Journal of the Operations Research Society of Japan
Vol. 40, No. 4, December 1997

共同配送問題における費用分担

毛利裕昭　三菱総合研究所
渡辺隆裕　森　雅夫　東京工業大学
久保幹雄　東京商船大学

(受理 1995 年 6 月 16 日；再受理 1997 年 6 月 18 日)

和文概要　情報化に端を発する物流共同化が叫ばれている現在，その共同物流の費用配分は大きな共同物流の障害となっている．本論文では，物流費用のうち配送費用の費用分担に関してどうあるべきかという問題に一つの視点を与えることを目的としている．本論文では，費用配分の方法として協力ゲームの従来の伝統的な様々な解 (Shapley 値，コア，仁など) によらず，Fishburn and Pollark が「巡回セールスマン問題」の費用配分に関して考えた方法の拡張を費用配分方法として提示している．この方法を採用した理由は，伝統的な解を求めるには解くべき配送路問題という NP 困難な問題が顧客の増加につれ指数的に増大してしまうことによる．さらに，本論文では共同する組合の性質により賃貸費用や走行費用に対する考え方や共同による節約額の配分に種々の代替案があり，各組合の事情に応じて配分方法を取捨選択する余地があることを示唆している．

1.　はじめに

1990 年代に入り流通業において注目されるキーワードは 2 つある。1 つは「情報化」であり、もう一つは「共同化」である。この共同化の中心となるものはやはり共同物流であろう。特に規制緩和の流れを受けて共同組合自らが物流を行なうことが可能な法律（物流関係二法）が制定され、中小企業組合を中心に共同物流への条件は法律的にも整い注目されてきている。共同物流によって、近年発生しているトラック不足、運転手不足、過小積載（もしくは空荷）トラックの大量発生といった輸送業硬直化の問題や NO_x 値問題に代表される環境問題などに効果をあげることが期待される。（津久井 [10]）

しかしながら、共同物流の障害の一つとなるのは費用配分の問題である。筆者らの一人は中小企業の組合に情報化に関するアンケート調査を通じて共同化の是非を問うという仕事に携わっていた。これらのアンケート調査を通じて得られた結果は共同化に関して総論賛成各論反対なのである。その各論反対の大きな一つの障害となっているものはやはり費用負担の問題である。本論文は物流費用のうち配送費用の費用分担に関してどうあるべきかという問題を考える。

このような共同物流にはその主体によっていくつかの状況が考えられよう。1 つは利害関係の強い企業間や、もしくはそれをまとめようとするオーガナイザーのとりまとめで共同物流を実現しようという場合である。可能な限り共同物流によるコストダウンの恩恵を受けようとする企業に対し、共同化実現への利益を説き、そのための譲歩を引き出し妥協案を探る。例えば津久井 [11] 等はこのような状況でいかに困難を克服し共同化を実現したかを示す優れた実践的研究である。このような状況では各企業が共同化のどこに（コストダウン率か額か）どのくらい魅力を感じているか、交渉力の強い企業はどこか、またオーガナイザーが複数いる場合は、他のオーガナイザーに比べどのくらいメリットを打ち出せるか等が費用負担の決定要因となろう。この分析には産業組織論や交渉の理論、そしてその中核をなす非協力ゲームなどが強

力な道具となろう。

それに対し本論文で取り扱う共同配送の概念は、同商品特性をもつ商品を取り扱うが利害関係がない（少ない）グループが組合を作り配送を共同化するといったものである。具体的には、異業種同商品特性の卸・小売組合での配送や１メーカーにおける各部署を組合員と考えると工場内の域内配送がこの概念にあてはまる。この状況では「何が公正な分配か」のような公平・公正に対する考え方がより重要な要因となろう。この分析には基本的な規範的公理群から解を導きだす協力ゲームや社会選択論に近いアプローチが有効であろう。本論文ではこのような視点から費用分担の問題を考える。

具体的には、「ある共同物流センターをもつ組合があり、共同物流センターから日々の配送が顧客（組合員など）に行なわれるという状況において、各顧客は物流の配送費用に関してどのように負担を行なうのが公正であるか？」という問題に解を与えることを本論文の目的とする。本論文ではこの問題を VR(Vehicle Routing) 費用配分問題と呼ぶ。それはこの問題は数理計画ではよく知られる配送路問題 (Vehicle Routing Problem -VRP-) の延長線上の問題として考えられるからである。VRP とは「デポ (共同物流センターのような配送拠点) から配送先の顧客（組合員）に商品等を配送する最小コストのルートを求める」(ここでルートとはデポを出発しデポに配送車両がもどるまでの経路である) という問題である。この問題は古くから研究がさかんに行なわれており、以下のようなものが標準的 VRP の基本的な条件として挙げられている。(Assad[1])

・１つのルートでの積載量が車両の容量を超えない
・車両数 (ルートの数) が上限を超えない
・配送先の顧客は１台の車両で１度だけ配送が行なわれる
・配送コストは配送時間 (距離)、車両台数などの関数である

１つの顧客での需要が車両の容量を越えてしまう場合は、その顧客に対して容量が一杯となる別便のトラックを走行させ、その剰余需要に対して上記の条件を考える。図１、2に VRP の問題の例とその解の例を記す。

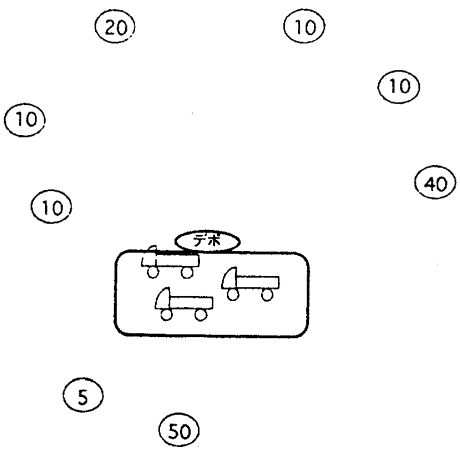

図１　ＶＲＰの問題例

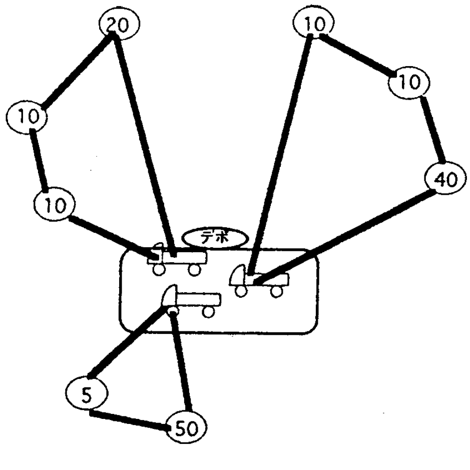

図２　図１の解の例

(x) 配送先を示すノード　xは需要量を示す

車両　容量を６０とする

さて、こうした配送路問題に関する費用分担問題に関係するものとして巡回セールスマン費用配分問題（以下 TS 費用配分問題と略す）という問題がある。これは、Fishburn and Pollark [2] が示した次のような問題に端を発するものである。

「ある講演者がいて様々な場所に存在する依頼者から講演を依頼された。講演者は自分の家から出発して依頼者を順にまわって途中で家にはもどらず、最後の講演場所で講演後家に帰るものとする。この時、各依頼者間で講演者の旅費をどのように負担するのが公正であるか？」

配送路問題の費用分担とこの問題の大きく異なる点は、以下の通りである。

- 各顧客に需要量がある
- トラックの容量制約がある
- トラックには走行費用のみならず一台ごとに賃貸費用がかかる

TS 費用配分問題に関して Fishburn and Pollark [2] の考え方をさらに研究したものとして、Fishburn and Pollark[3]、Fishburn [4]、毛利、渡辺 [5] がある。また、協力ゲームのアプローチからコアの存在条件を論じたものに、Potters et al. [7]、Tamir [9]、等がある。本論文では上記のような Fishburn and Pollark [2] の TS 費用配分問題の解法の VR 費用配分問題への適用を考える。

誰しも費用配分を考える際には、自分に好都合な配分を望むものであるが、他者との関わりの中でその配分が決められるような場合、公正な配分原理を求めるものである。本論文で考える組織は、たとえ構成員に利害の対立があっても、公正な配分原理が与えられれば、そこから異義をとなえて共同物流から逸脱する事がないような状況を考える。配分原理が納得できるものであれば、その原理に従い逸脱はしないような共同化に対する拘束力が働いていると考えてもよい。このような状況では VR 費用配分問題を協力ゲームとして Shapley 値もしくはコアや仁等の観点からアプローチすることも可能であると考えられる。しかしこれは特性関数値（各々の提携に対する VRP 問題の解）をすべての提携（2の顧客数乗－1個ある）について事前に求めなければならず顧客の数が大きくなった場合実用的とはいえない。そこで本論文では NP 困難な問題である VRP を一度解くのみで計算が可能な費用分担方法を考えた。具体的には全提携の VRP を一度解き、その最適解に対する費用配分に関して Fishburn and Pollark [2] の方法を拡張し適用した。なお、本論文では走行費用・賃貸費用を含んで全体の提携に対する最適な VRP の解が求まっているものとする。

本論文の構成は以下のとおりである。2章で VRP の費用配分について基本的な考え方を示し、3、4章で配分に関する2種類の公理系、配分関数を示す。5章で共同配送に関する節約分をどのように配分するかについて議論した上で、6章で結論を述べる。

2. 記号と基本的な費用配分における考え方

問題を記述するにあたって記号をいくつか述べる。上記にも述べたように最適解のルート R は求まっているものとする。

（記号）

N	:	顧客の集合 $\{1,...,n\}$
N_0	:	$N \cup \{0\}$ （但し 0 はデポ）
R	:	最適解のルート
p	:	トラック 1 台あたりの賃貸費用
c_i	:	デポ 0 から i への直接距離を費用換算した金額（但し $c=(c_1,\ldots,c_n)$ とする）
d_i	:	i での需要量（但し $d=(d_1,\ldots,d_n)$ とする）
q	:	車両の容量
$f_i(R,c,d)$	:	顧客 i が負担すべき費用
$f_i^v(R,c,d)$	:	顧客 i が負担すべき走行費用
$f_i^r(d)$	:	顧客 i が負担すべきトラックの賃貸費用
VC	:	最適費用の走行費用分
RC	:	最適費用の賃貸費用分
$\lceil x \rceil$	:	x 以上の最小の整数
$\lfloor x \rfloor$	:	x を越えない最大の整数

上述したように、配送に関する費用として走行費用、賃貸費用を本論文では想定している。これらの費用をどのような観点で配分するかは、組合の考え方によってさまざまである。この考え方のあり方を以下の表 1 によって示す。

配送を全面的に委託してしまうような組合では、走行費用と賃貸費用を一緒に取り扱うのが自然である。また、車両のみをレンタルもしくは、別費用で取り扱う組合では、走行費用と賃貸費用を別々にとり扱うのが自然である。

また、共同による節約が何に依存するかということに関しては以下のように考える。まず、走行費用と賃貸費用を一緒に取り扱う場合は、各顧客とデポとの距離関係（位置）と各顧客の需要に依存すると考える。一方、走行費用と賃貸費用を別々に取り扱う場合には、走行費用は (a) 各顧客とデポとの距離関係（位置）と各顧客の需要に依存する場合、もしくは (b) 距離関係（位置）のみに依存する場合があると考える。また、賃貸費用に関しては需要のみに依存すると考える。

表 1　費用配分の観点

項目 ＼ 内容	共同による節約が何に依存するか？
走行費用と賃貸費用を一緒にとりあつかう	総節約額：各組合員の距離、需要の組み合わせ
走行費用と賃貸費用を別々にとりあつかう	走行費用節約額：各組合員の距離、需要の組み合わせ 賃貸費用節約額：各組合員の需要の組み合わせ
	走行費用節約額：各組合員の距離の組み合わせ 賃貸費用節約額：各組合員の需要の組み合わせ

3. 走行費用と賃貸費用を一緒にとりあつかう場合の公理系、配分解

この場合はまず以下の4つの公理が基本的に考えられる。走行費用と賃貸費用を一緒にとりあつかう場合は、両方を合わせたものを「費用」と考えてしまって差し支えない。以下の説明で費用とは走行費用と賃貸費用の合計を指している。

A.1 全体合理性

$\sum_{i \in N} f_i(R, c, d) = VC + RC$

全体合理性は各個人の支払う費用の合計が全体の合計と一致するという条件であり、顧客全員が自分たちのみで費用負担を賄い、かつ合理的であるためには少なくとも必要な条件である。この公理は厳密には二つの意味を持っている。まず第一には、全員の負担費用の合計が、全体の実際にかかる費用以上でなければならない（すなわち $\sum_{i \in N} f_i(R, c, d) \geq VC + RC$）という条件であり、これは実現可能性と呼ばれる。もう1つはパレート最適性といわれる条件で、任意の個人の分担費用を減らすには、少なくとも誰か1人の分担費用をあげなければならないという条件である。すなわち $(f_1, \ldots, f_n)$ がパレート最適であるとは、任意の個人 i について $f_i(R, c, d) \geq f'_i(R, c, d)$ であり、かつある個人について $f_i(R, c, d) > f'_i(R, c, d)$ となる $(f'_1, \ldots, f'_n)$ が存在しないことである。言い換えると、パレート最適性を満たさない配分方法は、全員の費用負担を増加させることなしに、少なくとも1人の費用負担を減少させることができるという場合であり、実現可能性の不等号が厳密に成立している時はこの場合に相当する。よって、配分方法が全体合理性を満たすことと、実現可能性かつパレート最適性を満たすことは同値であることがわかる。

A.2 非負性

$f_i(R, c, d) \geq 0 \ \ \forall i \in N$

非負性は各個人は費用を負担しても、お金をもらうことはないという条件である。現実的には妥当な条件であるが、いくつかの解では満たされないこともある。

A.3 個人合理性

$f_i(R, c, d) \leq 2\lceil d_i/q \rceil c_i + \lceil d_i/q \rceil p \ \ \forall i \in N$

配分方法の中で自分の支払う費用負担は、自分単独で配送を行う費用よりも小さくなければならないという条件が個人合理性である。個人合理性が満たされたからと言って個人がその費用負担に加わるか、もしくは納得するかはわからないが（精密な論議は、Nash 交渉解や協力ゲームの解の多くの理論に求められるだろう）、各個人が配分方法に納得するために少なくとも必要な条件であることはわかる。

A.4 無名性

プレーヤーの番号（名前）をつけかえても実質的な解は変わらないこと。

これは例えば、「プレーヤー1が節約された費用の全ての利益を享受し、他の人は自分単独で配送したときと同じ費用を負担する」といった負担方法を認めないルールである。正確な数学的定義を行うにはプレーヤーの置換を定義するなど煩雑になるので省略するが、2顧客を一台の車両で配送可能な例をとれば以下のようになる：

$f_1((0,1,2,0), (c_1, c_2), (d_1, d_2)) = f_2((0,2,1,0), (c_2, c_1), (d_2, d_1))$

これら4つの基本公理は本問題だけではなく、様々な Nash 交渉解、協力ゲームの解、費用負担問題、公共料金決定方法、税制度の公理的アプローチなど社会選択論や協力的意志決定論と呼ばれる分野で多く見られる公理である。（Moulin [6], Young [12] 等はその優れたサーベ

イを与えている）しかしながらNash交渉解等でも知られているように、以上のような公理系だけでは条件が緩く、分担方法を絞り込むことができない。このため、上記の公理よりやや技術的な公理を導入することが必要となる。Nash交渉解やArrowの社会的厚生関数に現れる「無関係対象からの独立性」や最近の協力ゲームの解の特徴づけなどに現れる「整合性」、「単調性」などの公理が技術的な公理として知られている。

本論文は既述のようにFishburn and Pollark [2] の研究をもとにしており、そこで用いられている公理の拡張となる以下の公理A.5-1を考える。

A.5-1　以下の様な条件が成立する g, k_i, h_i という実数値関数が存在する。

(3.1) $f_i(R,c,d) = g(R,c,d)h_i(c,d) + k_i(c,d)$

この式は、f_i が顧客 i のデポからの直接距離と需要によってのみ説明される部分とそれ以外の部分の和に分解されることを示す。さらに後者は、ルートに依存する部分とそうでない部分の積として分解されることを示す。

定理 3.1.　*A.1*、*A.3*、*A.4*、*A.5-1* の公理が成立すれば、以下の様な c、d に関する非負値で無名性をもつ関数 F_i が存在する。

(3.2) $\sum_{i\in N} F_i(c,d) = 1$

かつ

(3.3) $f_i(R,c,d) = \lceil d_i/q \rceil (2c_i + p) - \{\sum_{j\in N} \lceil d_j/q \rceil (2c_j + p) - (VC + RC)\} F_i(c,d)$

(証明)

A.5-1とA.1より

(3.4) $VC + RC = g(R,c,d) \sum_{j\in N} h_j(c,d) + \sum_{j\in N} k_j(c,d)$

(3.5) $g(R,c,d) = \dfrac{(VC + RC) - \sum_{j\in N} k_j(c,d)}{\sum_{j\in N} h_j(c,d)}$

R において共同で配送するメリットがない場合（すなわち Rの総距離 $= \sum_{j\in N} \lceil d_j/q \rceil 2c_j$ かつ $\lceil d_i/q \rceil = d_i/q \quad \forall i \in N$ となる場合）は、$VC = \sum_{j\in N} \lceil d_j/q \rceil 2c_j$、$RC = \sum_{j\in N} \lceil d_j/q \rceil p$ で、さらにA.3より $f_i(R,c,d) = \lceil d_i/q \rceil (2c_i + p)$ が成立しなければならない。よってA.5-1と(3.5)より、

$$\lceil d_i/q \rceil (2c_i + p) = \frac{\sum_{j\in N} \lceil d_j/q \rceil (2c_j + p) - \sum_{j\in N} k_j(c,d)}{\sum_{j\in N} h_j(c,d)} \times h_i(c,d) + k_i(c,d)$$

$$k_i(c,d) = \lceil d_i/q \rceil (2c_i + p) - \frac{\sum_{j\in N} \lceil d_j/q \rceil (2c_j + p) - \sum_{j\in N} k_j(c,d)}{\sum_{j\in N} h_j(c,d)} \times h_i(c,d) \qquad (3.6)$$

A.5-1、(3.5)、(3.6) より、

$$(3.7)\ f_i(R,c,d) = \lceil d_i/q \rceil(2c_i+p) - \{\sum_{j\in N}\lceil d_j/q\rceil(2c_j+p) - (VC+RC)\}\frac{h_i(c,d)}{\sum_{j\in N} h_j(c,d)}$$

ここで $\dfrac{h_i(c,d)}{\sum_{j\in N} h_j(c,d)} = F_i(c,d)$ とおくと (3.3) の求める f_i の形を得る。また、$\sum_{i\in N} F_i(c,d) = 1$ であり、A.3 および、$\sum_{j\in N}\lceil d_j/q\rceil(2c_j+p) - (VC+RC) \geq 0$ より $F_i(c,d)$ は非負である。また、(3.7) より F_i は無名性が成立していなければ f_i の無名性は成立しない。■

この定理から、F_i を何らかの方法で決定することにより各顧客への配分を決定することができる。Fishburn and Pollark [2] に示されているような比例配分的解になるように F_i を考えるならば、

$$(3.8)\ F_i = \frac{\lceil d_i/q\rceil(2c_i+p)}{\sum_{j\in N}\lceil d_j/q\rceil(2c_j+p)}$$

である。詳しくは5章で述べる。

4. 走行費用と賃貸費用を別々に取り扱う場合の公理系、配分解

走行費用と賃貸費用を別々に取り扱うため、公理系は3章で述べたものを各々の費用で分離した形として以下のように示される。

A.1 全体合理性

$\sum_{i\in N} f_i^v(R,c,d) = VC$、$\sum_{i\in N} f_i^r(d) = RC$

全体合理性の意味は3章で述べたことと同じである。ただ、ここではその全体合理性が走行費用と賃貸費用で独立して成立しなければならないことを要請している。例えば、「実際の総走行費用より走行費用負担の合計を多く集め、その代わり賃貸費用負担の合計を少なくすることで、全体として総費用と費用負担は一致している」ようなことを認めていない。すなわち走行費用と賃貸費用は独立採算でなければならないという考え方が反映されている。ここが走行費用と賃貸費用を一緒に取り扱うときと考え方が異なる点である。

A.2 非負性

$f_i^v(R,c,d) \geq 0\ \forall i \in N$ 、$f_i^r(d) \geq 0\ \forall i \in N$

全体合理性と同様、走行費用と賃貸費用の独立での非負性を要求している。

A.3 個人合理性

$f_i^v(R,c,d) \leq 2\lceil d_i/q\rceil c_i\ \forall i \in N$ 、 $f_i^r(d) \leq \lceil d_i/q\rceil p\ \forall i \in N$

同様に、走行費用と賃貸費用の独立での個人合理性を要求している。例えば、「走行費用の負担だけみると個人が単独で負担する走行費用より多いが、賃貸費用を加えると個人が単独で負担するより少ない」というようなことを認めていない。

A.4 無名性

プレーヤーの番号（名前）をつけかえても実質的な解は変わらないこと。

無名性は数量的な要求ではないので、上記の３つの公理のような走行費用と賃貸費用の採算が独立であるというような意味は入っていない。費用の負担が走行費用・賃貸費用にかかわら

ずプレーヤーの名前に独立であることを要求している。

第3章の場合と同様に関数系を絞り込む以下のような公理 A.5-2、 A.5-3 を設定する。

A.5-2 以下の様な条件が成立する g^v, k_i^v, h_i^v という実数値関数が存在する

(4.1) $f_i^v(R,c,d) = g^v(R,c,d)h_i^v(c,d) + k_i^v(c,d)$

この式は、 3章で述べた A.5-1 から賃貸費用つまり車両関連の関係を除去したものとして説明できる。

定理 4.1. *A.1、A.3、A.4、A.5-2* の公理が成立すれば、以下の様な c、 d に関する非負値で無名性をもつ関数 F_i^v が存在する。

(4.2) $\sum_{i \in N} F_i^v(c,d) = 1$

かつ

(4.3) $f_i^v(R,c,d) = 2c_i\lceil d_i/q \rceil - (2\sum_{j \in N} c_j \lceil d_j/q \rceil - VC)F_i^v(c,d)$

(証明)

定理 3.1と同様の要領で証明することが可能である。証明略■

A.5-3 以下の様な条件が成立する g^r, k_i^r, h_i^r という実数値関数が存在する

(4.4) $f_i^r(d) = g^r(d)h_i^r(d) + k_i^r(d)$

この式は、顧客 i の需要のみに依存する部分とそれ以外の部分に分解されることを示す。さらに後者は、顧客全体に関わる部分とそうでない部分との積として分解されている。賃貸費用分に関する配分に関する定理を以下に示す。

定理 4.2. *A.1、A.3、A.4、A.5-3* の公理が成立すれば、以下の様な d に関する非負値で無名性をもつ関数 F_i^r が存在する。

(4.5) $\sum_{i \in N} F_i^r(d) = 1$

かつ

(4.6) $f_i^r(d) = \lceil d_i/q \rceil p - (\sum_{j \in N} \lceil d_j/q \rceil p - RC)F_i^r(d)$

(証明)

A.5-3 と A.1 より

(4.7) $RC = g^r(d)\sum_{j \in N} h_j^r(d) + \sum_{j \in N} k_j^r(d)$

(4.8) $g^r(d) = \dfrac{RC - \sum_{j \in N} k_j^r(d)}{\sum_{j \in N} h_j^r(d)}$

$\lceil d_j/q \rceil = d_j/q \quad \forall i \in N$ となる場合を境界条件として考えさらに A.3 を考慮し、 A.5-3 の式と (4.8) を利用すると以下のとおり。

$$\lceil d_i/q \rceil p \quad = \quad \frac{\sum_{j \in N} \lceil d_j/q \rceil p - \sum_{j \in N} k_j^r(d)}{\sum_{j \in N} h_j^r(d)} \times h_i^r(d) + k_i^r(d)$$

$$(4.9)\quad k_i(d) \;=\; \lceil d_i/q\rceil p - \frac{\sum_{j\in N}\lceil d_j/q\rceil p - \sum_{j\in N} k_j^r(d)}{\sum_{j\in N} h_j^r(d)} \times h_i^r(d)$$

A.5-3、(4.8)、(4.9) より、

$$(4.10) f_i^r(d) = \lceil d_i/q\rceil p - \left(\sum_{j\in N}\lceil d_j/q\rceil p - RC\right)\frac{h_i^r(d)}{\sum_{j\in N} h_j^r(d)}$$

ここで $\dfrac{h_i^r(d)}{\sum_{j\in N} h_j^r(d)} = F_i^r(d)$ とおくと求める (4.6) の f_i^r の形を得る。また、$\sum_{i\in N} F_i^r(d) = 1$ であり、A.3 および、$\sum_{j\in N}\lceil d_j/q\rceil p - RC \geq 0$ より $F_i^r(d)$ は非負である。また、(4.10) より $F_i^r(d)$ は無名性が成立していないと f_i^r の無名性は成立しない。■

5. F_i に関する議論について

上述の二つの章で述べたように各顧客に対する配分を決定するには、F_i の形を決定しなければならない。基本的にこの関数に課せられている条件は和が1で非負値かつ無名性をもつということだけである。本論文では、走行費用、賃貸費用の取り扱いと同様、この F_i は各々の組合によってさまざまな形があってしかるべきと考える。ここでは、F_i を決定する枠組を定めることができないため例示的にその選択肢たりうるものを述べる。ただし、$\rho_i = d_i/q - \lfloor d_i/q\rfloor$ とする。

$$(5.1)\quad \frac{c_i d_i}{\sum_{j\in N} c_j d_j} \qquad (5.2)\quad \frac{c_i \rho_i}{\sum_{j\in N} c_j \rho_j} \qquad (5.3)\quad \frac{c_i}{\sum_{j\in N} c_j}$$

$$(5.4)\quad \frac{d_i}{\sum_{j\in N} d_j} \qquad (5.5)\quad \frac{\rho_i}{\sum_{j\in N} \rho_j} \qquad (5.6)\quad \frac{(2c_i + p)\dfrac{d_i}{q}}{\sum_{j\in N}\{(2c_j + p)\dfrac{d_j}{q}\}}$$

$$(5.7)\quad \frac{\lceil d_i/q\rceil(2c_i + p)}{\sum_{j\in N}\lceil d_j/q\rceil(2c_j + p)}$$

(5.1) は顧客に関する直接距離の需要量重みづけ和の自己配分比であり、(5.2) は顧客に関して専用車両を除いた形で直接距離の剰余需要重みづけ和の自己配分比である。(5.3) は顧客の直接距離、(5.4) は顧客の需要、(5.5) は顧客の剰余需要の自己配分比である。(5.6) は、顧客への直接往復分を考慮した配送費用と車両賃貸費用の合計の車両占有量を考慮したものの自己配分比である。3章の最後で述べたものは専用走行および車両費用和の自己配分比といえる。これを (5.7) とする。これは (3.8) と同じものである。他にも組合によってさまざまな考え方があり得る。以下の図3の例でこれらの F_i で配分を計算したものについて示す。

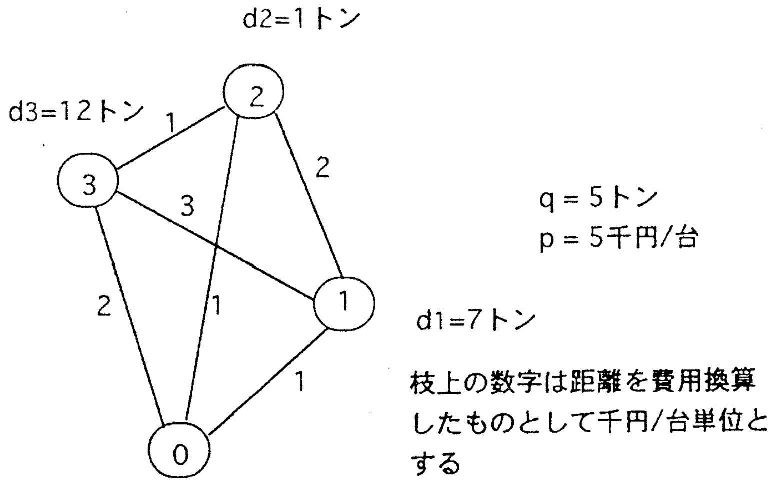

図3

直接距離に関して各顧客は $(c_1,c_2,c_3)=(1,1,2)$ （単位千円 / 台）の費用がかかる。また、需要に関して各顧客は $(d_1,d_2,d_3)=(7,1,12)$ （単位トン） となっている。この状況のもとに $p=5$ 千円 / 台の賃貸費用がかかる 車両容量 $q=5$ トンのトラックを効率的に標準的な VRP の基準により走らせる。

ここでこの問題の最適な VRP の解を考える。顧客 1 と顧客 3 に関しては車両容量の 5 トンを超えているので標準的 VRP では専用車両を容量が一杯になる分だけ走行させることになる。つまり、顧客 1 には 1 台（5 トン）、顧客 3 には 2 台（10 トン）の専用車両を走らせることになる。ここで剰余需要に関して、各顧客は $q\times(\rho_1,\rho_2,\rho_3)=(2,1,2)$ （単位トン）となっている。よって、顧客 1 に対して専用車両を 1 台、顧客 3 に対して専用車両を 2 台用意して容量一杯に積載し運行することを前提として、 顧客 1 、 2 、 3 の剰余需要を最小の台数かつ最小の総距離で車両を運行させることを考えればよい。この場合剰余需要が $2+1+2=5$ トンとなるため 1 台の車両で処理可能あり最小台数であることは明らかなので顧客 1 、 2 、 3 を巡回する総距離最小の運行を考えればよい。この 3 顧客の円順列は、顧客 1 →顧客 2 →顧客 3 、顧客 1 →顧客 3 →顧客 2 を考えれば十分で両者の総走行距離（費用）は $1+2+1+2=6$ 千円と $1+3+1+1=6$ 千円で両者とも等しい。 つまりこの例での標準的な VRP での解は、顧客 1 に対する専用車両 1 台、顧客 3 に対する専用車両 2 台、顧客 1 →顧客 2 →顧客 3 または顧客 1 →顧客 3 →顧客 2 を 1 台運行させることである。よって $VC=1$千円/台 $\times$ 2（往復） $\times$ 1台 $+$ 2千円/台 $\times$ 2（往復） $\times$ 2台 $+(1+2+1+2)$千円/台 $\times$ 1台 $=16$千円、$RC=5$千円/台 $\times$ 4台 $=20$千円 となる。この例題の場合は簡単に解を求めることができるがより一般的な問題を解くには精巧な分枝限定法が必要となる。

ここで走行費用と賃貸費用をまとめて取り扱うこととし費用配分関数を
$f_i(R,c,d)=\lceil d_i/q\rceil(2c_i+p)-\{\sum_{j\in N}\lceil d_j/q\rceil(2c_j+p)-(VC+RC)\}F_i(c,d)$ (3.3)、 $F_i(c,d)$ として (5.1) ～ (5.7) を用いることによって配分した結果を以下に示す。

表 2 走行費用と賃貸費用をまとめて取り扱った場合の費用配分（単位千円）

$F_i(c,d)$	顧客 1 の費用配分 (f_1)	顧客 2 の費用配分 (f_2)	顧客 3 の費用配分 (f_3)
(5.1)	11.38	6.63	18.00
(5.2)	10.57	5.29	20.14
(5.3)	11.00	4.00	21.00
(5.4)	9.80	6.40	19.80
(5.5)	9.20	4.60	22.20
(5.6)	10.14	5.71	20.14
(5.7)	10.50	5.25	20.25

つぎに走行費用と賃貸費用を別々に取り扱う場合を考える。走行費用の配分関数を $f_i^v(R,c,d) = 2c_i\lceil d_i/q\rceil - (2\sum_{j\in N} c_j\lceil d_j/q\rceil - VC)F_i^v(c,d)$ (4.3)。一方、賃貸費用の配分関数を $f_i^r(d) = p\lceil d_i/q\rceil - (\sum_{j\in N} p\lceil d_j/q\rceil - RC)F_i^r(d)$ (4.6) を用いて配分を行なう。ここで賃貸費用の配分に関して $F_i^r(d)$ として (5.4) を採用する場合と (5.5) を採用する場合の 2 通りが考えられる。まず、(5.4) を採用した場合についての費用配分を示す。一方、走行費用に関しては $F_i^v(c,d)$ として賃貸費用が関係しない (5.1) ～ (5.5) を採用するものとする。括弧内の要素は、走行費用 f_i^v、賃貸費用 f_i^r の各要素を示す。

表 3 走行費用と賃貸費用を別々に取り扱い、賃貸費用に関して $F_i^r(d)$ として (5.4) を採用した場合の費用配分（単位千円）

$F_i^v(c,d)$	顧客 1 の費用配分 (f_1)	顧客 2 の費用配分 (f_2)	顧客 3 の費用配分 (f_3)
(5.1)	10.06 (3.56, 6.50)	6.44 (1.94, 4.50)	19.50 (10.50, 9.00)
(5.2)	9.93 (3.43, 6.50)	6.21 (1.71, 4.50)	19.86 (10.86, 9.00)
(5.3)	10.00 (3.50, 6.50)	6.00 (1.50, 4.50)	20.00 (11.00, 9.00)
(5.4)	9.80 (3.30, 6.50)	6.40 (1.90, 4.50)	19.80 (10.80, 9.00)
(5.5)	9.70 (3.20, 6.50)	6.10 (1.60, 4.50)	20.20 (11.20, 9.00)

同様にして $F_i^r(d)$ として (5.5) を採用した場合についての費用配分を示す。

表 4 走行費用と賃貸費用を別々に取り扱い、賃貸費用に関して $F_i^r(d)$ として (5.5) を採用した場合の費用配分（単位千円）

$F_i^v(c,d)$	顧客 1 の費用配分 (f_1)	顧客 2 の費用配分 (f_2)	顧客 3 の費用配分 (f_3)
(5.1)	9.56 (3.56, 6.00)	4.94 (1.94, 3.00)	21.50 (10.50, 11.00)
(5.2)	9.43 (3.43, 6.00)	4.71 (1.71, 3.00)	21.86 (10.86, 11.00)
(5.3)	9.50 (3.50, 6.00)	4.50 (1.50, 3.00)	22.00 (11.00, 11.00)
(5.4)	9.30 (3.30, 6.00)	4.90 (1.90, 3.00)	21.80 (10.80, 11.00)
(5.5)	9.20 (3.20, 6.00)	4.60 (1.60, 3.00)	22.20 (11.20, 11.00)

この例について距離、需要の観点からは顧客3が重くなっているが、剰余需要に関しては顧客3と顧客1が同じであることに注意して考察を行なう。

顧客1に注目して表2、3、4を見ると(5.5)の場合を除いて、表2≥表3≥表4が成立している。(5.5)の場合にこの不等式が成立しないのは、表3では賃貸費用に関し需要そのものが節約分に大きく影響していることによる。顧客2に注目すると、(5.3)の場合を除いて表2≥表4および表3≥表4が成立している。これは、顧客2に関して剰余需要が少ないことが賃貸費用に大きく影響していることによる。顧客3に注目すると表2≤表4、表3≤表4が成立している。

表2、3、4に共通した面を考察すると顧客1、2では、(5.1)≥(5.2)、(5.4)≥(5.5)が成立しており、顧客3では(5.1)≤(5.2)、(5.4)≤(5.5)が成立している。これは、需要そのものが節約に影響する場合と剰余需要が影響する場合の差異が現れていることを意味する。

さてここで参考として様々な公理を満たし良い解とされているShapley値を求めてみる。Shapley値を求める為には任意の顧客集合$S \subseteq N$の標準的VRPの解の値$val(S)$が必要となる。この例で求めてみると以下の様になる。

$$
\begin{aligned}
val(\{1\}) &= 1\text{千円/台} \times 2\text{（往復）} \times 2\text{台} + 5\text{千円/台} \times 2\text{台} \\
&= 14\text{千円} \\
val(\{2\}) &= 1\text{千円/台} \times 2\text{（往復）} \times 1\text{台} + 5\text{千円/台} \times 1\text{台} \\
&= 7\text{千円} \\
val(\{3\}) &= 2\text{千円/台} \times 2\text{（往復）} \times 3\text{台} + 5\text{千円/台} \times 3\text{台} \\
&= 27\text{千円} \\
val(\{1,2\}) &= 1\text{千円/台} \times 2\text{（往復）} \times 1\text{台} \\
&\quad +(1+2+1)\text{千円/台(顧客1→顧客2）} \times 1\text{台} \\
&\quad +5\text{千円/台} \times 2\text{台} \\
&= 16\text{千円} \\
val(\{1,3\}) &= 1\text{千円/台} \times 2\text{（往復）} \times 1\text{台} + 2\text{千円/台} \times 2\text{（往復）} \times 2\text{台} \\
&\quad +(1+3+2)\text{千円/台(顧客1→顧客3）} \times 1\text{台} + 5\text{千円/台} \times 4\text{台} \\
&= 36\text{千円} \\
val(\{2,3\}) &= 2\text{千円/台} \times 2\text{（往復）} \times 2\text{台} \\
&\quad +(1+1+2)\text{千円/台(顧客2→顧客3）} \times 1\text{台} \\
&\quad +5\text{千円/台} \times 3\text{台} \\
&= 27\text{千円} \\
val(\{1,2,3\}) &= 1\text{千円/台} \times 2\text{（往復）} \times 1\text{台} + 2\text{千円/台} \times 2\text{（往復）} \times 2\text{台} \\
&\quad +(1+2+1+2)\text{千円/台(顧客1→顧客2→顧客3）} \times 1\text{台} \\
&\quad +5\text{千円/台} \times 4\text{台} \\
&= 36\text{千円}
\end{aligned}
$$

これらの値からShapley値を求めてみると（鈴木[8]参照）顧客1、2、3の順に(10.67, 2.67, 22.67)（単位千円）となり顧客間の大小関係は上記で議論された費用配分方法と同じであるが、負担の大きさについては上記で議論された費用配分方法よりも顧客2に対する負担が

軽くなる。ただし、一般的に上記の方法と Shpley 値がどの程度異なるかは議論することはできない。また、この例題の場合は顧客数が 3 であったので比較的容易に Shapley 値を求めることができたが最初に述べたように顧客数が増加すれば計算に必要な $val(S)$ の個数は指数的に増大する。この例についても $val(S)$ の計算回数は上記の方法と比較して Shapley 値は 7 倍の手間を要している。さらには、1 個の $val(S)$ を求めるという作業のみでも NP 困難な問題を解くという労力を要する。配送計画では顧客を数件だけ配送するというような事例はまれであるから Shapley 値のような計算方法は現実的とは言えない。

6. まとめと今後の課題

本論文では、共同配送に関する費用分担に関して計算が Shpley 値やコア、仁などによらない実用的な費用配分方法を Fishburn and Pollark [2] の拡張として示した。さらに、走行費用と賃貸費用の取り扱いや共同配送による節約額の配分方法は、さまざまなバリエーションがあり、 組合が各々の状況に応じて選択してゆくべきということを示した。今後の課題として、配送路問題には時間制約や複数デポ、複数車種などの条件があるため、その条件に対応した配分方法を考えてゆくことができる。

謝辞

本論文の執筆にあたり、東洋大学の船木由喜彦先生、筑波大学の鈴木久敏先生、ライオン株式会社経営企画部の津久井英喜様より有益なご意見をいただきました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

[1] A. A. Assad: Modeling and Implementation Issues in Vehicle Routing, *Vehicle Routing Methods and Studies*, pp. 7 – 45 North-Holland (1988).

[2] P. C. Fishburn and H. O. Pollark: Fixed Route Cost Allocation, *American Mathematical Monthly* , 90, pp. 366 – 378 (1983).

[3] P. C. Fishburn and H. O. Pollark: Proportional Allocation Schemes For Tour Costs, *European Journal of Operational Research* , 31, pp. 24 – 30 (1987).

[4] P. C. Fishburn: Fair Cost Allocation Schemes, *Social Choice and Welfare* , 7, pp. 57 – 69 (1990).

[5] 毛利裕昭, 渡辺隆裕: 巡回セールスマン問題ゲームに関するいくつかの考察, *Technical Report, Department of Industrial Engineering and Management, Tokyo Institute of Technology*, No.95-8 (1995).

[6] H. Moulin: *Axioms of Cooperative Decision Making*, Cambridge University Press (1988).

[7] J. A. M. Potters, I. J. Curiel and S. H. Tijs: Travelling Salesman Games, *Mathmatical Programming*, 53, pp. 199 – 211 (1992).

[8] 鈴木 光男: ゲーム理論入門, 共立出版 (1981).

[9] A. Tamir: On the Core of a Traveling Salesman Game, *Operation Research Letters*, 8, pp. 31 – 34 (1988).

[10] 津久井英喜: 物流パラダイムシフトのすすめ, *Logistic Systems*, 2, No.6, pp. 22 – 25 (1993).

[11] プラネット物流株式会社（津久井英喜）: 物流パラダイムシフトへの挑戦, 日本のロジスティクス (日本ロジスティクス協会編), pp. 1249 – 1264 (1994).

[12] H. P. Young: Cost Allocation, *in Handbook of Game Theory with Economic Applications II; (eds.) R. J. Aumann and S. Hart*, North-Holland (1994).

毛利 裕昭
〒100 東京都千代田区大手町 2-3-6
株式会社 三菱総合研究所 情報技術開発部
E-mail : mohri@mri.co.jp

ABSTRACT

COST ALLOCATION ON VEHICLE ROUTING PROBLEM

Hiroaki Mohri
Mitsubishi Research Institute, Inc.

Takahiro Watanabe, Masao Mori
Tokyo Institute of Technology

Mikio Kubo
Tokyo University of Mercantile Marine

Co-operative logistics is important to solve several logistics problems, such as a shortage of tracks and drivers, inefficient loading, NO_x pollution and so on.

While, current evolvement of computer networks makes it possible to provide various information for common use through networks. And further development of information infrastructure is under way.

Under these circumstances, co-operative logistics is socially desired in order to solve logistics problems. However, cost allocation method for co-operative logistics has not been clearly stated so far, and that becomes obstacle for implementating co-operative logistics.

This is the paper which gives a solution about how to allocate the transportation costs out of logistics costs. We do not adopt the traditional solutions of co-operative game theory (i.e. Shapley values, core, nucleus, etc.). Instead, we use the expantion solution of Fishburn and Pollark on the Traveling Salesman Game. That is because the number of NP hard problems i.e. Vehicle Routing Problems for getting traditional solutions increases exponentially as the number of customers increases.

Furthermore, this paper shows that participants of co-operative logistics should be able to choose their own costs allocaiton method based on their policies for rental costs and road costs, and also on allocation of saving costs by cooperation. We propose two axioms for cost allocation functions, and some saving functions as well.

The furture themes of this problem are how to allocate logistics costs on various conditions (ex. time windows).