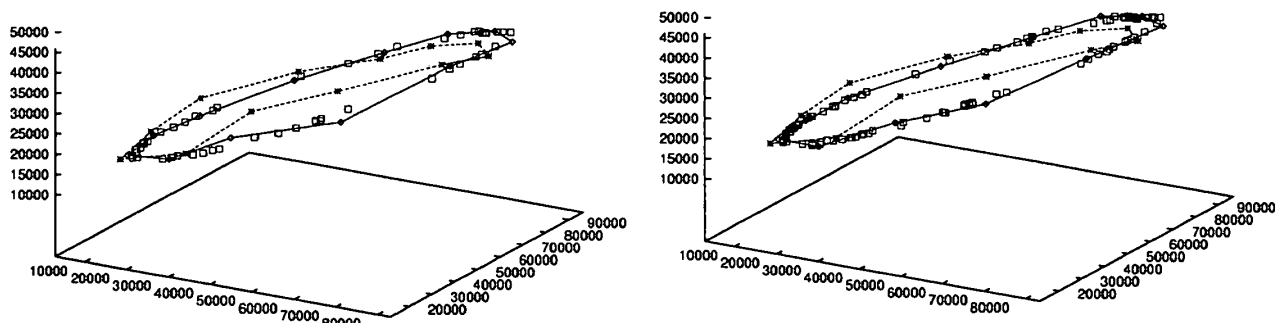


図4 端点の移動可能域を制限しない場合の変化の様子 (デブリ数 = 50,100)

表2: 端点移動に制限を設けない場合の結果 ($\sigma = 300km$)

	期待発見デブリ数		計算時間/回 (秒)	反復回数	平均CPA (km) (当初 → 終了時)
	当初	終了時			
50 デブリ	10.21	19.96	1.00	10回	4535.8 → 876.9
100 デブリ	20.43	40.42	1.83	10回	4545.6 → 715.3

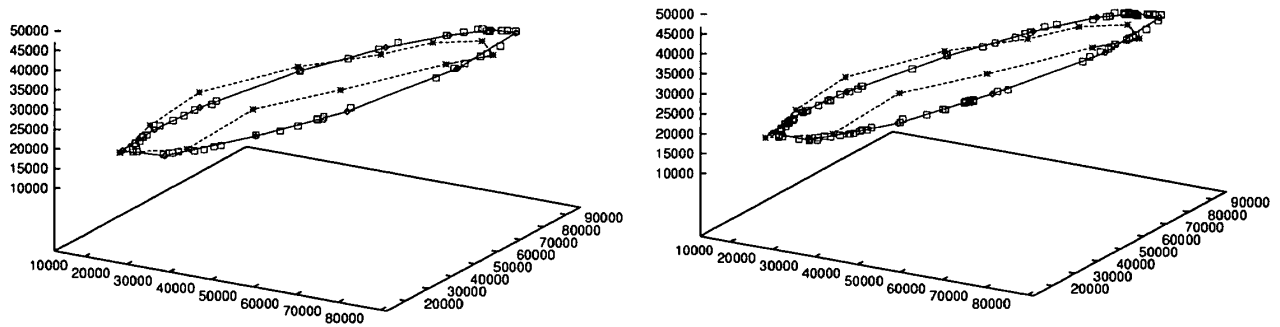
$\sigma = 150km$ の場合

図5 Voronoi 領域分割を利用し端点移動可能域を制限した際の変化の様子 (デブリ数 = 50,100)

表3: 端点移動可能域を Voronoi 領域内に制限した場合の結果 ($\sigma = 150km$)

	期待発見デブリ数		計算時間/回 (秒)	反復回数	平均 CPA (km) (当初 → 終了時)
	当初	終了時			
50 デブリ	11.18	45.46	0.24	9 回	4535.8 → 846.2
100 デブリ	22.44	92.48	0.37	9 回	4545.6 → 779.6

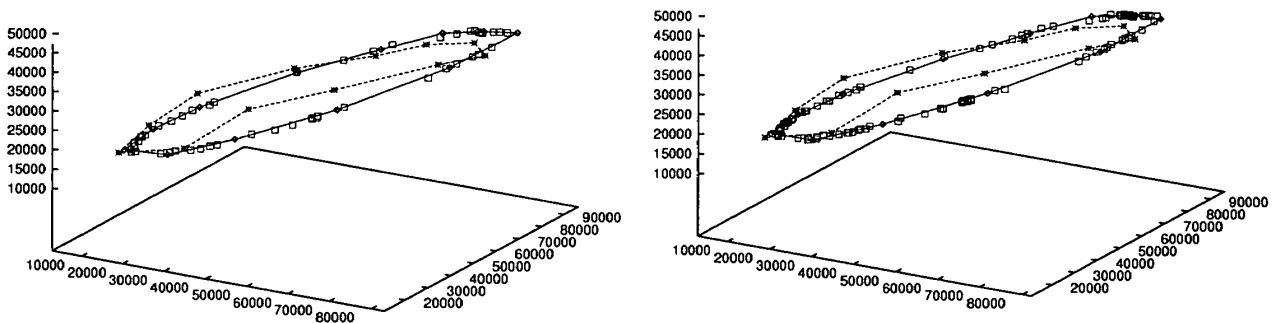
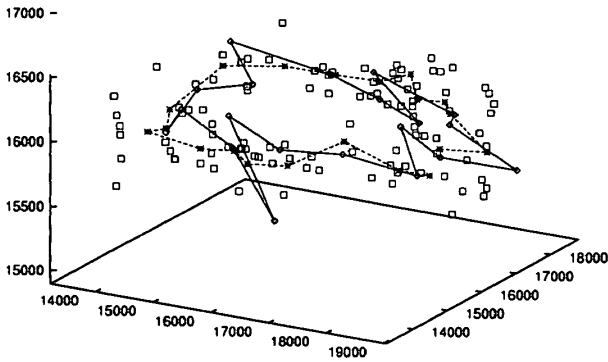
 $\sigma = 300km$ の場合

図6 Voronoi 領域分割を利用し端点移動可能域を制限した際の変化の様子 (デブリ数 = 50,100)

表4: 端点移動可能域を Voronoi 領域内に制限した場合の結果 ($\sigma = 300km$)

	期待発見デブリ数		計算時間/回 (秒)	反復回数	平均 CPA (km) (当初 → 終了時)
	当初	終了時			
50 デブリ	8.31	18.53	0.20	9 回	4535.8 → 640.2
100 デブリ	16.14	37.62	0.35	9 回	4545.6 → 593.9

$\sigma = 150km$ の場合



$\sigma = 300km$ の場合

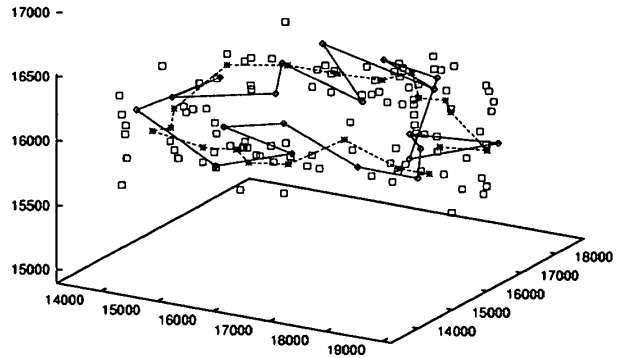
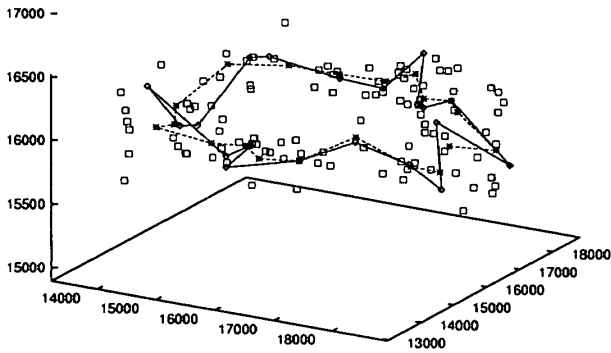


図7 低高度デブリを対象とし端点の移動可能域を制限しない場合の変化の様子 (デブリ数 = 100)

表5: 低高度デブリを対象とし端点移動に制限を設けない場合の結果

	期待発見デブリ数		計算時間/回 (秒)	反復回数	平均CPA (km) (当初 → 終了時)
	当初	終了時			
$\sigma = 150km$	71.86	125.25	1.56	10回	410.8 → 403.5
$\sigma = 300km$	36.05	63.86	1.70	10回	410.8 → 379.9

$\sigma = 150km$ の場合



$\sigma = 300km$ の場合

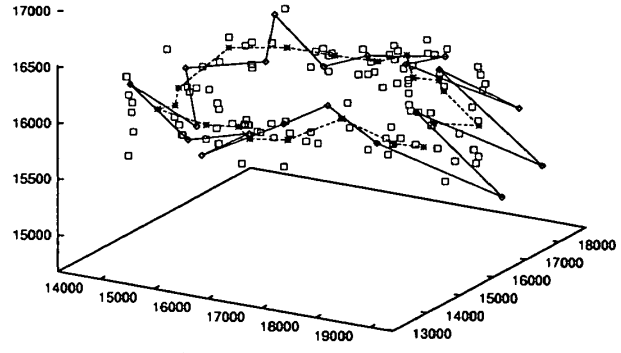


図8 低高度デブリを対象とし端点の移動可能域を制限した際の変化の様子 (デブリ数 = 100)

表6: 低高度デブリを対象とし端点移動可能域を制限した場合の結果

	期待発見デブリ数		計算時間/回 (秒)	反復回数	平均CPA (km) (当初 → 終了時)
	当初	終了時			
$\sigma = 150km$	58.90	72.12	0.39	10回	410.8 → 369.0
$\sigma = 300km$	31.52	49.82	0.41	10回	410.8 → 308.6

5. 結論と今後の課題

本論文では、従来の2次元での監視経路設定手法を3次元に拡張して、地球近傍の宇宙空間において周回軌道付近を漂うスペースデブリに効率的に対応するための航空機の効率的な運行経路を設定する方法を提案し、モデル例により数値計算を行った。その結果、比較的少ない反復回数で予測されるスペースデブリ位置に接近する運行経路を構築できた。この結果はまた、スペースデブリに対応する際の効率的な経路構成方法の1つの考え方をも同時に提案するものである。端点数や初期経路の端点位置を工夫することで、観測やレーザによる撃ち落としに必要なCPAまで接近する経路の構築が可能であり、今後の実際の機体を運用する際にも実用的な時間で計算が実施できる。また、今回の検討では期待発見デブリ数の最大化を目標に経路を構築したが、逆に比較的大きなデブリを考え、それらの発見デブリ数を最小化する経路を構成することで、デブリとの遭遇による機体への損傷の可能性を低減する経路構築にも応用可能と思われる。

今後の検討課題として、今回扱ったデブリを発見する状況は、最も単純な、航空機の進行方向に対しデブリが平行に入射してくる状況である。これは、例えば、静止軌道上で漂流しているデブリに対し、その軌道に沿いつつ発見しているような、理想的な状況であると思われる。現実的な場面では、航空機の進行方向に対し、デブリは、ねじれの位置関係にあるような相対直線運動で入射してくると考えるのが妥当であろう。こうした状況では、基準経路からデブリまでの距離は、デブリ探知時刻からデブリ最接近(対応)時刻まで変化し続け、航空機とデブリの間の距離の変化を含めた瞬間探知率を考慮しなければならず、こうした状況に対しても、今後、基準路の構築の可能性を含め検討しなければならない。

また、数値的な検討上での問題点は、目的関数値や偏導関数値を求める際の精度が粗いことである。今後は、近似精度を上げるための工夫や、他の代表点の取り方の検討等の工夫を盛り込んでより実践的な経路構成方法としていきたい。さらに、計算パラメータ(端点数 n , 発見確率パラメータ k , 位置誤差 σ)に実際の状況に近い値を取り込み、実運用(に近い状況)でも、今回提案する方法が有効であることを確認し、今後の宇宙開発に活用できる方法にしていきたい。

謝辞

本論文の執筆にあたり、有益な御助言、御指導頂いた審査員に深く感謝致します。

付録 A:円形領域での近似公式 [1]

円盤領域 S (面積 πa^2) 上での積分を円盤内の 7 点における関数値を用いて近似する.

$$\frac{1}{\pi a^2} \iint_S f(x, y) dx dy = \sum_{i=1}^7 w_i f(x_i, y_i) + R \quad (R \text{ は誤差項 ; } R = O(a^6))$$

ただし, (x_i, y_i) は図 A-1 の記号を用いて表される.

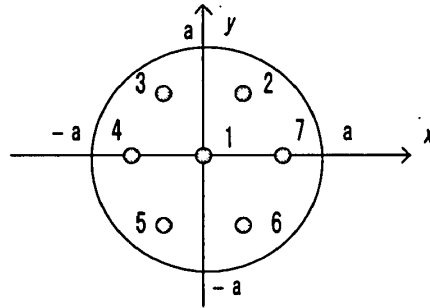


図 A-1 関数値を計算する代表点 (円形領域)

表 A-1 代表点と重みの関係 (円形領域)

i	1	2	3	4	5	6	7
x_i	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}a$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}a$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}a$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}a$	$\sqrt{\frac{1}{6}}a$	$\sqrt{\frac{2}{3}}a$
y_i	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}a$	$\sqrt{\frac{1}{2}}a$	0	$-\sqrt{\frac{1}{2}}a$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}a$	0
w_i	2/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

参考文献

- [1] M.Abramowitz and I.A.Stegun(eds.): *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables* (Dover, New York, 1964).
- [2] 平林祐子訳: 宇宙汚染 (ほるぷ出版,1992)(原著 J.Donnelly and S.Kramer: *Space Junk* (Wayfarer Press, New York, 1990)).
- [3] 小宮享, 森雅夫: 海上監視活動における経路設定問題. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **41** (1998) 455-469.
- [4] 小宮享, 森雅夫: 経路設定問題における対象船舶分割による局所解について. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **42** (1999) 352-366.
- [5] T.Nakajima, T.Yasaka, S.Toda, S.Kibe, A.Takano, A.Kato, Y.Arimoto: Current and Planned Space Debris Activities in Japan. *Advances in Space Research*, **19** (1997) 391-397.
- [6] スミルノフ, 彌永昌吉他共訳: 高等数学教程 3(2巻第1分冊) (共立出版,1959).
- [7] 多田和夫: 探索理論 (日科技連,1973).
- [8] 八坂哲雄: 宇宙のゴミ問題—スペース・デブリー— (裳華房,1997).

小宮 享

防衛大学校情報工学科

〒 239-8686 横須賀市走水 1-10-20

E-mail : komiya@nda.ac.jp

ABSTRACT

FOR CLEAN AND SAFE SPACE ENVIRONMENT
—THREE DIMENSIONAL STANDARD ROUTING PROBLEM—

Toru Komiya
National Defense Academy

Masao Mori
Keio University

We have launched the first artificial satellite in 1957. Since then, a new environmental problem has been brought about by ourselves. That is the space pollution. Everything we have lifted up can become space debris when we lose control of it. The space debris is accumulated around the outer atmosphere more than forty years and is propagating by collision and explosion of itself. As the debris has high kinetic energy, the space pollution affects the safety of our future space activities.

For the sake of reducing the debris and preserving clear and safe space environment, we have been developing spacecraft of various types, such as for observation, for sweeping the debris up, or for shooting them down. Even if we may take any one of these responses to the debris, a concrete operating plan of spacecraft has not declared till now.

In this paper, we propose one of the efficient operating plans of the spacecraft. If a spacecraft flies along the route constructed by our proposing procedure, it will be able to respond more efficient to individual drifting debris.

When we construct the 3-dimensional standard route of the spacecraft, we extend the routing methods in 2-dimension that was applied to make standard routes of an aircraft in surveillance operation at sea. In these methods, the standard routes (piecewise linear) are constructed under the policy of maximizing the expected value of the detected ships locally within an operation. That objective value is calculated as integration, along a given route, of product value of the detecting probability from the plane and the density of the ships in the area. In this 3-dimensional extended case, we also use non-linear optimization technique (quasi-Newton method) to make the spacecraft routes.

By numerical experiments, we can construct 3-dimensional standard routes that close to drifting debris.