Journal of the Operations Research
Society of Japan
Vol. 42, No. 4, December 1999

複数の評価者を想定した大規模 AHP の提案と人事評価への適用

八巻直一　　関谷和之
静岡大学

(受理 1998 年 3 月 23 日；再受理 1999 年 5 月 31 日)

和文概要　従来の AHP は比較的少数の代替案について，単一評価者により全一対比較を行うことを前提としており，代替案が多数でかつ複数評価者が存在する場合には対応できない．ここでは，複数評価者が存在し，評価項目，代替案が多数の場合にも適用できるように AHP の枠組みを拡張した．この枠組みを人事評価に適用し，その有効性を検証した．

1. はじめに

意思決定支援手法の１つである階層的分析法 AHP(Analytic Hierarchy Process) は，主観的評価を伴う評価項目あるいは代替案の相対比較を定量化する手法として有効であることが知られている [17]．AHP を用いる意思決定者は，例えば n 個の代替案に対して代替案間の一対比較値 x_{ij} を与え，一対比較行列 $X=[x_{ij}]\in R^{n\times n}$ から，各代替案の重要度 w_i を推定する．x_{ij} は，代替案 i に対する代替案 j の重要度の比率であり，通常の AHP では $x_{ij}>0$ かつ $x_{ij}x_{ji}=1$ である．もし，X のすべての要素について $x_{ik}x_{kj}=x_{ij}$ が成り立つならば，X を完全整合行列と呼び，このとき $x_{ij}=w_i/w_j$ となる重要度ベクトル $w=(w_1,\ldots,w_n)^T$ が決定される．X が完全整合行列でないとき，w はある種の推定結果として与えられ，推定方法としては幾何平均法と固有ベクトル法が知られている [9]．

AHP では，複数の評価項目の重要度を算定することを第１段階とする．このとき，評価項目の階層構造化が行われ，各階層毎に評価項目間の一対比較値に基づいて，評価項目の重要度が算定される．第２段階では，各評価項目毎に代替案間の一対比較を行う．ついで，各評価項目の代替案間の一対比較値から，各評価項目における代替案の重要度ベクトルが算定される．これらの重要度ベクトルを加法系統合ルールに従って統合し，各代替案の総合重要度を求める．

第１，２段階で重要度ベクトルを推定するとき，AHP では通常，評価項目間のすべての一対比較および各評価項目における代替案間のすべての一対比較をすることが前提である．評価項目の数もしくは代替案の数が大きい場合は，すべての一対比較の組合せの数は，爆発的に増加する．そのため，全一対比較を行うことが困難となるため，情報の欠落が起こる．情報欠落に対する重要度ベクトルの推定に対して，ハーカー法 [4, 5, 15, 16] をはじめ幾つかの方法 [11, 14] が提案されている．それらは単数の評価者による全一対比較のうち，ごく一部が欠落している場合を想定している．全一対比較が与えられない場合は，通常の AHP では不完全データ（[13] では不完全情報と呼ぶ）であって情報欠落として処理されている．

意思決定が単数の評価者でなく，複数の評価者の合意に基づいて行われることがある．こ

の場合に AHP を適用すると，同一の代替案間の一対比較値が重複して存在する．従来のAHP を複数の評価者による意思決定に拡張する試みは，Basak ら [2] や山田ら [21] が行っているが，それらは全一対比較を前提としているため，情報欠落に対する重要度ベクトルの推定には，そのまま適用できない．

複数の評価者と，多数の代替案のある例として人事評価が挙げられる．人事評価に対するAHP の適用は山田ら [21] や八巻ら [20]，大村 [8] によって，試みられている．仕事におけるワーカの成果は，ごく少数の例外を除いてデータだけで定量化されることはなく，成果の相当の部分が評価者の主観的評価に依存する．このことが，評価査定の柔軟性をもたらしている反面，評価対象者の不満の原因でもある．したがって，主観的評価を科学的に取り扱うAHP を適用できるならば，評価プロセスが評価対象者にとって，より透明で納得いくものとなり得るであろう．

しかしながら，人事評価を通常の AHP の枠組みで捉えると, 以下の 3 つの問題がある．

1. 評価者が複数人存在する．場合によって，評価者がかなり多数となる．
2. 評価対象者（代替案に相当）が多数存在し，かつ異なる部署に別れているので，すべての評価対象者間の成果の一対比較は事実上不可能である．その理由として，全一対比較の作業量が莫大であるばかりでなく，たとえば仕事の種類が異なる評価対象者間の一対比較は困難である，といったことが挙げられる．
3. ある評価対象者が，複数の評価者によって評価されることがある．たとえば，評価期間の中途で仕事の種類が変わった場合などに，そのような現象が起きる．

このような問題点から，人事評価に従来の AHP をそのまま適用することは不可能であり，以下のような機能が実現される必要がある．

1. 評価者が複数なので，複数の評価者の存在を前提としたモデルが実現されること．
2. 評価対象者が非常に多いため，全一対比較のごく一部が得られているにすぎないことを前提とした重要度の算出手法が確立されること．

人事評価の問題例は特殊なものではなく，たとえばネットワーク上でのグループウェアなどではむしろ普通に起こる問題といえよう．したがって，上記の機能 1，2 を有するようにAHP を拡張することは重要である．

本稿では，複数の評価者が多数の代替案（評価項目）に対して一対比較することにより重要度を求める問題を大規模な問題と呼び，AHP を大規模な問題に対して適用するように拡張することを目的とする．大規模な問題に適用可能な AHP を,「大規模 AHP」と呼ぶことにする．一般に大規模 AHP では一対比較値の欠落，重複が存在する．

以下，第 2 節では 大規模 AHP の定義とモデルの構築について述べる．第 3 節では大規模AHP の重要度ベクトルの導出方法と，ここで与えられた重要度ベクトルの導出法と幾何平均法との関係を述べる．第 4 節では人事評価への大規模 AHP の適用の事例を示す．さらに大規模 AHP の数理計画モデルを提示し，人事評価の事例への適用を示す．最後に，大規模AHP の枠組みについて, 今後の研究課題を述べる．

2. 大規模 AHP のモデル

本節では，大規模 AHP での一対比較値群を適切に表現する形式を論じる．従来から用いられてきた一対比較行列という形式ではなく，グラフ，ネットワークを利用した形式 [19] を用

いる.

2.1. 大規模 AHP での一対比較の評価の方法

通常の AHP では，同一階層の評価項目間の一対比較に対して，評価者が全一対比較を行うことを前提とする．各評価項目に対して評価者が代替案間での一対比較する場合も同様である．本稿で提案する一対比較の評価法は以下の通りである．

大規模 AHP での一対比較による評価の方法： 各評価者が相対評価できる代替案（評価項目）間のみの一対比較を行い，一対比較による相対評価を行わない代替案（評価項目）対を許す．相対評価された代替案（評価項目）間には一対比較値を割り当てる．

ここでの一対比較による相対評価は言葉による数段階の評価尺度であり，それぞれに段階の評価尺度に対して，ある正数を割り当てることで一対比較値とする．また，一対比較値の逆数対称性の仮定「代替案（評価項目）i に対して代替案（評価項目）j の一対比較値が x_{ij} であれば，代替案（評価項目）j に対して代替案（評価項目）i の一対比較値 x_{ji} は $x_{ji} = 1/x_{ij}$ であること」を仮定する．

2.2. 一対比較グラフと代替案（評価項目）のグループ分割

以降で説明する一対比較値群の表現形式は，評価項目間の相対評価について，あるいは各評価項目に対する代替案間の相対評価についても同様であるので，ここでは各評価項目に対する代替案間の相対評価で記述する．

評価者は L 人とし，代替案を n 個とする．このとき第 l 評価者が一対比較した代替案対の集合を

$$K_l = \{\,(i,j)\,|\,\text{代替案}\,i,j(1 \leq i < j \leq n)\ \text{は第}\,l\,\text{評価者によって相対評価された.}\}$$

とする．第 l 評価者が代替案 i に対して代替案 j を一対比較した場合，その一対比較値を x^l_{ij} とする．

いずれかの評価者によって一対比較された代替案対の集合 K は $K = \cup_{l=1}^{L} K_l$ であり，また，いずれの評価者からも一対比較されなかった代替案対の集合 $\bar{K}$ は

$$\bar{K} = \{\,(i,j)\,|\,1 \leq i < j \leq n\} \setminus K \tag{2.1}$$

である．$\bar{K} \neq \emptyset$ であれば，一対比較されなかった代替案対が存在し，逆も成り立つ．本稿では各評価者が一対比較しない代替案対の存在も許すので，$\bar{K} \neq \emptyset$ となる場合もありえる．そこで，全代替案対の中で一対比較された代替案対を示すために，代替案 i を点 i に対応させて，点集合 $V = \{1, \ldots, n\}$ と有向な並列枝の集合 E から構成されるグラフ $G = (V, E)$ を考える．ここで各枝は各評価者 $l = 1, \ldots, L$ 毎に代替案 i, j が $(i, j) \in K_l$ であれば，またその時に限り点 i から点 j へ枝を結ぶこととことで与えられる．このグラフを一対比較グラフ G と呼ぶ．

第 l_1 評価者と第 $l_2(\neq l_1)$ 評価者が重複して代替案 $i, j(i < j)$ を一対比較したならば，グラフ G で点 i から点 j への枝は 2 本以上存在する．したがって一対比較グラフ G の枝数は $|E| = \sum_{l=1}^{L} |K_l| \geq |K|$ である．$|K| < |E|$ であれば，ある代替案対に対して重複評価が存在し，逆も成り立つ．

いずれかの評価者により一対比較された代替案 i, j に対して，グラフ G では点 i と点 j を結ぶ枝が存在している．枝の始点と終点に対応する代替案は直接比較されたと呼ぶ．グラフ G で 2 本以上の枝を含む道により結ばれる点対が存在した場合，この点対に対応する代

替案は間接比較されたと呼ぶ．つまりグラフ G の連結成分内の各点対に対応する代替案対は直接比較，間接比較されており，相異なる連結成分間に含まれる点対は直接比較，間接比較されていない．グラフ G の同一連結成分内に含まれる点に対応する代替案は同一グループに分類することで，全代替案はグループに分割される．そこで，第１段階では同一グループ内の代替案の重要度を算出し，もし２つ以上の連結成分がグラフ G に含まれており，かつ，相異なるグループに含まれる代替案間での相対比較が必要であれば，第２段階としてグループ間での評価を行う．このような２段階からなる評価を提案する．

2.3. 一対比較ネットワークと誤差モデル

枝で点対が結ばれている関係を示す一対比較グラフ G の接続行列を $A \in R^{n\times|E|}$ とする．

簡単な例を用いて，大規模 AHP の一対比較の評価の構造を明らかにする一対比較グラフと，その接続行列の関係を示す．

例１ ２人の評価者が５個の代替案 $\{1,\ldots,5\}$ について，$K_1 = \{(1,2),(1,3),(2,4),(3,4),(3,5)\}$, $K_2 = \{(1,4),(3,4),(4,5)\}$ を得た．それぞれの評価の一対比較値は x^l_{ij} $((i,j)\in K_l,\ l = 1,2)$ である．

例１の場合の接続行列 A と一対比較グラフ G をそれぞれ図１と図３に示す．第１評価者と

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad \tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{x}^1_{12} \\ \tilde{x}^1_{13} \\ \tilde{x}^2_{14} \\ \tilde{x}^1_{24} \\ \tilde{x}^1_{34} \\ \tilde{x}^2_{34} \\ \tilde{x}^1_{35} \\ \tilde{x}^2_{45} \end{bmatrix}$$

図 1: 一対比較グラフ G の接続行列 A　　図 2: 一対比較グラフ G のカットベクトル $\tilde{x}$

第２評価者ともに代替案３，４を一対比較したので，始点を点３，終点を点４とする枝が２本存在する．

「単独の評価者 $(L = 1)$ により全代替案に対して一対比較することで得た一対比較値 $x^1_{ij}(i,j = 1,\ldots,n)$ が完全整合した場合，かつその時に限り，$w_i/w_j = x^1_{ij}$ $(i,j = 1,\ldots,n)$ となる代替案の重要度ベクトル $w = (w_1,\ldots,w_n)^T$ が存在する．」ということが知られている．そこで，この事実から類推して，代替案のある重要度ベクトル $w = (w_1,\ldots,w_n)^T$ に対して，各評価者 $l = 1,\ldots,L$ による一対比較値 $x^l_{ij}((i,j)\in K_l)$ は $w_i/w_j = x^l_{ij}$ である場合が理想的な一対比較値であると考える．つまり，評価された一対比較値 x^l_{ij} はある重要度の比 w_i/w_j から偶然誤差によって乖離が以下のように生じているものと仮定する [2, 13, 18]．

$$x^l_{ij} = \frac{w_i}{w_j}\epsilon^l_{ij} \tag{2.2}$$

ここで，ϵ^l_{ij} は誤差項である．

今後，式を簡単にするために，正の要素からなるベクトル z に対して，z の各要素を対数変換して得られるベクトルを $\tilde{z}$ とする．スカラーに対しても同様とする．式 (2.2) の両辺に対数変換を行うと

$$\tilde{x}^l_{ij} = \tilde{w}_i - \tilde{w}_j + \tilde{\epsilon}^l_{ij} \tag{2.3}$$

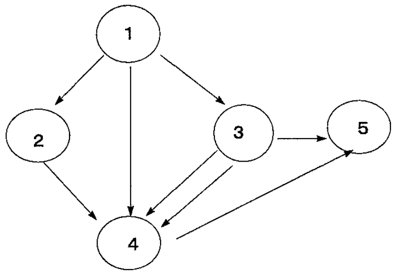

図 3: 例 1 の一対比較グラフ

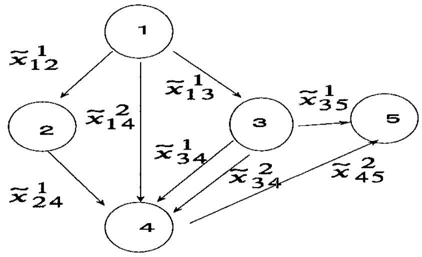

図 4: 例 1 の一対比較ネットワーク

である．一対比較値の逆数対称性の仮定 $x^l_{ij} = 1/x^l_{ji}$ により $\tilde{x}^l_{ij} = -\tilde{x}^l_{ji}$，さらに式 (2.2) から $\epsilon^l_{ij} = 1/\epsilon^l_{ji}$，すなわち，$\tilde{\epsilon}^l_{ij} = -\tilde{\epsilon}^l_{ji}$ となる．従って (2.3) は $1 \le i < j \le n$ の範囲で考えればよい．

$|E|$ 次元ベクトル $\tilde{x}$ を接続行列 A の列に割り当てられた枝の並びに沿って $\tilde{x}^l_{ij}$ を並べたベクトルとする．$\tilde{x}$ は一般に一対比較グラフ G のカットベクトルと呼ばれている．

各評価者 $l = 1, \dots, L$ が代替案対 $(i,j) \in K_l$ に対して，与えた評価が x^l_{ij} であれば，一対比較グラフ G の点 i から点 j への枝の値は $\tilde{x}^l_{ij}$ とする．これらの値 $\tilde{x}^l_{ij}((i,j) \in K_l(l = 1, \dots, L))$ を含めた一対比較グラフ G を一対比較ネットワーク $\mathcal{N}$ と呼ぶ．例 1 の一対比較ネットワーク $\mathcal{N}$ とカットベクトル $\tilde{x}$ をそれぞれ図 2，図 4 で与える．一対比較ネットワーク $\mathcal{N}$ の接続行列 A とカットベクトル $\tilde{x}$ を利用することにより，誤差モデル (2.3) は以下のように与えることができる．

$$\tilde{x} = A^T \tilde{w} + \tilde{\epsilon} \tag{2.4}$$

ここで $\tilde{w} = (\tilde{w}_1, \dots, \tilde{w}_n)^T$ であり，$\tilde{\epsilon} \in R^{|E|}$ は接続行列の列に割り当てられた枝の並びに沿って誤差項 $\tilde{\epsilon}^l_{ij}$ を並べた誤差ベクトルである．

重要度ベクトルを求めるために，誤差最小化問題 (2.5) を解くことを考える．

$$\min \|A^T \tilde{w} - \tilde{x}\| \tag{2.5}$$

問題 (2.5) は，一対比較ネットワーク $\mathcal{N}$ の上で以下のように解釈できる．
「$\tilde{x}^l_{ij}$ を点 i と点 j 間の標高差の観測値と考えれば，各標高差 $\tilde{x}^l_{ij}$ に最も適合するように各点 i の標高 $\tilde{w}_i$ を推定する．」

一対比較グラフ G が複数個の連結成分から構成されている場合，各連結成分間を結ぶ枝はないので，問題 (2.5) は連結成分により分割した代替案のグループ毎に分割できる．連結成分に対応した代替案のグループ毎に分割された問題 (2.5) を解くことで，各グループ毎に独立してグループ内の代替案の重要度ベクトル決定が可能となる．そこで，以降では一対比較グラフ G は連結であると仮定して，問題 (2.5) の解き方については第 3 節で提案する．さらに，各グループ間の評価と全体に対するグループの重要度の決定法は第 4 節で議論する．

「一対比較行列から重要度ベクトルを算出するにあたり固有ベクトル法が絶対的である」ということに関して様々な議論 [7, 9, 10] がある．仁科ら [7] は「並列枝を含まない完全グラフ G の場合の問題 (2.5) でノルムを L_2 ノルムとした時の最適解は，一対比較行列に対する重要度ベクトル算出法の 1 つである幾何平均法から得られた重要度ベクトルと一致する」事

実を指摘している．さらに「幾何平均法で得た重要度ベクトルに対する固有ベクトル法での重要度ベクトルの優位性が必ずしも成立しない」ことを幾つかの数値実験により明らかにしている．

欠落データを含む一対比較行列に対する重要度算出法の中で固有ベクトル法に対応するものとしては，ハーカー法 [4, 15]，TS 法 [14] などが提案されている．欠落データを含む一対比較行列に対する重要度算出法で幾何平均法に対応するものは，高橋 [13] により紹介されている．一方，刀根 [18]，山田ら [21] は複数の評価者が全一対比較を行う場合について研究している．

いずれの研究でも，一対比較が重複する代替案対が存在し，かつ欠落データを含む場合をその研究対象としていない．

なお，通常の AHP における幾何平均法と固有ベクトル法の優位性の比較と同様，欠落データに対する重要度算出法の優位性に関しては十分議論されるべき重要な課題である．しかし，この課題は本稿の主旨である「大規模 AHP のフレームワークの提案」から外れるので，本稿で言及しない．

3. 大規模 AHP の重要度ベクトルの導出

$\|\cdot\|$ をユークリッドノルム $\|\cdot\|_2$ とすると，問題 (2.5) は，統計学や数値計算で頻出する最小ノルム問題 [3, 12] の特殊形である．A を接続行列，$\tilde{x}$ をカットベクトルに限定しない一般の最小ノルム問題に対して，I を単位行列とすると，次のような重要な定理が知られている．

定理 3.1 ([3] の定理 1(P.104)) A を任意の実行列，$\tilde{x}$ を A の列数と同じ次元を持つ任意の実ベクトルとする．このとき，$A^TMA^T = A^T, (A^TM)^T = A^TM$ を満足する行列 M が存在し，このような M に対して $\min \|A^T\tilde{w} - \tilde{x}\|_2$ の一般解は

$$\tilde{w} = M\tilde{x} + (I - MA^T)y \tag{3.1}$$

で与えられる．ただし，y は任意の実ベクトルである．

$\mathbf{1}$ をすべての要素が 1 であるベクトルとしたとき，定理 3.1 から，接続行列 A とカットベクトル $\tilde{x}$ を持つ問題 (2.5) に対して次の結果が得られる．

系 3.2 A を行数が n である接続行列，$\tilde{x}$ をカットベクトルとする問題 *(2.5)* に対して，$AA^T + \mathbf{1}\mathbf{1}^T$ は正則行列であり，

$$Q = (AA^T + \mathbf{1}\mathbf{1}^T)^{-1}A$$

とおくと，この問題 *(2.5)* の一般解は $\tilde{w}$ は次式で与えられる．

$$\tilde{w} = Q\tilde{x} + \frac{\tilde{\alpha}}{n}\mathbf{1}. \tag{3.2}$$

ただし，$\tilde{\alpha}$ は任意の実数である．このとき，$\tilde{w}^T\mathbf{1} = \tilde{\alpha}$ を満足する．

証明: A の各列は $\mathbf{1}$ と直交し，$\mathbf{1}\mathbf{1}^T\mathbf{1} = n\mathbf{1}$ であるから，$(AA^T + \mathbf{1}\mathbf{1}^T)\mathbf{1} = n\mathbf{1}$ である．さらに，$\mathrm{rank}A = n - 1$ であるから，$AA^T + \mathbf{1}\mathbf{1}^T$ は正則であり，$(AA^T + \mathbf{1}\mathbf{1}^T)^{-1}\mathbf{1} = (1/n)\mathbf{1}$ が成り立つ．ここで，$Q = (AA^T + \mathbf{1}\mathbf{1}^T)^{-1}A$ とすると，

$$QA^T = (AA^T + \mathbf{1}\mathbf{1}^T)^{-1}AA^T = (AA^T + \mathbf{1}\mathbf{1}^T)^{-1}(AA^T + \mathbf{1}\mathbf{1}^T - \mathbf{1}\mathbf{1}^T) = I - \frac{1}{n}\mathbf{1}\mathbf{1}^T$$

である．さらに，

$$\begin{aligned} A^TQA^T &= A^T(I-\frac{1}{n}\mathbf{1}\mathbf{1}^T)=A^T, \\ (A^TQ)^T &= \left(A^T(AA^T+\mathbf{1}\mathbf{1}^T)^{-1}A\right)^T=A^TQ \end{aligned}$$

である．任意の $y\in R^n$ に対して，

$$\left(I-QA^T\right)y=\left(I-(I-\frac{1}{n}\mathbf{1}\mathbf{1}^T)\right)y=\frac{\mathbf{1}^Ty}{n}\mathbf{1}$$

なので，$\tilde{\alpha}=\mathbf{1}^Ty$ とおけば式 (3.2) が得られる．ここで，

$$\begin{aligned} \tilde{w}^T\mathbf{1} &= \tilde{x}^TQ^T\mathbf{1}+\frac{\tilde{\alpha}}{n}\mathbf{1}^T\mathbf{1} \\ &= \tilde{x}^TA^T(AA^T+\mathbf{1}\mathbf{1}^T)^{-1}\mathbf{1}+\tilde{\alpha} \\ &= \frac{1}{n}\tilde{x}^TA^T\mathbf{1}+\tilde{\alpha} \\ &= \tilde{\alpha} \end{aligned}$$

である． □

本稿では，式 (3.2) で与えられる $\tilde{w}$ を $\tilde{\alpha}$-重要度ベクトルと呼び，逆対数変換したベクトル w を α-重要度ベクトルと呼ぶことにする．

式 (3.2) において，係数行列 Q は一対比較グラフの構造によってのみ決定される．$AA^T+\mathbf{1}\mathbf{1}^T$ の第 i 対角要素は (点 i に接続している枝の数 $+1$) であり，点 i から点 j へ枝で結ばれているなら第 (i,j) 要素は $(1-$ 点 i と点 j を結ぶ枝の数)，点 i から点 j へ枝が無ければ，第 (i,j) 要素は 1 である．

次に，すべての評価者が全一対比較を行う場合，つまり $|K_1|=\cdots=|K_L|=|K|=n(n-1)/2$ の場合を考える．

系 3.3 すべての評価者が全一対比較を行う場合，$\tilde{\alpha}$-重要度ベクトルは次のように与えられる．

$$\tilde{w}_i=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\tilde{x}_{ij}^l\right)+\frac{\tilde{\alpha}}{n},\quad i=1,\ldots,n. \tag{3.3}$$

証明: 式 (3.2) の両辺に左から $AA^T+\mathbf{1}\mathbf{1}^T$ を掛けると，

$$(AA^T+\mathbf{1}\mathbf{1}^T)\tilde{w}=A\tilde{x}+(AA^T+\mathbf{1}\mathbf{1}^T)\frac{\tilde{\alpha}}{n}\mathbf{1}=A\tilde{x}+\tilde{\alpha}\mathbf{1} \tag{3.4}$$

である．

すべての評価者が全一対比較を行う場合は，$|E|=L|K|$ であり $\bar{K}=\emptyset$ である．このとき $AA^T+\mathbf{1}\mathbf{1}^T$ の対角要素は $L(n-1)+1$ であり，非対角要素は $1-L$ である．また，$A\tilde{x}$ の第 i 要素は，$-\sum_{j=1}^{i-1}\sum_{l=1}^{L}\tilde{x}_{ji}^l+\sum_{j=i+1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\tilde{x}_{ij}^l$ と書ける．ここで，$\tilde{x}_{ji}^l+\tilde{x}_{ij}^l=0$ より，$A\tilde{x}$ の第 i 要素は $\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\tilde{x}_{ij}^l$ である．これにより，連立方程式系 (3.4) の第 i 番目の等式は $Ln\tilde{w}_i+(1-L)\sum_{i=1}^{n}\tilde{w}_i=\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\hat{x}_{ij}^l+\tilde{\alpha}$ である．ここで，$\{\tilde{\alpha}+(L-1)\sum_{i=1}^{n}\tilde{w}_i\}/L=\hat{\alpha}$ であるので，

$$\tilde{w}_i=\frac{\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\hat{x}_{ij}^l}{Ln}+\frac{\tilde{\alpha}}{n},\quad i=1,\ldots,n,$$

である. □

系 3.3 の $\tilde{w}$ を対数逆変換すれば,

$$w_i = \left(\alpha \prod_{j=1}^{n} z_{ij}\right)^{1/n}, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{3.5}$$

が得られる. ただし,

$$z_{ij} = \left(\prod_{l=1}^{L} x_{ij}^{l}\right)^{1/L}, \quad i, j = 1, \ldots, n, \tag{3.6}$$

である. 式 (3.5) において, $w^T\mathbf{1} = 1$ であるように α を決めれば, いわゆる幾何平均法となることがわかる. また, 式 (3.6) から, 全一対比較を前提とした場合, 複数の評価者による各一対比較の幾何平均値をもって, グループの一対比較値とすることの妥当性が示される. さらに, 評価者が単独 $L = 1$ ならば, 式 (3.5) は幾何平均法そのものである.

重複評価がなく, 一対比較されていない代替案対が存在する場合は, いわゆる不完全データを伴う AHP であり, $\bar{K} \neq \emptyset$ かつ $|K| = |E|$ である. この時の一対比較グラフを G, 一対比較ネットワークを $\mathcal{N}$ とする. 重複評価がないので $L = 1$ であり, 得られた一対比較値群 $\{ x_{ij}^1 \,|\, (i,j) \in K_1 \}$ を $\{ x_{ij} \,|\, (i,j) \in K \}$ と記す. さらに, $x_{ii} = 1 (i = 1, \ldots, n)$ とし, $x_{ji} = 1/x_{ij}$ $((i,j) \in K)$ とする. 不完全データを伴う AHP での重要度の導出法としてハーカー法が広く知られている. ハーカー法は導出すべき重要度 w_i $(i = 1, \ldots, n)$ が存在するものとして, 一対比較行列の第 (i,j) 要素が欠落しているならば第 (i,j) 要素に w_i/w_j を補完して解く方法である. つまり, ξ_{ij} を第 (i,j) 要素として持つ一対比較行列 Ξ を補完モデル (3.7) により構成し, 一対比較行列 Ξ に対して重要度ベクトルを算出する.

$$\xi_{ij} = \begin{cases} x_{ij} & (i,j) \in K \text{ である場合} \\ w_i/w_j & (i,j) \in \bar{K} \text{である場合} \end{cases}. \tag{3.7}$$

式 (3.7) の両辺に対数変換を行うと,

$$\tilde{\xi}_{ij} = \begin{cases} \tilde{x}_{ij} & (i,j) \in K \text{ である場合} \\ \tilde{w}_i - \tilde{w}_j & (i,j) \in \bar{K} \text{である場合} \end{cases} \tag{3.8}$$

が得られる. ここで, 式 (3.8) に対応する一対比較グラフを G^*, 一対比較ネットワークを $\mathcal{N}^*$ とする. 一対比較ネットワーク $\mathcal{N}^*$ は $(i,j) \in \bar{K}$ である点 i から点 j への枝を $\mathcal{N}$ に追加して, その枝の値を $\tilde{w}_i - \tilde{w}_j$ として得られるものである. もしくは, グラフ G^* の $n \times n(n-1)/2$ の接続行列 A^* とカットベクトル $\tilde{x}^* \in R^{n(n-1)/2}$ はグラフ G の $n \times |E|$ の接続行列 A に新たに $(i,j) \in \bar{K}$ である点 i から点 j への枝に対応する列を追加し, 同時にグラフ G のカットベクトル $\tilde{x}$ に $\tilde{w}_i - \tilde{w}_j$ を追加したものである. したがって, いずれの解釈にしても, 補完しない場合の問題 (2.5) に冗長な情報を追加したものが, 式 (3.8) で得られる問題 (2.5) であることがわかる. つまり, 不完全データに対してハーカー法に倣った補完モデル (3.8) により構成された問題 (2.5) から得られる重要度ベクトルと, 不完全データのままでの問題 (2.5) から得られる重要度ベクトルは一致するので, 式 (3.2) は幾何平均法におけるハーカー法と解釈することも可能である.

4. 人事評価への適用

ソフトウェア開発では，生産性における個人差が数倍に留まらず数十倍に達するとさえ言われている．したがって，優秀な才能の獲得が不可欠であり，優秀な人材の獲得のためには，仕事のできる人に適切な報酬とチャンスが与えられるような，魅力的な人事システムの確立が重要である．そのことは結局，従来型の年功給中心の人事システムの否定を意味する．かくして，能力評価中心の人事システムが重要となる [6]．能力評価中心の人事システムを実現するためには，評価対象者に納得のゆく評価ができること，すなわち説明責任が絶対条件である．したがって，評価者間で評価基準の合意形成が合理的になされなければならない．

ソフトウェアハウス（A社）においては，従来人事考課の意思決定に以下のようなシステムが採用されている．

- 各メンバ（評価対象者）は，評価者グループによって，６ヶ月毎に１１の評価項目（固有能力，業績，仕事ぶりの内訳など）について相対評価し，採点される．
- 評価者グループは，評価対象期間に評価対象者が属したプロジェクトチームのリーダ（複数人もあり得る）で形成される．
- 各評価対象者の総合評価は，各評価項目の加重平均（重み係数は役員会が決定する）で決まる．
- 人事考課は役員会の仕事であり，総合評価を参考にして意思決定される．

A社では，人事システムの改善を計画しており，その改善目標は次の３点である．

- 評価プロセスの合理性と透明性の確保．
- 結果についての納得感の確保．
- 相対評価への一対比較導入による評価の単純化．

評価において，恣意が入りこむ要素は「評価項目の重み係数の決定」および「各評価項目の採点」である．

本稿の実験は，大規模 AHP の導入によって，評価項目の得点を合理的に決めることができ，かつその結果の妥当性が確認できるかどうかを目的としたものである．そこで，ある評価項目に対する評価対象者の相対評価および採点を対象として実験した．

結果は改善目標のいずれにも効果が認められ，大規模 AHP の適用結果は経営者にも社員にもよく受け入れられた．さらに，本実験の目的から見ると副次的効果ではあるが，意味的には重要と考えられる効果も発見されたが，これは第５節で述べる．なお，評価項目の重み係数の決定に関しては，すでに実施されており [20, 21]，AHP の効果が実証されている．

ここで，仮に，評価者が評価対象者の全一対比較を行うことを考えてみよう．すると，評価対象者（AHP の枠組みでは代替案に相当する）間の相対評価作業には，第１節で挙げたような問題が存在するばかりでなく，評価者は自らのプロジェクトチームに属していない評価対象者の相対比較を行わねばならず，確信をもって評価を下すだけの自信がない場合も起こる．このように，確信をもって一対比較ができない代替案対の存在は，一般的に想定される問題 [4] である．複数の評価者による AHP では，全評価者がすべての代替案に対して精通しているわけではないので，この問題点は顕著に生じる．よって，全一対比較を前提にした AHP の手法は不適切である．

作業の第１段階は，７人のリーダによって，ある評価項目に対する評価対象者間の一対比較を，２９人の評価対象者に対して実施し，一対比較表を作成することである．ただし，本事例では相対評価を「評価対象者 i は，評価対象者 j より（やや，かなり，すごく）優れて

いる」，または「評価対象者 i と評価対象者 j は（同じ）だ」と表わし，言葉の尺度それぞれを表 1 で示すように 2 のべき乗として定量化した．評価者はリーダA，B，C，D，E，

表 1: 言葉の尺度の定量化

同じ	やや	かなり	すごく
2^0	$2^{\pm1}$	$2^{\pm2}$	$2^{\pm3}$

FおよびGであり，表 2 〜 8 は，ある評価項目に対する各リーダによる評価対象者間の一対比較を実施した結果である．なお，表 2 〜 8 の下三角部分は省略した．ここで，A, BおよびFはその他のリーダより職制上では上位のリーダであり，他のリーダと区別する場合に上位リーダもしくは上位評価者と呼ぶ．表 9 は，評価対象者間の一対比較の重複度を表す．たとえば，表 9 の第 (1, 9) 要素は 2 であるので，評価対象者 1 と評価対象者 2 は 2 名のリーダである評価者によって重複評価されていることを意味する．上三角部分の空白は，どの評価者からも一対比較されていない評価対象者対を意味する．なお，下三角部分は省略した．

ここで，仮に不完全データに対する AHP の手法 [5, 11, 14, 15] を表 2 〜 8 の一対比較値群に適用することを考えてみよう．重複評価されている一対比較値群を何らかの方法で 1 つの一対比較値として与えなけらばならない．たとえば，評価対象者 1 に対する評価対象者 2 2 の相対評価は，評価者Eから 2^{-3}，評価者Fから 2^1 の一対比較値が与えられている．このような複数の一対比較値を 1 つの一対比較値として与える方法は，不完全データに対する AHP の手法との整合性を十分に検討した上で適用されなければならない．一方，大規模 AHP では，重複評価された一対比較値は，そのまま，問題 (2.5) の入力データとして扱える．

本事例の場合，一対比較グラフは連結となるが，一般にはいくつかの連結成分に分割されると考えられる．とくに，人事評価においては，通常幾つかの連結成分に分割されるであろう．そのような場合，第 2 段階としては，以下の 2 つの方法を提案する．

1. **代表要素抽出法:** それぞれの連結成分から何人かずつの評価対象者を選択し，選択された評価対象者に対する一対比較ネットワークを作成する．
2. **階層化法:** それぞれの連結成分そのものを評価対象とみなして，連結成分に対する一対比較ネットワークを作成する．

いずれの場合の評価者は評価者グループの中で職制上で上位に属し，かつ全評価対象者を比較可能である上位評価者でなくてはならない．

代表要素抽出法は，同じ部門内でプロジェクトチームが複数存在するような場合に意味を持つ．上位評価者は各プロジェクトを代表する評価対象者を認識しており，それらの評価対象者間の相対比較は可能である．したがって，プロジェクトを代表する評価対象者を媒体として，全評価対象者の間接比較を行うことができる．

代表要素抽出法を採用する場合は，一対比較グラフ全体が連結になるように評価対象者を抽出する．つまり，第 1 段階で作られた一対比較ネットワークに代表要素抽出法で得られた一対比較の結果を追加することで，連結な一対比較ネットワークが完成する．得られた連結な一対比較ネットワークから，α-重要度ベクトルを求めればよい．

階層化法は，一対比較グラフが異なる部門毎に孤立した部分グラフとなる場合に意味を持つ．階層化法を採用する場合は，組織全体への各部門の貢献度を尺度として，部門そのもの

表 2: 評価者Aによる一対比較表
(数値は2の指数を示す)

評価対象者	2	4	8
1	-1	-1	-2
2		-2	-2
4			0

表 3: 評価者Bによる一対比較表
(数値は2の指数を示す)

評価対象者	14	23	29
13	0	0	1
14		0	1
23			1

表 4: 評価者Cによる一対比較表
(数値は2の指数を示す)

評価対象者	16	21
5	2	3
16		3

表 5: 評価者Dによる一対比較表
(数値は2の指数を示す)

評価対象者	7	12	15	20	27
3	-1	2	1	0	3
7		2	2	1	3
12			0	-1	3
15				-1	3
20					3

表 6: 評価者Eによる一対比較表 (数値は2の指数を示す)

評価対象者	9	11	18	22	28
1	-3	-3	-3	-3	2
9		2	2	2	3
11			0	0	3
18				0	3
22					3

表 7: 評価者Fによる一対比較表 (数値は2の指数を示す)

評価対象者	5	9	11	16	18	21	22	25	26	28
1	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	2	2
5		1	2	1	1	3	2	2	3	3
9			3	1	2	3	3	3	3	3
11				-1	1	2	1	1	3	3
16					1	3	2	2	3	3
18						3	2	2	3	3
21							-2	-2	0	0
22								0	2	2
25									2	2
26										0

表 8: 評価者Gによる一対比較表 (数値は2の指数を示す)

評価対象者	10	13	17	19	24
6	0	0	2	0	0
10		0	2	0	0
13			2	0	0
17				-2	-2
19					0

表 9: 一対比較重複度

評価対象者	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
1		1		1	1			1	2		2					1		2			1	2			1	1		2	
2				1				1																					
3							1					1			1					1							1		
4								1																					
5									1		1					2		1			2	1			1	1		1	
6										1			1				1		1		1			1					
7												1			1					1							1		
8																													
9											2					1		2			1	2			1	1		2	
10													1				1		1					1					
11																1		2			1	2			1	1		2	
12															1					1			1				1		1
13																	1	1				1	1					1	
14																													
15																				1							1		
16																					1								
17																			1					1					
18																					1	2						1	
19																								1					
20																											1		
21																						1			1	1		1	
22																									1	1		2	1
23																													
24																													
25																										1		1	
26																												1	
27																													
28																													
29																													

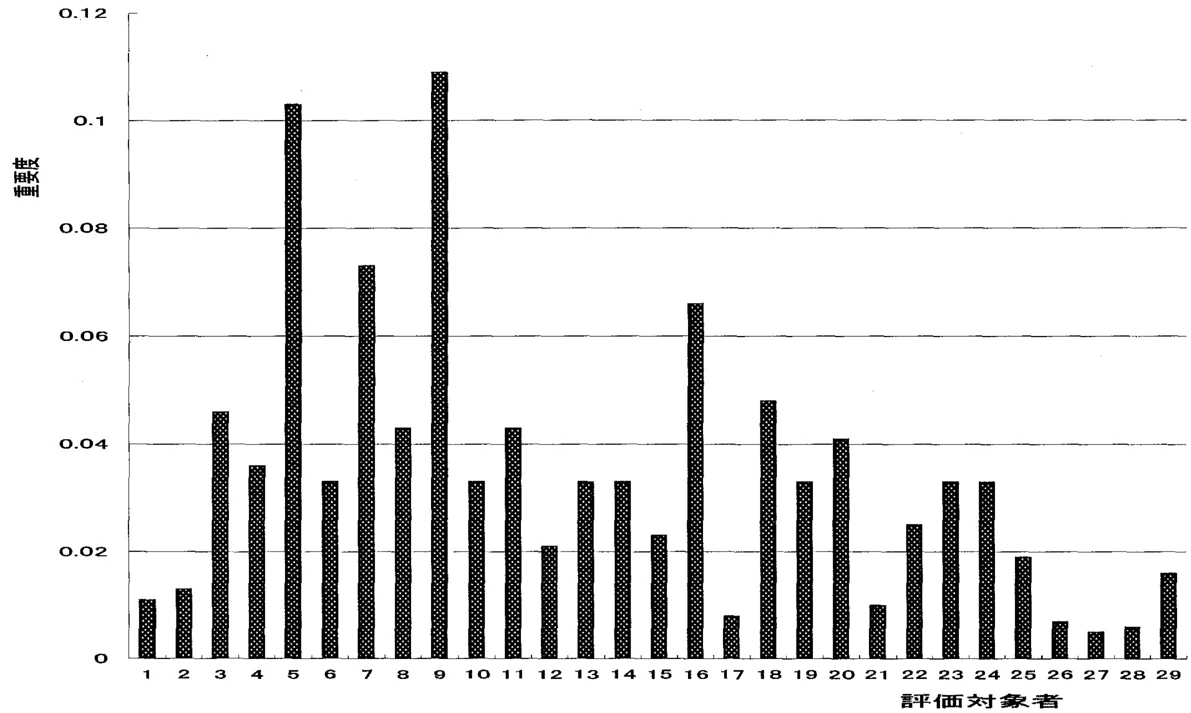

図 5: 評価対象者の重要度

の組織内での重要度を求める．第 1 段階で得られた部門毎の一対比較ネットワークから得られた α-重要度ベクトルと当該部門の重要度の積をとることで，各評価対象者の重要度が得られる．

ソフトウェアを作成する部門のように，プロジェクトチーム制をとる組織では代表要素抽出法を採用するべきであろう．

評価対象者の重要度の和が 1 となるように α を定めたとき，式 (3.2) で求められる結果は図 5 のようになる．大規模 AHP で得られた重要度ベクトルへの組織における妥当性を高める方法の 1 つとして，事前に重要度に望ましい性質，条件を調査して定式化し，制約として誤差最小化問題 (2.5) に付加することが考えられる．

いくつかの制約条件を想定して，制約付き誤差最小化問題 (2.5) を数理計画モデルとして示す．事例における数理計画モデルの重要度ベクトルを算出する．x^l_{ij}，$\tilde{x}^l_{ij}$ を評価した一対比較値，w_i/w_j，$\tilde{w}_i - \tilde{w}_j$ を推定する一対比較値と呼ぶ．人事評価に対しては，たとえば以下の 3 つの条件が想定される．

条件 1（集団一致の重視） 全評価者が一致した意見を否定するような推定をしてはならない．つまり，(i, j) を評価した一対比較値すべてが「i は j より同等以上である」と意味するならば，i は j より同等以上と推定されなければならない．

条件 2（単独評価の尊重） 1 人の評価者だけが評価した一対比較の情報を無視して推定してはならない．つまり，(i, j) を一対比較した評価者が 1 人である場合，評価した一対比較値 x^l_{ij} から推定する一対比較値 w_i/w_j のずれは評価の尺度で一定程度以内とする．

条件 3（上位評価者の優越） 上位評価者の意見が下位の評価者の意見によって否定されるような推定をしてはいけない．評価した一対比較値の中で特に上位の評価者が評価した一対比較値を重要視して推定されなければならない．

3 つの条件を定式化するために，添字集合 S^1，S^2，S^3，S^4 を次のように定義する．

$$S^1 \ = \ \{\, (i, j, l_1) \,|\, (i, j) \in K_{l_1} \text{ かつ } (i, j) \in K_l \text{ であるすべての } l \text{ に対して } \tilde{x}^l_{ij}/|\tilde{x}^l_{ij}| = \tilde{x}^{l_1}_{ij}/|\tilde{x}^{l_1}_{ij}| \,\}$$

$$S^2 = \{ (i,j,l_1) \,|\, (i,j) \in K_{l_1} \text{かつ} \, l \neq l_1 \text{ であれば } (i,j) \notin K_l \}$$
$$S^3 = \{ (i,j,l_1) \,|\, l_1 \text{ は 上位評価者でありかつ} \, (i,j) \in K_{l_1} \}$$
$$S^4 = \{ (i,j,l_1) \,|\, l_1 \text{ は 上位評価者でなくかつ} \, (i,j) \in K_{l_1} \}.$$

条件1を制約に付加した問題は

$$(MP_1) \left| \begin{array}{ll} \min & \frac{1}{2}\|A\tilde{w} - b\|^2 \\ \text{s.t.} & \tilde{w}^T \mathbf{1} = \tilde{\alpha} \\ & \tilde{x}^l_{ij}(\tilde{w}_i - \tilde{w}_j) \geq 0 \quad (i,j,l) \in S^1 \end{array} \right.$$

である．ここで，$\tilde{\alpha}$ は正規化条件のパラメータである．条件１，２，３を同時に考慮した問題は

$$(MP_2) \left| \begin{array}{ll} \min & \frac{1}{2}\|A\tilde{w} - b\|^2 \\ \text{s.t.} & \tilde{w}^T \mathbf{1} = \tilde{\alpha} \\ & \tilde{x}^l_{ij}(\tilde{w}_i - \tilde{w}_j) \geq 0 \quad (i,j,l) \in S^1 \\ & |(\tilde{w}_i - \tilde{w}_j) - \tilde{x}^l_{ij}| \leq \delta_1 \quad (i,j,l) \in S^2 \\ & |(\tilde{w}_i - \tilde{w}_j) - \tilde{x}^l_{ij}| \leq \delta_2 \quad (i,j,l) \in S^3 \\ & |(\tilde{w}_i - \tilde{w}_j) - \tilde{x}^l_{ij}| \leq \delta_3 \quad (i,j,l) \in S^4 \end{array} \right.$$

である．ここで，δ_1，δ_2，δ_3 は非負のパラメータで，$\delta_2 < \delta_3$ である．なお，数理計画モデル (MP_2) は，非線形最適化ソフトウェア ASNOP[1] を用いて解いた．

本事例では，役員会において制約条件の妥当性を検討した結果，制約条件３のみを取り入れて計算を試みた．上位評価者Ａ，ＢおよびＦによって評価された一対比較値の個数は６７個であり，それらを優先する制約として $\delta_3 = 2$ とした．この値は，現場の意見でもあるが，それより小さい値の場合，本事例では実行不可能となり，解が得られない．図５と図６に示された結果は，わずかな差異が認められるだけであった．しかし，たとえば評価対象者５

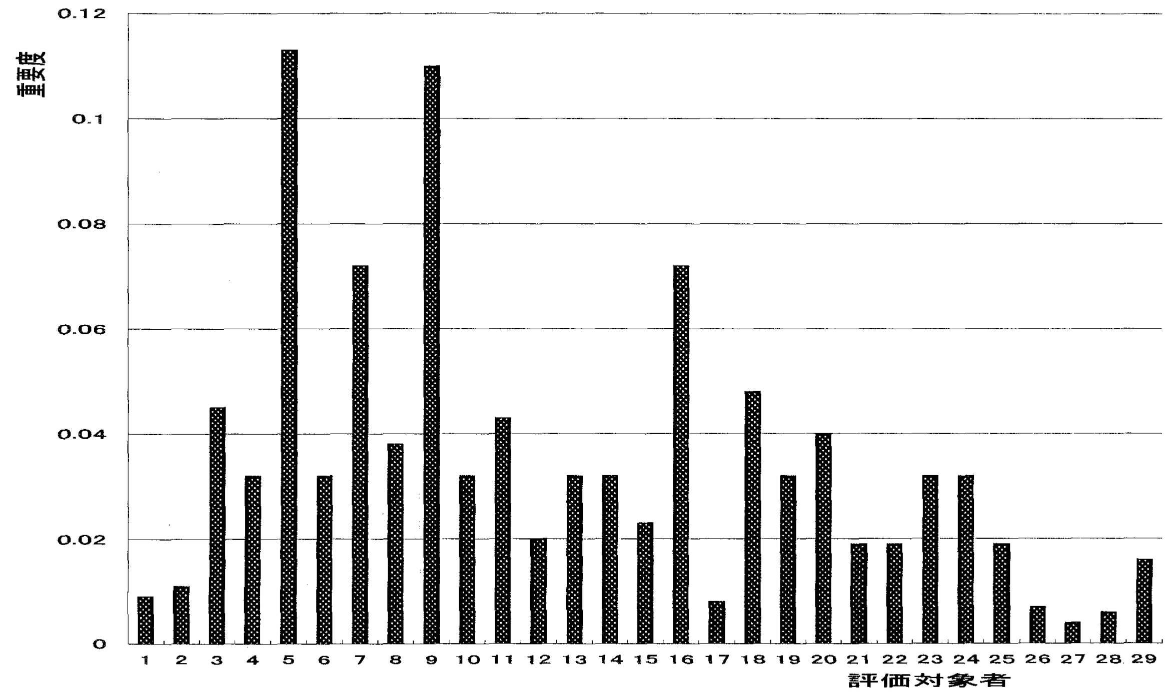

図 6: 制約条件付き問題の結果

と評価対象者9は評価が逆転している．人事考課では各評価対象者の評価の相対的序列が重要な要素であり，このような逆転現象は看過できない差と考えられる．事実，この結果は上位評価者間での議論となった．実際の査定では，制約条件付きの結果と同じ序列となった．また，ここには公開できないが，各評価対象者の重要度の比は従来のシステムで評価された評価値の比とほとんど一致していた．したがって，従来のAHPの枠組みを拡張して，制約条件を考えた数理計画問題としてモデル化する意義が認められた．

5. おわりに

本稿では，代替案もしくは評価項目が多く，かつ評価者が複数であるような意思決定の場面で，適切に適用できるAHPの枠組みの拡張を試みた．提案した枠組み「大規模AHP」は，既存のAHPの自然な拡張であることを示し，人事評価の事例でその有効性を確かめた．また，大規模AHPでは適用事例に応じて制約条件の付加が容易である．この点は，実用上望ましいものである．

本稿の目的は大規模AHPの枠組みの確立であり，本枠組みにおける重要度算出法に関しては，今後様々な検討，適用事例での検証を行う必要がある．さらに，Saatyの定義した整合度に対応した，一対比較行列に対する信頼性の尺度を確立する必要がある．幾何平均法においては残差平方和が整合の尺度になり得るが，大規模AHPでは，たとえば一対比較グラフが木であれば，推定した一対比較値と評価した一対比較値の残差は常に0となるので，残差をそのまま信頼性の尺度には出来ない．したがって，一対比較グラフの位相構造を取り込んだ議論が必要である．

最後に，本稿で試みた人事評価の事例での副次的効果について述べる．AHPを用いることによって期待された，本来的な効果（評価の「透明性」,「納得性」および「単純性」）は，十分確かめられたが，それにも増して以下の副次的効果が認められた．

- 評価基準の再確認効果があった．
- 評価項目の意味や重要度の意味について議論の場が出現した．

とくに全社員が人事評価について本質的な議論に参加する，いわゆる全員参加型人事システムが生成されるところに，大規模AHPの導入効果が著しいと考えられる．

謝辞

有益な御助言，御指導頂いた審査員に深く感謝いたします。この研究の一部は，静岡大学工学振興基金と日本学術振興会奨励研究（A）11780328によって行われました．

参考文献

[1] ASNOP研究会(八巻直一，宮田雅智，本郷茂，高橋悟，矢部博，内田智史): パソコンFORTRAN版非線形最適化プログラミング(日刊工業新聞社，1991).

[2] I. Basak and T. Saaty: Group decision making using the analytic hierarchy process. *Mathematical and Computer Modelling,* **17** (1993) 101-109.

[3] A. Ben-Israel and T.N.E. Greville: *Generalized Inverses : Theory and Applications* (John Wiley & Sons,New York,1974).

[4] P.T. Harker: Alternative modes of questioning in the analytic hierarchy process. *Mathematical Modelling,* **9** (1987) 353-360.

[5] P.T. Harker: Incomplete pairwise comparisons in the analytic hierarchy process. *Mathematical Modelling,* **9** (1987) 837-848.

[6] 社団法人情報サービス産業協会: 情報サービス産業における新雇用システムの提言, 平成6年度情報サービス産業雇用高度化事業に関する研究報告書(1), 1995.

[7] 仁科健, 柴山忠雄: 一対比較における固有ベクトル法と対数最小二乗法の比較. 品質管理, **22** (1992) 115-123.

[8] 大村雄史: AHPの業績評価への応用. オペレーションズ・リサーチ, **40** (1995) 404-410.

[9] T.L. Saaty: Eigenvector and logarithmic least squreas. *European Journal of Operational Research,* **48** (1990) 156-160.

[10] T.L. Saaty and L.G. Vargas: Comparison of eigenvalue, logarithmic least squares and least squares method in estimating ratio. *Mathematical Modelling,* **48** (1984) 100-104.

[11] S. Shiraishi, T. Obata and M. Daigo: Properties of a positive reciprocal matrix and their application to AHP. *Journal of the Operations Research Society of Japan,* **41** (1998) 404-414.

[12] 高橋磐郎, 小林竜一, 小柳芳雄: 統計解析 (培風館, 東京,1992).

[13] 高橋磐郎: AHPからANPへの諸問題II. オペレーションズ・リサーチ, **43** (1998) 100-104.

[14] I. Takahashi and M. Fukuda: Comparisons of AHP with other methods in binary paired comparisons. *Proceedings of the Second Conference of APORS within IFORS* (1991) 325-331.

[15] 竹田英二: 不完全一対比較行列におけるAHPウェイトの計算法. オペレーションズ・リサーチ, **34** (1989) 169-172.

[16] E. Takeda and P.L. Yu: Assessing priority weights from subsets if pairwise comparisons in multiple criteria optimization problems. *European Journal of Operational Research,* **86** (1995) 315-331.

[17] 刀根薫: ゲーム感覚意思決定法 (日科技連, 東京,1986).

[18] K. Tone: A note on group *vs.* individual decision making in AHP. *1994*年度日本オペレーションズリサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, 36-37.

[19] 八巻直一, 関谷和之: ネットワーク型評価モデルと重要度ベクトルの導出について. *1997*年度日本オペレーションズリサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, 114-115.

[20] 八巻直一, 嶋田駿太郎: 人事評価にグループAHPを適用する. オペレーションズ・リサーチ, **42** (1997) 367-370.

[21] 山田善靖, 杉山学, 八巻直一: 合意形成モデルを用いたグループAHP. *Journal of the Operations Research Society of Japan,* **40** (1997) 236-244.

関谷 和之
〒432-8561 静岡県浜松市城北3－5－1
静岡大学工学部システム工学科
E-mail:sekitani@sys.eng.shizuoka.ac.jp

ABSTRACT

A LARGE-SCALE AHP INCLUDING INCOMPLETE INFORMATION AND MULTIPLE EVALUATORS AND ITS APPLICATION TO PERSONNEL ADMINISTRATION EVALUATION SYSTEM

Naokazu Yamaki Kazuyuki Sekitani
Shizuoka University

The conventional AHP supposes that several objects are completely compared by a single evaluator and hence, we can not directly apply it to an evaluation system with a lot of number of alternatives/criteria and multiple evaluators. Applying it to a personnel administration evaluation system in a section of a organization, we are faced with the problem of a large number of alternatives and multiple evaluators. There are several project teams in the section of the organization and all employees belong to each team. Because all project leaders compare some pairs of members within each team, multiple evaluators carry out a part of overall pairwise comparisons among all employees.

This study develops a framework of AHP which is available to the evaluation system including multiple evaluators and a lot of alternatives or criteria. Dealing with a lot of alternatives or criteria, we does not assume complete pairwise comparisons and we permit different pairwise comparison values of the same pair by several evaluators. In order to determine priority weights of alternatives (criteria), we proposes the logarithmic least squared method with the input-data of such pairwise comparison values. We show that the proposed framework of AHP is a geometric mean method in the case where a single evaluator compares all pair of alternatives. We prove that it is a group AHP which deals with the geometric mean among multiple comparison values of the same pair as the representative pairwise comparison value. We apply the framework of AHP to a personnel evaluation in software company in order to illustrate its validity.