Journal of the Operations Research
Society of Japan
Vol. 44, No. 3, September 2001

© 2001 The Operations Research Society of Japan

交通路と居住地の配分を考慮した都市の立体構造の分析

小林　亨　　田口　東
日立製作所　　中央大学

(受理 2000 年 5 月 9 日；再受理 2001 年 1 月 10 日)

和文概要　本論文では，都市の効率的な利用を考える指針を得るために，都市内の移動交通に着目した次のような問題を考える．都市内で発生する交通の総移動時間を最小にする都市の立体的構造はどのようになるのであろうか．ここで考える立体的構造とは，平面上の居住地と交通路の配分および建物の高さ分布という都市の立体的形状と，交通路の交通容量と速度の関係，交通をおこなう人の経路選択といった都市の状態を意味している．考察するモデルは，できるだけ現実を単純化して簡単な規則からなるように導く．このモデルから，総移動時間を最小にするためには，中心部の道路率を出来るだけ低くおさえて居住地をなるべく確保すること，またこのことを実現するために，中心部において速度をある程度下げて交通容量を増加させること，集中する交通を適切な経路選択によって分散させることが必要であると導かれる．さらに，速度低下という現象が一概に非効率的であるとは言えず，逆に都市全体のことを考えれば効率的であること，交通を分散させる経路選択がどのようなものかに関する知見を得ることができた．本論文で導いたモデルは，より現実的なモデルを構築する際に，都市の構造に関する基礎的な発想を与えるものであると考える．

1.　はじめに

都市は，そこに暮らす多くの人の生活を成り立たせる様々な機能を持っており，都市人口の増加や人々の生活の多様化にともなって，その構造の複雑さは増す一方である．ここで言う“構造”は都市の物理的な形状のみでなく，都市内で発生する人やものの動きも含んでいる．その一見無秩序とも思える複雑な都市構造に，大胆な簡単化の仮定をおこなって規則性を見出し，それを分析することは都市の現状の評価や都市計画をおこなう上で重要なことであると考える．

東京をはじめとする大都市への人口および機能の集中は多くの利便性をもたらす一方で，交通の過度の集中による渋滞や，通勤圏の拡大による移動時間の増大などの社会問題を引き起こしている．たとえば，渋滞は交通需要と交通容量のバランスが取れていないために発生するものであり，通勤圏の拡大は土地の有効利用がなされていないことが原因のひとつである．このような問題は都市の構造に起因するものであり，その発生メカニズムや改善案を考えるためには，都市構造の特質をとらえ分析することが必要である．

都市の居住と交通をモデル化して論ずることについて，次のような研究がなされている．[2] では移動時間の面から，都市の水平方向の広がりと垂直方向の広がりの得失を論じ，コンパクト（移動時間最小）な直方体の都市とは何かを考察している．[5] では水平線上に建物がたっている都市を考え，総移動距離を最小とする１次元の都市の形態（高さ分布）を導いている．また [6] では，都市空間の道路と住居への配分を考え，平面上の円形都市において交通が円滑におこなわれるときの交通と居住への面積の配分について述べている．さらに [1] では，都市の土地を交通路と居住地，業務地に配分することを考え，通勤交通と業務

交通による総移動距離が最小となる都市構造について述べている．これらの研究をふまえ，都市の広がりと中心部における交通の集中という点についてより詳細な知見を得るために，次のような問題を考えるに至った．

ここでは，都市の広がりを平面と建物の高さ方向の3次元としてとらえ，居住者の分布および居住者の交通に必要な交通路の分布を定める数理モデルを考える．モデルにおいて，都市内の人が互いに行き来するという交通を考え，発生する交通の建物内の移動時間と平面上の移動時間の和を最小化する問題を定式化する．その際に，領域を交通路と居住地域（建物）に配分すること，配分される交通路面積と移動に要する時間との間にトレードオフの関係を持たせること，交通をおこなう人が経路を選択すること，を考慮する．さらに，数値例によって，適切な都市の立体構造について考察する．

ここの問題の特徴を，交通量と移動コストの面からもう少し詳しく述べておこう．利用者が互いに行き来するとしているので，利用者の位置は交通の発生源でもあり行き先でもある．したがって，移動コストが最小となるように利用者分布を定める問題は，一種の施設配置問題である．そして，同時に，発生する交通需要を満たすように交通路を配置するという問題を解いている．これらのふたつの問題は，有限な資源である土地を取り合うことで関係付けられている．このような計画問題では，移動にかかるコストは単位交通量・単位距離あたりのコストを一定として，線形式で表されることが多い．2章では，各点においてそこを通過する交通量に比例する交通路面積を与えることによって，このことを実現している．

一方，現実には，立地条件の良い所は交通が集中する所となっており，そのような場所では，移動速度が低下するとしても，道路よりも付加価値が高い施設に土地を利用しているという状況がある．そこで，3章において，交通が集中する箇所では，交通密度を上げて交通路面積を節約し，その分を居住にまわすことによって領域全体の総移動時間を短縮することを考える．上記の目的のために，交通路面積を交通量に比例する量とはせずに，道路の混み具合（交通密度）が増加するとその区間を移動に要する時間が増加するという関係を導入する．具体的には，交通流の解析に用いられる平均速度と通過交通量の関係を利用する．本来の交通流の解析においては，時々刻々と変化する交通に対して，道路状況の変化する箇所や交差点などにおける交通流の変化が考察され，交通流の状態が決定される．しかし，このモデルにおいては，交通路だけにそのような高い精度は必要でないと考えられ，また，道路が変化する箇所自身がモデルの変数となっており，そのような考察を取り入れた定式化が非常に難しいという状況がある．したがって，平均速度と通過交通量の関係を，各点において独立に成立するとして，表面的に利用するにとどまっている．

もちろん，ここで述べるモデルおよび結果は単純な仮定に基づくものであり，現実の都市構造の忠実な再現を目指しているものではない．非常に単純な仮定と簡単な規則から導出される結果を分析することによって，都市構造の概観を巨視的にとらえ，都市全体としての特質や問題を導き出すことを目標としている．

2. 基礎的なモデル

このモデルにおける基本的な概念と交通の発生および移動に関する仮定を述べ，さらに，交通需要に応じて交通路を確保するような交通路と居住地の配分に関して問題の定式化をおこなう．

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

2.1. 都市の定義

図1に示すように，1辺が W の正方形都市領域 D を考える．この領域は $N = n \times n$ 個の等しい大きさの正方形グリッドから成り立つ．各グリッドの1辺は $w = W/n$ であり，それぞれのグリッドを $g_i (i = 1, 2, \ldots N)$ と呼ぶ．各グリッド g_i には人が居住する各階の床面積が等しい建物が1つずつ建っていて，その建物の高さを h_i，グリッドにおける建物の敷地面積と交通路の面積比を $(r_i : 1 - r_i)$ と表す．すなわち，g_i の土地面積 w^2 は，人が居住に利用する建物が建つ面積 $w^2 r_i$ と，人が地上面の移動に用いる交通路の面積 $w^2(1 - r_i)$ に分けられる．建物内には一様な密度 ρ で人が住んでいるとする．この密度は，建物内の移動に用いる交通路の体積まで含めて定められるとする．したがって，都市に居住する総人口 Pop は次式のように表される．

$$Pop = \sum_{i=1}^{N} \rho w^2 h_i r_i$$

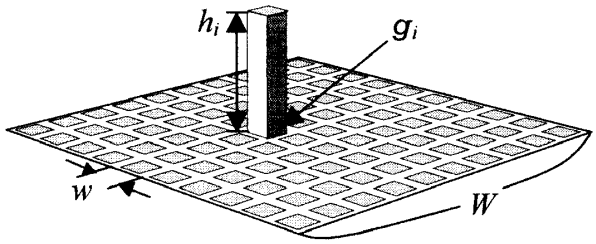


図1 正方形都市領域 D とグリッド分割

2.2. 移動の定義

次に移動について考える．人の移動は，すべての人の対に対して等しい確率で起こると仮定する．順序を考えた対を任意に取り出したとき，その対の間に単位時間内に移動が起こる確率を b とし，それぞれが住んでいるところが始点および終点となる．

このような人の行き来は，対象とする地域に数多くの事務所が分散している，業務地域における業務交通が近いと考えられる．また，ふたつの地域間の交通はそれぞれの地域の人口（規模）の積に比例し，距離の抵抗にしたがって減少するという空間相互作用モデルにおいて，距離抵抗がないとした場合に相当する．このような観点からは，交通路を含めた領域内に空間的に拡がった居住者間の距離分布に注目するという立場を取っている．通勤交通のように特定の地域に向かう交通に対しては，住宅地区と勤務地区を定めることができれば，以下で導く定式化と解法は同様に可能である．

移動は平面上の水平方向と建物内の垂直方向の2種類に分けられる．すなわち，1つの移動は建物内の始点から地上まで降りる垂直移動，地上を目的の建物まで行く水平移動，そして建物内を終点まで昇る垂直移動からなる．地上における移動は，グリッドの辺に平行な2方向のみとし，始点を含むグリッドの中心から終点を含むグリッドの中心まで，直進のみか高々左折1回を含む経路上を移動すると仮定する．この移動経路の選択については4章で拡張する．

平面上での水平移動速度を v_h，建物内の垂直移動速度を上り下りに関わらず v_v とする．グリッド g_j の建物内の高さ l_1 の点から g_k の建物内の高さ l_2 の点まで移動するのにかかる時間 t_{jk} は，

$$t_{jk} = \frac{d(g_j, g_k)}{v_h} + \frac{(l_1 + l_2)}{v_v}$$

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

となる．ここで，$d(g_j, g_k)$ はグリッドの中心点間の L_1 距離を表す．すなわち2点の座標を (x_j, y_j)，(x_k, y_k) としたとき

$$d(g_j, g_k) = |x_j - x_k| + |y_j - y_k|$$

である．始点を g_j の建物内で動かし，終点を g_k の建物内で動かしたときに発生する全交通の移動時間の合計 T_{jk} は，

$$T_{jk} = b(\rho w^2 h_j r_j)(\rho w^2 h_k r_k)\Big(\frac{d(g_j, g_k)}{v_h} + \frac{(h_j + h_k)}{2v_v}\Big)$$

となる．ここで，3番目の括弧内の第1項は水平方向の移動時間を表し，第2項は垂直方向の平均移動時間を表す．係数は始点終点を区別した対の数と交通発生率をかけたものである．都市内の総移動時間 T は，この移動時間をグリッドの始点と終点の組み合わせすべてに対して足し合わせることによって得られる．

$$\begin{aligned} T_h &= b\rho^2 w^4 \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} \frac{d(g_j, g_k)}{v_h} h_j r_j h_k r_k \\ T_v &= b\rho^2 w^4 \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} \frac{h_j + h_k}{2v_v} h_j r_j h_k r_k = \frac{b\rho w^2 Pop}{v_v} \sum_{i=1}^{N} h_i^2 r_i \\ T &= T_h + T_v \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.3. 交通量の定義

先に述べたように，交通需要に応じて交通路面積を確保する必要があるというのが，このモデルの基本である．そこで，2.2節のように交通が発生するときに，各グリッドを単位時間あたり通過する人数（交通量）を表す式を求めよう．ここで，グリッドを始点または終点とする交通は半分に数える．

g_j から g_k（$j \neq k$）への高々左折1回の経路が通るグリッドの集合を R_{jk} とし，R_{jk} に含まれるグリッドを次の変数 y^i_{jk} を使って表す．

$$y^i_{jk} = \begin{cases} 1, & g_i \in \mathrm{R}_{jk} \text{ and } g_i \neq g_j \text{ and } g_i \neq g_k \\ 0.5, & g_i = g_j \text{ or } g_i = g_k \\ 0, & g_i \notin \mathrm{R}_{jk} \end{cases}$$

また，$j = k$ の場合は，$\mathrm{R}_{jj} = \emptyset$ とし，すべての i について $y^i_{jj} = 0$ とする．

グリッド g_i に着目する．g_i を通る経路は4方向あり，交通量も4方向ある．ここでは方向を区別せずにすべての交通量の和を計算して，g_i を通過する交通量 s_i とする．すなわち，

$$s_i = b\rho^2 w^4 \sum_{l=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} y^i_{jk} r_j h_j r_k h_k$$

となる．

交通量 s_i に対して必要となる交通路の面積を計算しよう．平面上の1方向の交通路（幅 d とする）を，計画した平均速度（交通密度）で走行させる場合には，単位時間あたり通過可能な交通主体の台数は設計値として得られる．この値を $\tilde{c}$ としよう．ここで，交通主体とは，自動車などの乗り合いのできる車両，自転車，徒歩，動く歩道上の人，などの内，いずれか一つを想定している．その交通路の長さ L の部分を単位時間あたり1台の交通主体が通過すると，$(d/\tilde{c})L$ の交通路面積が必要となる[3]．ここで，グリッドには4方向からの経路が通っているので，交差する交通に通行時間を譲るための減少分，交差する箇所での交通路の重複，また，1台の交通主体に複数人が乗車するときの増加分を考慮に入れなければならない．たとえば，交差点での待ち時間を含めると平均速度は低下するし，その分を走行時の速度を上げて稼ごうとすれば交通密度が下がり通常は通過交通量も下がってしまう．さ

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

らには，交差点そのものの交通容量を考えなければならない．しかし，ここでは上記のような考慮すべき点をすべて含んで，計画された平均速度に対して，単位時間に単位幅の交通路を通過する人の数 c が与えられるとする．また，以下では交通主体と移動する人を同一視する．

上述の c を用いると，グリッドを単位時間あたり1人が通過するには，1人あたりの交通路幅 c^{-1} と交通路長さ w の積である wc^{-1} の交通路面積が必要となる．4方向からの経路をまとめて，必要となる交通路面積をグリッドの交通路面積と等しいとおくと，以下の式を得る．

$$w^2(1-r_i) = wc^{-1}s_i\ ,\ \ i=1,2,\ldots,N \tag{2.2}$$

式(2.2)は居住および交通以外に利用できる土地が残っていない場合を表しており，土地に余裕がある一般性のある条件は，等式を不等式に換えた

$$w^2(1-r_i) \geq wc^{-1}s_i\ ,\ \ i=1,2,\ldots,N$$

となる．しかし，以下の定式化では，収容する人口が多くそのような余裕のない場合を想定して，式(2.2)を仮定する．

上のように導いた関係を用いて総移動時間最小化問題を定式化する．

【モデルⅠ】

変数　$\mathbf{h}=(h_1,h_2,\ldots,h_n)$, $\mathbf{x}=(r_1,r_2,\ldots,r_N)$

目的関数

$$\text{minimize}\ T = b\rho^2w^4\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\frac{d(g_j,g_k)}{v_h}h_jr_jh_kr_k + \frac{b\rho w^2 Pop}{v_v}\sum_{i=1}^{N}h_i^2r_i$$

制約条件

$$Pop = \sum_{i=1}^{N}\rho w^2h_ir_i$$

$$(1-r_i)w^2 = wc^{-1}s_i\ ,\ \ i=1,2,\ldots,N$$

$$s_i = b\rho^2w^4\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}y_{jk}^ir_jh_jr_kh_k\ ,\ \ i=1,2,\ldots,N$$

$$h_i \geq 0\ ,\ \ i=1,2,\ldots,N$$

$$0 \leq r_i \leq 1\ ,\ \ i=1,2,\ldots,N$$

3. 速度と交通密度が弾力的に変化するモデル

2章で定式化したモデルにおいて，交通路が十分に広く，速度及び交通密度が一定であるという理想的な状態を考えた．しかし，現実にはすいている所と混んでいる所があり，交通密度と速度はひとつの値に固定されているわけではない．むしろ，交通量の多いところでは，速度を低下させて密度を上げ，通過する交通量を多くするという状況が生まれている．この章では，水平方向の移動に関してこのような交通容量と速度の関係を取り入れ，速度と交通密度が弾力的に変化するモデルを導く．

3.1. 交通における状態量

交通の流れを個々の交通主体に着目するのではなく，流れ全体の平均的な特性で把握する場合には，交通流率 (q)，交通密度 (k)，平均速度 (v) などの状態量が用いられる．単位幅の交通路において，交通流率とは単位時間内に一定点を通過する交通主体の数であり，交通

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

密度は交通路(単位幅)×(単位長さ)当たりの交通主体数である．平均速度は交通路上を移動している交通主体の速度の平均値である．これら状態量の間には次の関係が成り立つ[4].

$$q = kv \tag{3.1}$$

ここで，グリッド g_i について考える．g_i における交通路幅は $w(1-r_i)$ であり，単位時間あたりの通過交通量は s_i である．g_i の交通路を移動する人の速度を v_i として，グリッド g_i の交通路の状態を抽象的に表すと図2のようになる．図の地点Aを単位時間に通過した人数は s_i 人であり，単位幅の交通路あたりの通過人数（交通流率 q_i ）は，

$$q_i = \frac{s_i}{w(1-r_i)} \tag{3.2}$$

となる．図2の交通路の面積は $v_i(1-r_i)w$ であり，交通路上には s_i 人が存在するので交通密度 k_i は，

$$k_i = \frac{s_i}{w(1-r_i)v_i} \tag{3.3}$$

となる．

3.2. 速度と交通量

式(3.1)が成り立っていることから，3個の状態量の中でいずれか2個の状態量相互の関係を与えれば，残りの状態量との関係が定まる．これに対して，次のような関係がよく用いられる．図3にその関係を説明する模式的なグラフを示す．道路のある区間上の交通に対して，交通密度 k が0の状態では，平均速度 v は上限値 v_f（自由速度）をとり，交通流率 q は0である．グラフの実線部に示すように，道路が混雑しない範囲で密度 k が増加すると，速度 v は徐々に低下し，流率 q は増加していく．そして流率 q は最大値 $q_{\max}$ に達する．さらに密度を増加させると，速度の低下の度合いが卓越して流率は減少に転ずる（図3の破線）．最終的には，道路が車で覆われてしまって ($k = k_{\mathrm{jam}}$) 速度が0となり，流率も0となる．

図3の実線部分を利用すると，平均速度の低下と交通流率の増加とのトレードオフを表現することができる．しかし，現実の交通を対象とする場合のように図3の関係全体を考えると，ここの問題で扱う状態量である交通流率 q の値を定めたとき，対応する交通密度（および平均速度）の値は2個あることになる．どちらの値が実現するかは交通流の理論の助けを借りなければならない．残念ながら，問題に含まれている基本的な方程式が連続の条件だけであり，領域内の交通路面積自身が変数となっているので，そのような定式化は非常に難しい．したがって，ここでは，交通流率の上限値を最大値の手前に設定し，また，交通路にはボトルネックが生じないように設計されるとして，渋滞は発生せず，交通流率が平均速度の単調減少関数である部分だけが起こると仮定する．

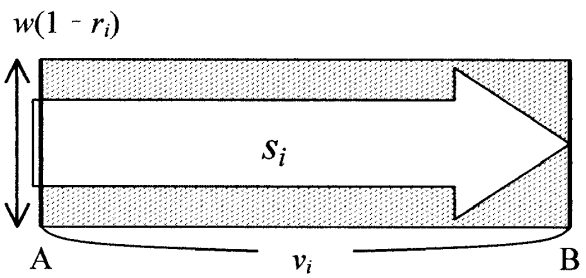


図2 g_i における単位時間の交通の進行

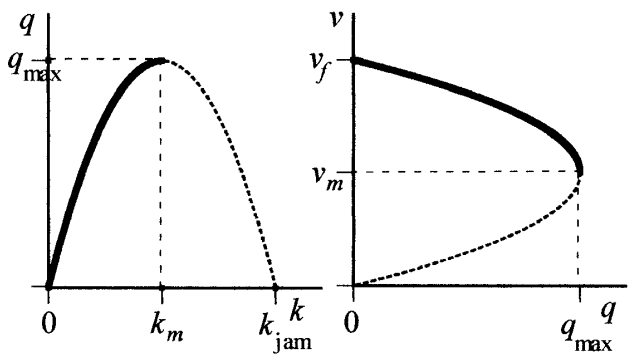


図3 交通流率 q，交通密度 k，平均速度 v の関係

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

具体的には，5章で用いる数値解法を容易にすることを考慮に入れて，交通流率 q と平均速度 v の関係が線形式であると仮定する．また，自由速度の半分である $0.5v_f$ までの速度低下を許し，そのときの交通流率を上限値 q_c とする．すなわち次式が成り立つと仮定する．

$$v = v_f(1 - \frac{q}{2q_c}) \tag{3.4}$$

このとき，速度と交通密度の関係式は，

$$v = \frac{2v_f q_c}{v_f k + 2q_c} \tag{3.5}$$

となる．図4にこれら状態量の関係を示す．式(3.4)に g_i における交通流率を代入すると，

$$v_i = v_f\Big(1 - \frac{s_i}{2q_c w(1 - r_i)}\Big) \tag{3.6}$$

となる．式(3.2)～(3.6)及び図4より，交通量の増加および交通路面積率の減少により交通流率と交通密度は増加し，速度が低下することが分かる．

また，交通が実行可能であるためには，

$$\frac{s_i}{w(1 - r_i)} \leq q_c \tag{3.7}$$

でなければならない．さらに，2.2節の交通容量 c を交通流率の下限として

$$c \leq \frac{s_i}{w(1 - r_i)} \tag{3.8}$$

という制約を加える．式(3.7)，(3.8)と式(3.6)から速度に関する条件

$$\frac{v_f}{2} \leq v_i \leq v_f(1 - \frac{c}{2q_c}) = v_h$$

を得る．交通流率が c の時，速度は最大値 v_h をとる．

ここで，交通流率の下限を設定したのは，交通需要に対して必要以上に広い交通路の建設を計画することは不自然であると考えたからである．3章のモデルだけであれば $c = 0$ としても構わない．一方，2章のモデルとの関係を考えると，領域内のすべての点で円滑な交通が保証された場合に対して，交通路を節約することによって総移動時間がどの程度短縮できるかを見るために，2章の c を下限としている．

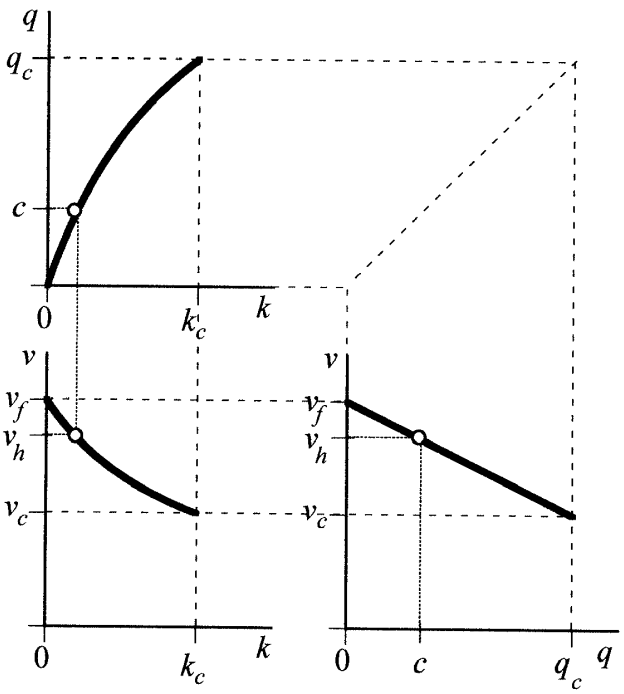


図4 式(3.4)にしたがう交通流率 q，交通密度 k，平均速度 v の関係

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

3.3. 水平方向移動時間

水平方向総移動時間について考える．グリッド g_i を通過するのにかかる時間 z_i は，g_i における速度を v_i として，

$$z_i = \frac{w}{v_i}$$

と表される．したがって，水平方向総移動時間の中で g_i において費やされる時間は，交通量 s_i にグリッドの通過時間 z_i をかけた $s_i z_i$ に等しい．水平方向総移動時間 T_h はすべてのグリッドについて，この費やされる時間を足し合わせたものなので，

$$T_h = \sum_{i=1}^{N} s_i z_i = \sum_{i=1}^{N} s_i \frac{w}{v_i}$$

となる．

一方，垂直方向の移動時間は2.2節と同様に式(2.1)で与えられ，総移動時間 T は，

$$T = \sum_{i=1}^{N} \frac{w s_i}{v_i} + \frac{b\rho w^2 Pop}{v_v} \sum_{i=1}^{N} r_i h_i^2$$

となる．

以上のように導いた関係を用いて，速度と交通密度が弾力的に変化する場合の総移動時間最小化問題を定式化する．

【モデルII】

変数 $\mathbf{h} = (h_1, h_2, \ldots, h_N)$, $\mathbf{x} = (r_1, r_2, \ldots, r_N)$

目的関数

$$\text{minimize } T = \sum_{i=1}^{N} \frac{w s_i}{v_i} + \frac{b\rho w^2 Pop}{v_v} \sum_{i=1}^{N} r_i h_i^2$$

制約条件

$$Pop = \sum_{i=1}^{N} \rho w^2 h_i r_i$$

$$v_i = v_f\Big(1 - \frac{s_i}{2q_c w(1-r_i)}\Big)\ ,\quad i = 1, 2, \ldots, N$$

$$s_i = b\rho^2 w^4 \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} y_{jk}^i r_j h_j r_k h_k\ ,\quad i = 1, 2, \ldots, N$$

$$h_i \geq 0\ ,\quad i = 1, 2, \ldots, N$$

$$0 \leq r_i \leq 1\ ,\quad i = 1, 2, \ldots, N$$

$$c \leq \frac{s_i}{w(1-r_i)} \leq q_c\ ,\quad i = 1, 2, \ldots, N$$

4. 左右経路選択

4.1. 左折経路と右折経路

これまで経路は，“全員が高々左折1回の経路を利用する”として考えてきた．しかし，その経路と等しい距離の経路はいくつも存在する．また3章の枠組みでは距離が最短でなくても，最短時間の経路があり得る．そのような経路を選択できるとする場合の最も簡単なものとして，物理的な距離が最短であり，かつ方向転換の回数が最小である，左折1回の経路と右折1回の経路のどちらかを選択をできるものとしよう[1]．たとえば図5のように出発

[1]出発地と目的地の間の経路を前もって定めておけば，上記以外の経路を考えることができる．しかし，必要な記憶容量が増加する．この事情はネットワーク問題において経路による表現を用いた場合と同様である．

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

地と目的地が存在する場合，右折経路を選択すれば混雑する中心部を避けることができる．移動する人に対して，その出発地と目的地ごとに経路選択を強制することが可能であれば，中心部への交通量の集中を防いで全体に分散させることができる．これによって，利便性に富む中心部に人を集めながら，総移動時間を減少させることが期待できる．

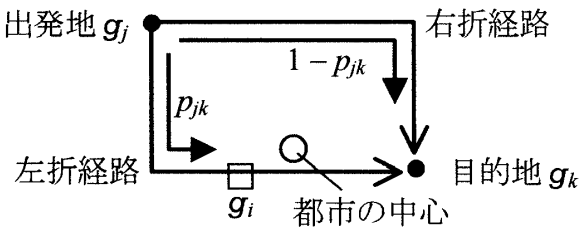


図 5 左折経路と右折経路

4.2. 経路選択

図5より明らかなように，任意のグリッド対 (g_j, g_k) において，$g_j \to g_k$ の左折経路と $g_k \to g_j$ の右折経路が通過するグリッドは等しい．g_j を出発して g_k に終わる交通量の中で，$g_j \to g_k$ の左折経路を利用する割合を p_{jk}，$g_j \to g_k$ の右折経路を利用する割合を $1-p_{jk}$ とする．人の動く向きに依存する量は現れないので，対称性より $g_k \to g_j$ の左折経路を利用する割合 p_{kj} は $1-p_{jk}$ と等しい．したがって，次の関係が成り立つ．

$$p_{jk} + p_{kj} = 1\,, \quad 0 \le p_{jk} \le 1\,, \quad j,k = 1,2,\ldots,N$$

次に交通量について考える．g_j から g_k への交通に対して左折経路と右折経路の両方を考えたときに，グリッド g_i を通過する人数は，

$$(p_{jk}y^i_{jk} + (1-p_{jk})y^i_{kj})(b\rho^2 w^4 h_j r_j h_k r_k) = (p_{jk}y^i_{jk} + p_{kj}y^i_{kj})(b\rho^2 w^4 h_j r_j h_k r_k)$$

となる．したがって，g_i を通過する交通量は次式で与えられる．

$$s_i = 2b\rho^2 w^4 \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} y^i_{jk} p_{jk} h_j r_j h_k r_k\,, \quad i = 1,2,\ldots,N$$

以上のように導いた関係を用いて，左右経路選択をおこなう場合の総移動時間最小化問題を定式化する．

【モデルⅢ】

変数 $\mathbf{h} = (h_1, h_2, \ldots, h_N)$, $\mathbf{x} = (r_1, r_2, \ldots, r_N)$, $\mathbf{p} = (p_{jk})$, $(j,k = 1,2,\ldots,N)$

目的関数

$$\text{minimize } T = \sum_{i=1}^{N} \frac{w s_i}{v_i} + \frac{b\rho w^2 Pop}{v_v} \sum_{i=1}^{N} r_i h_i^2$$

制約条件

$$Pop = \sum_{i=1}^{N} \rho w^2 h_i r_i$$

$$v_i = v_f\Big(1 - \frac{s_i}{2q_c w(1-r_i)}\Big)\,, \quad i = 1,2,\ldots,N$$

$$s_i = 2b\rho^2 w^4 \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} y^i_{jk} p_{jk} r_j h_j r_k h_k\,, \quad i = 1,2,\ldots,N$$

$$h_i \ge 0\,, \quad 0 \le r_i \le 1\,, \quad i = 1,2,\ldots,N$$

$$c \le \frac{s_i}{w(1-r_i)} \le q_c\,, \quad i = 1,2,\ldots,N$$

$$p_{jk} + p_{kj} = 1\,, \quad 0 \le p_{jk} \le 1\,, \quad j,k = 1,2,\ldots,N$$

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

5. 計算例

3つのモデル間の関係を見ると，モデルⅡはモデルⅢの経路選択について $p_{jk}=1$ という制限をつけたものであり，モデルⅠはモデルⅡの交通容量を一定，

$$\frac{s_i}{w(1-r_i)}=c$$

としたものである．

各パラメータの値を以下のように与えたときの計算結果を示す．

$$W=2000[m],\quad N=400(20\times 20),\quad w=100[m],$$
$$\rho=0.01[人/m^3],\quad b=10^{-5}[対/時],\quad v_f=10000[m/時],$$
$$v_v=1000[m/時],\quad c=2000[人/m/時],\quad q_c=5\times c$$

各モデルに対して，総人口を10万人から70万人まで増加させたときの総移動時間の変化を図6に，平均移動時間の変化を図7に示す．モデルⅡとⅢ，およびモデルⅠの人口が少ない場合に，平均移動時間は人口の1次式のように増加し，総移動時間は，人口の2乗に比例する交通発生量がかかるので，それよりも急速に増加している．

各モデルの移動時間の差は水平移動時間に現れており，水平移動に関する制約条件が緩くなるモデルⅠ，Ⅱ，Ⅲの順に移動時間が短くなる．総人口が30万人以下のときには，モデルⅠとⅡの移動時間の差はほとんどないが，それよりも総人口が増加するにしたがってその差が広がっている．モデルⅠの人口が70万人のときに移動時間が急激に増えているのは，中心部において必要となる交通路面積がグリッドの面積に近づき，建物の高さが非常に高くなっているためである．

図8は，総人口10万人から70万人に対する各モデルの交通路面積率の平均値と最大値を，図9は交通路面積と全都市面積（交通路面積とすべての建物の底面積の和）を示している．

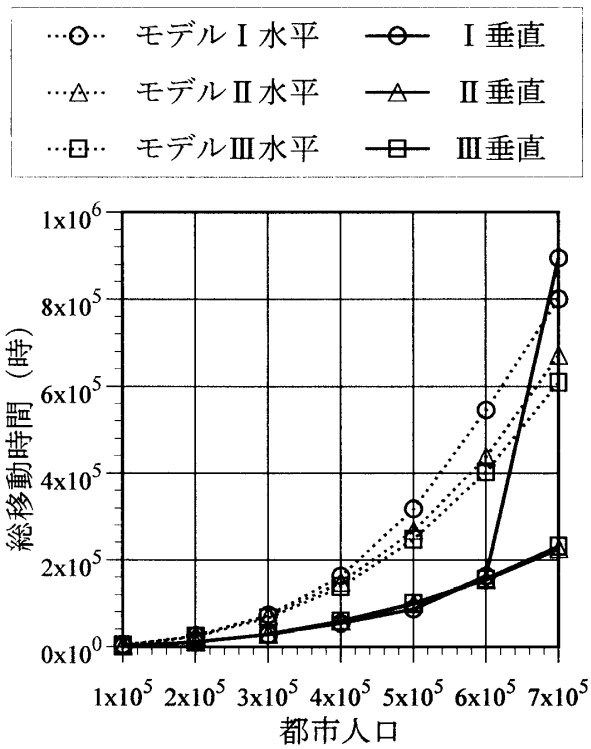


図6 水平方向と垂直方向の総移動時間

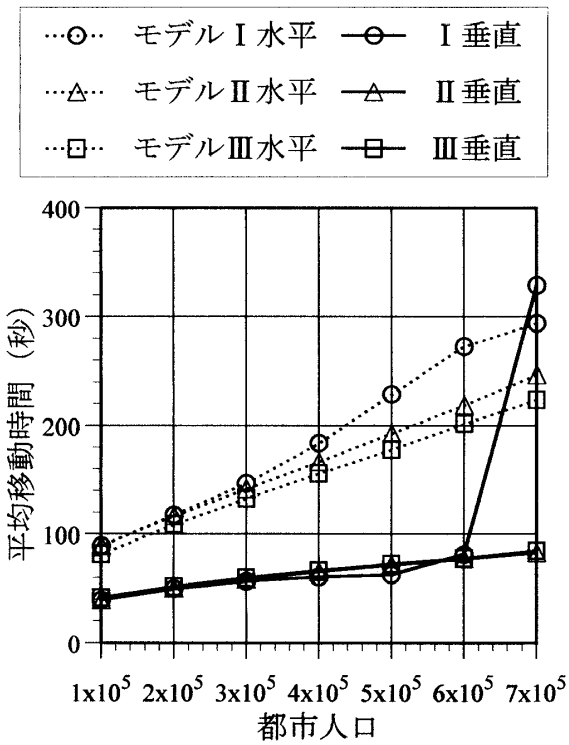


図7 水平方向と垂直方向の平均移動時間

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

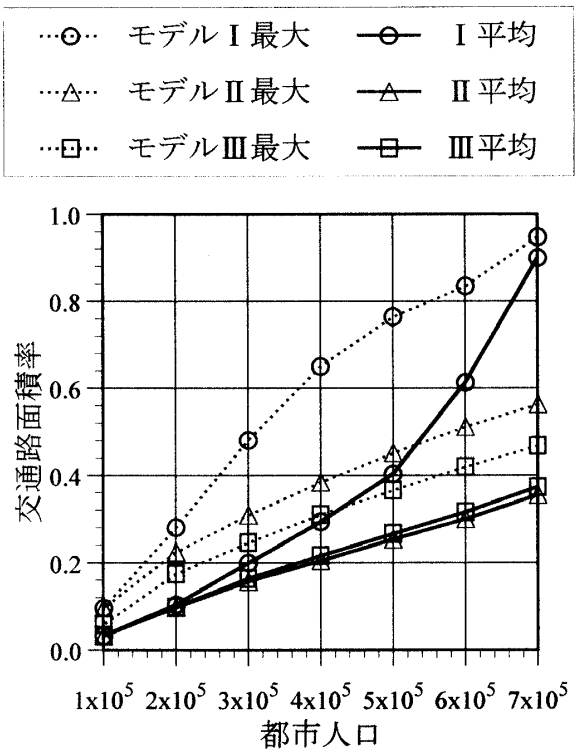


図8 平均交通路面積率と最大交通路面積率

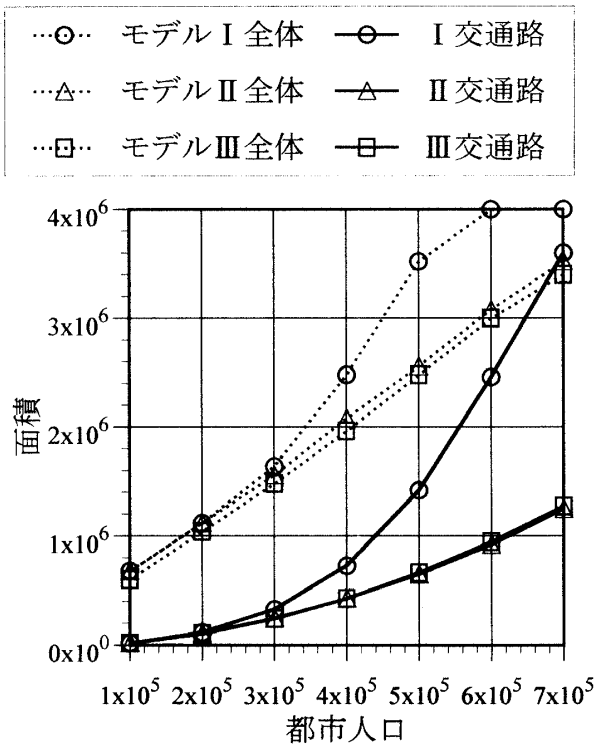


図9 交通路面積と全都市利用面積

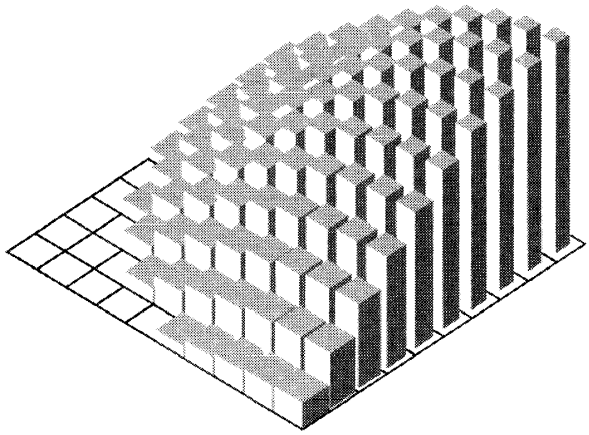
総人口が50万人のときの建物の高さ分布，交通路面積率分布，人口分布，速度分布をそれぞれ図10，11，12，13に示す．それぞれのグラフにおいて最小値は0であり，最大値は図中に示した．図10の建物の底面積と高さは数値解に合わせてあり，ただし，高さは水平方向の長さの10倍に強調してある．各モデルの平均移動時間は次の通りである．

	平均移動時間[秒]
モデルⅠ	292
モデルⅡ	265
モデルⅢ	251

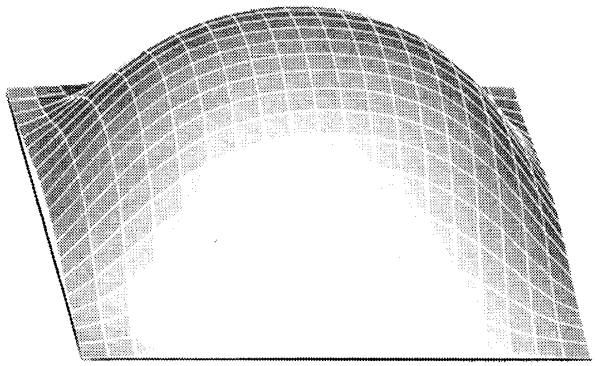
上に示すように，モデルⅡはモデルⅠよりも移動時間を約10%減少させることができている．建物の高さの分布（図10）をみると，モデルⅡの建物はモデルⅠの建物よりも低く，また，モデルⅠでは周辺部にも高い建物が建っている．この違いは交通路面積率（図11および図8）の差が現れたものである．モデルⅠの交通路面積率は中心部で0.7以上と非常に高い値をとり，都市全体でも多くの交通路を必要としているのに対し，モデルⅡでは中心部でも0.5以下である．交通路面積率が高いと建物の底面積が狭く，多くの人口を収容するためには建物を高くしなければならない．これは垂直方向の移動時間を増加させることにつながる．また，水平方向に都市領域を広げて人口を収容することが可能であるが，これは水平方向の移動時間を増加させる．

一方，モデルⅡでは速度を下げることによって交通容量を増加させることが可能であるため，図13に示すように速度を低下させて交通容量を稼いでいる．これによって建物を高くせずに人口を中心部に集めて都市の広がりをおさえることができる（図12）．交通量の多い中心部における速度低下と移動時間の増加に対して，都市をコンパクトにできたことの時間

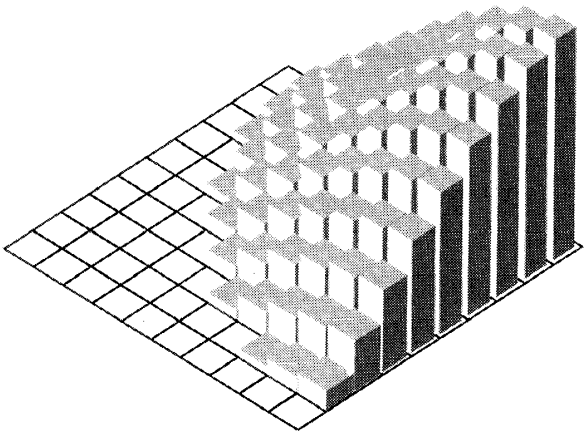
Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.



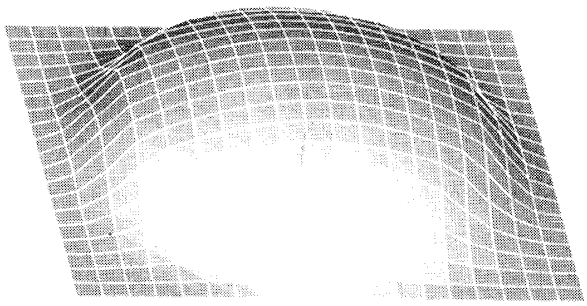
(a)モデルⅠ　最高値 80m



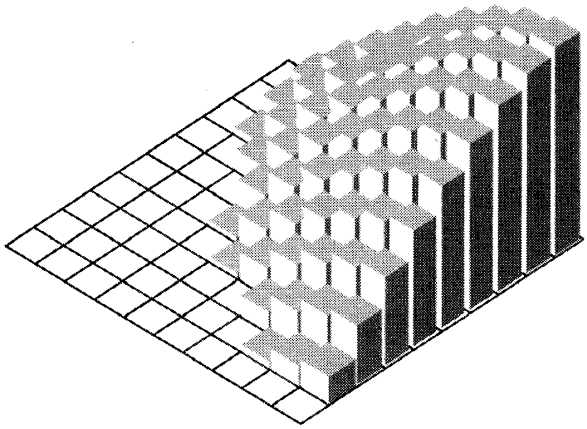
(a)モデルⅠ　最高値 0.77



(b)モデルⅡ　最高値 70m

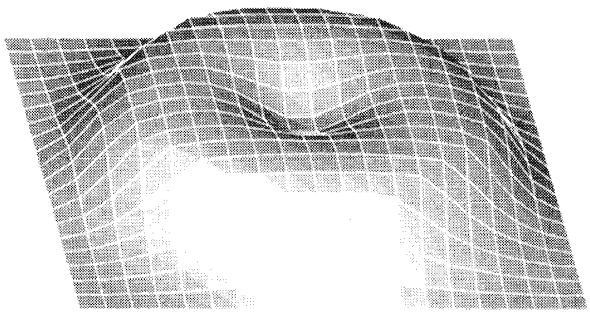


(b)モデルⅡ　最高値 0.45



(c)モデルⅢ　最高値 66m

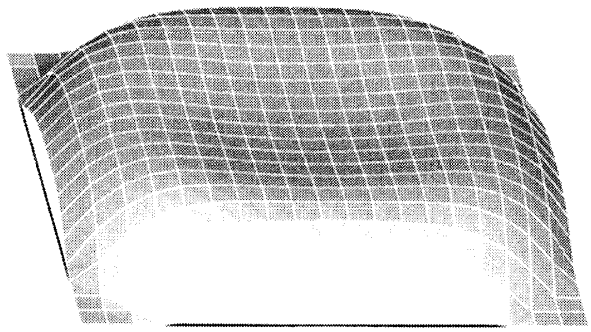
図 10 建物の高さ分布（人口 50 万）



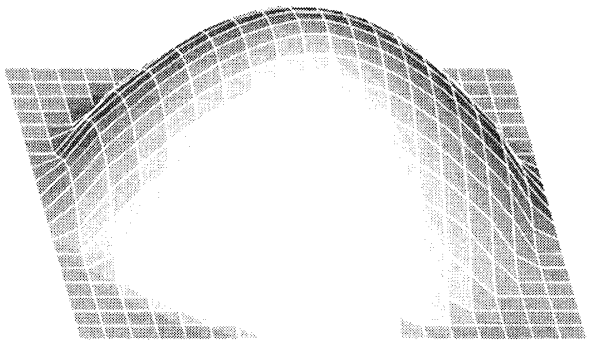
(c)モデルⅢ　最高 0.37(中心の値 0.22)

図 11 交通路面積率分布（人口 50 万）

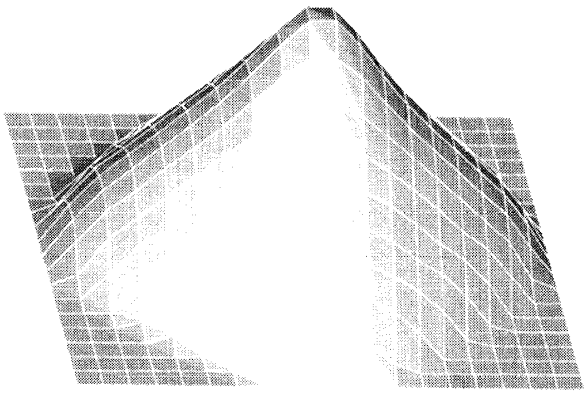
Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.



(a)モデルⅠ 最高値 1800 人(中心の値 1500)

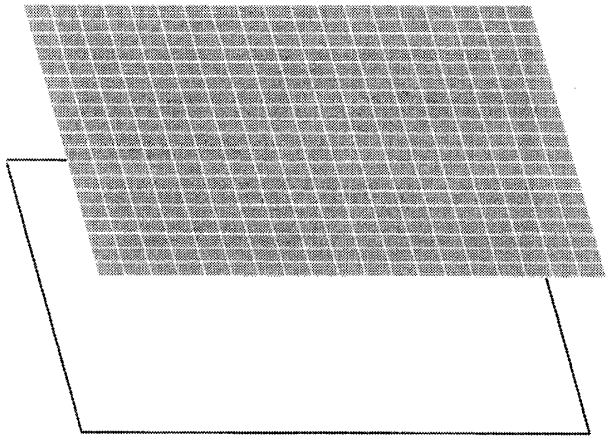


(b)モデルⅡ 最高値 3800 人

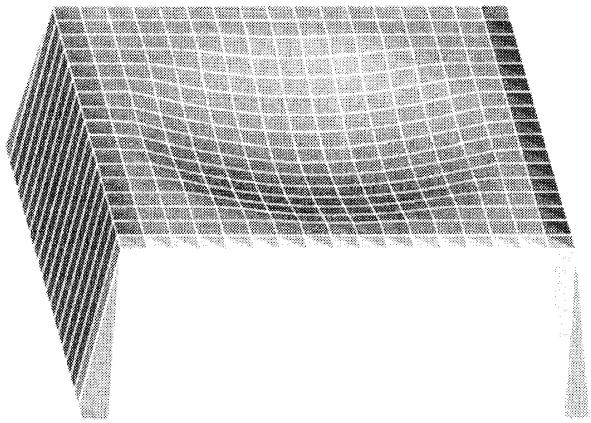


(c)モデルⅢ 最高値 5100 人

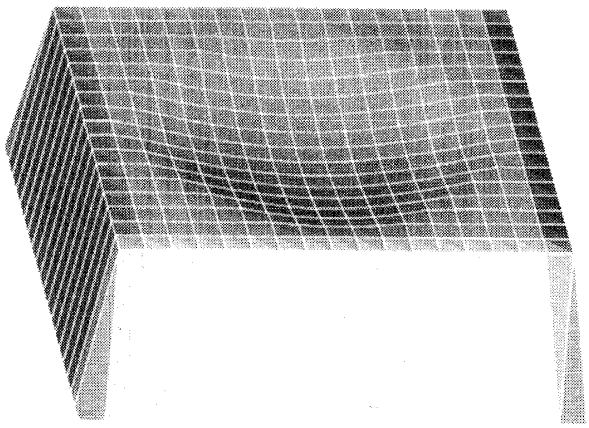
図 12 人口分布（人口 50 万）



(a)モデルⅠ 9000m/時(一定)



(b)モデルⅡ 最低値 7400 m/時



(c)モデルⅢ 最低値 7500 m/時

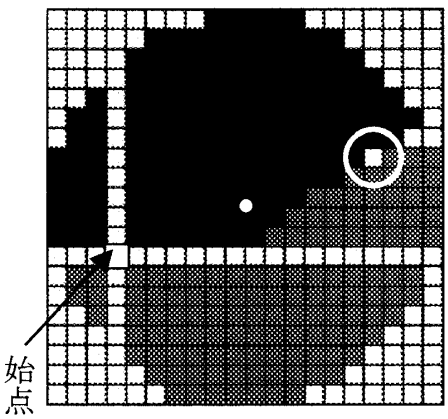
図 13 速度分布（人口 50 万）

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

短縮効果がそれを上回っているといえる．

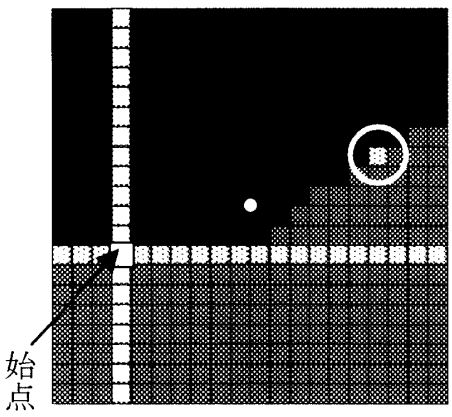
モデルⅢはモデルⅡよりも移動時間を約5% 減少させることができる．建物の高さの分布(図10)を比較すると，モデルⅢではわずかだが中心部の建物が低くなり，周辺部の建物が高くなっている．一方，交通路面積率（図11）には明らかな差が見られる．モデルⅢの交通路面積率は，都市の中心部の値が低くなり，中心部よりもその周囲の値が高くなっている．これは経路選択により中心部を通過していた交通が分散し，速度低下の影響が交通量の大きな経路に及ばないようにできたためである．これにより中心部では居住地面積が増え人口が中心部に集まっている．

モデルⅢの計算例における経路選択の様子を見てみよう．図14は矢印で示した始点から他のグリッドへの経路選択の様子を示したものである．都市の端で，経路の選択がどちらか一方に定まらないグリッドは，その人口が非常に小さく，総移動時間に与える影響は非常に小さい．それ以外で，半分が左折経路もう半分が右折経路を利用しているグリッドを円で囲んで示す．また，その他のグリッドではどちらか一方の経路を利用する割合がほぼ1である．図15は，図14と同じグリッドを始点としたときに，終点となる各グリッドに対して，“経路上にあるグリッドの中心から都市の中心までの距離の平均”が，左折経路と右折経路でどちらが長いかを示している．図15において円で囲ったグリッドは左右どちらの経路を通ってもこの距離の平均は等しくなっており，図14において二つの経路が半分ずつ選択されている状態に対応している．図14と図15は人口が非常に小さい端の部分を除いてほぼ一致している．また，始点を変えた場合にも同様の結果が得られている．この計算例からは，経路選択のルールは“経路上にあるグリッドの中心と都市の中心との距離の平均値が長い経路を選択する”と言えるであろう．



全員が左折経路を利用
全員が右折経路を利用
それ以外

図 14. モデルⅢの経路選択



左折経路の方が中心から遠い
右折経路の方が中心から遠い
等距離

図 15 経路上のグリッドの中心と都市の中心の平均距離

6. おわりに

本研究では，総移動時間の最小化という観点から，都市を高層に作るか低層に作るか，都心部において交通路を節約して人が居住する場所として土地を利用するにはどのような手段があるのか，といった非常に大まかな都市の構造について，交通路面積が必要であること

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

を陽に表して考えるためのモデルを提案した．本論文では問題の定式化に力を注ぎ，非常に簡単な例題について計算が可能であることを示した．最初に述べたように，各点の土地利用に関して，その点の居住者面積と，領域全体の居住者分布の関数である交通路面積が競合するという制約条件がある．そのため，解析解を得ることが難しく，また[6]で行ったような，パラメータの変化に対する解の振る舞いの解析を行うことができなかった．実際の交通機関を想定したパラメータの選択を行い，より現実的な計算例を示すこととともに，今後の課題としたい．ここまでの範囲で分かったことは以下の通りである．

仮想的な都市を対象として，人の対を単位として発生する交通の総移動時間を最小にするような都市構造を決定するモデルを導いた．本論文における都市構造とはグリッドごとに分けた地域の建物の高さ，居住地と交通路の配分，速度と交通流率（交通容量），および左折経路と右折経路の選択である．このモデルでは，都市に収容する総人口が増えた場合に，交通需要に応じて十分な交通路を確保すると中心部の交通路面積率が非常に高くなってしまう．ここで，速度を低下させることによって交通容量を増やすという規則を導入すると，中心部の速度を低下させたにもかかわらず，総移動時間を改善させることにつながることが分かった．さらに，始点終点間の経路選択を許すことによって，中心部に集中していた交通を分散させ，交通路面積率を下げることを可能とした．これによって，居住地面積が増えた中心部に人口を集めることができるために，さらに総移動時間が短縮された．

参考文献

[1] 秋澤 淳，茅 陽一：道路混雑度一定の都市モデルに基づく総トリップ長を最小化する土地利用構造．*T.IEE Japan*, **115**-C-9(1995) 1072-1078.

[2] 腰塚 武志：コンパクトな都市のプロポーション．日本都市計画学会学術研究論文集 第30号(1995) 499-504.

[3] 奥平 耕造：都市工学読本（彰国社，1976）．

[4] 大蔵 泉：交通工学（コロナ社，1993）．

[5] 鈴木 勉：都市の立体的形態と移動負荷．日本オペレーションズリサーチ学会1993年度秋季研究発表会アブストラクト集(1993) 140-141.

[6] 田口 東：都市空間の道路と住居への配分．*Journal of the Operations Research Society of Japan*, **38**-4(1995) 398-408.

Azuma Taguchi
Department of Information Science and Engineering
Chuo University
1-13-27 Kasuga, Bunkyo-ku,Tokyo, Japan
E-mail: taguchi@ise.chuo-u.ac.jp

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

ABSTRACT

A MODEL FOR URBAN SPACE ALLOCATION TO TRANSPORTATION AREA AND RESIDENTIAL AREA

Toru Kobayashi
Hitachi, Ltd.

Azuma Taguchi
Chuo University

In this paper, we develop an urban space model that describes travel demand as well as distributions of residential area and transportation area. The area considered is a square consisting of square zones laid on a grid pattern. In each zone i, land is allocated to residential area and transportation area, and only one building is built on the residential area. The population density is assumed to be constant so that the size of the building is proportional to the number of residents x_i in zone i. The principle that plays an important role in this model is that the transportation area must have sufficient capacity to manage the traffic passing there. Therefore, if the traffic volume in a zone is large, the area available for the site of a building becomes small. In this case, the population in that zone should be small, or the building should be high to accommodate large population and this leads to increase the travel time in the building.

Trip generation and trip distribution in our model are performed very simply in the sense that for each pair of residents, one trip is made in unit time with constant probability b. The residents in each zone are aggregated so that the number trips originates in zone i and terminates in zone j is bx_ix_j. A route followed by a trip consists of three parts. One starts a trip at his or her location and goes down to the ground, then follows one of the alternative route on land and finally goes up to the location of the other. We consider two alternative routes on land, both are the shortest distance routes with respect to L_1 metric, one route contains only one left-turn, and the other contains only one right-turn. In order to determine the necesary transportation area in each zone in terms of the traffic volume passing through it, we introduce the transportation capacity of unit area of road and define it as a function of vehicle speed. We also introduce the congestion phenomena in such a way that capacity increases linearly from in light traffic condition to heavy traffic condition as vehicle speed decreases.

The system principle of our model is to minimize the total travel time of trips between the residents' locations. We define the minimization problem whose variables are the population x_i in each zone i and the route choice probability between each pair of zones. We solve some numerical examples using three slightly different models. The first one is the least flexible one, the capacity and the speed are fixed and the route between origin and destination is specified to one left-turn only. In this case, as the population of the whole area becomes large, the traffic volume passing through the central district increases so that the height of the buildings as well as the travel time consumed there grows rapidly. The second one adopts the functional relation such that the capacity of unit transportation area can be increased in the cost of decrease in vehicle speed. This moderates the rapid increase in the proportion of transportation area especially in the central district. In the last one, trips between each OD zones can be assigned to each one of the alternative routes. This brings to a solution such remarkable feature that the proportion of transportation area in the central district is lower than that in surrounding area.

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.