

## 事業体間の相互評価情報を用いた調和的な効率性評価法

杉山 学 山田善靖  
東京理科大学

(受理 1994 年 5 月 16 日: 再受理 1995 年 3 月 14 日)

**和文概要** 事業体の経営効率を評価する際に、DEA(Data Envelopment Analysis)が他の評価法と大きく異なる点は、分析対象となる事業体の評価を全て同じ基準で行うのではなく、各事業体にとって最も有利な基準で評価を行う点にある。このような特徴から DEA は、自己中心的に評価を行う方法であるのとらえることができる。そのために、各事業体が行った評価基準に対しお互いに口を出せる状況の下では、他の事業体で用いられた評価基準について不満を抱くことが考えられる。なぜなら、他の事業体の評価基準を用いた評価結果(相互評価)は、時として自己に対して不当に不利な評価を下すため、納得しにくい場合が少なくない。また、評価者にとっても許容できない評価基準が用いられることもあり、そうした場合には、評価結果に納得がいかないと考えられる。そこで本論文は、このような状況下で、集団を構成する評価者と各事業体が、合意を形成しながら統一した評価を行うための新たな効率性評価法を提案するものである。

この提案する効率性評価法では、DEA の最適ウェイトの解を利用して相互評価を算出するが、その際に解がユニークに定まらない点が問題となる。そこで本論文では、最適ウェイトの解をユニークに定める 1 つの方法を提案する。また、この効率性評価法を用いることで、従来 DEA だけの分析では行えなかった DEA 効率的と判定された事業体間の更なる優劣比較や、DEA 非効率的と判定された事業体間の優劣比較が行えることを示す。そして最後に分析例として、わが国の電気事業体の効率性分析を行う際に、集団の合意形成が必要な状況を考え、実際のデータを用いて評価分析する。

### 1. はじめに

DEA (Data Envelopment Analysis) は Charnes, Cooper ら [3] で提案されて以来、Seiford の文献目録 [16] の中で確認できるように数多くの研究がなされてきている。近年日本においても DEA の研究(橋本 [8], 山口, 福川ら [12], 末吉 [18, 19], 刀根 [22, 23], 筆者ら [25, 26] 等)が活発に行われ話題となっている。

事業体の経営効率を評価する際に、DEA が他の評価法と大きく異なる点は、分析対象となる事業体の評価を全て同じ基準(ウェイト付け)で行うのではなく、各事業体にとって最も有利な基準で評価を行う点にある。このように各事業体の良い面を評価してやることで、その評価結果に対する不満をできる限り和らげていると解釈できる。しかし、当該事業体にとって最も有利に行った評価基準に対しお互いに口を出せる状況下では、他の事業体で用いられた評価基準について不満を抱くことが考えられる。なぜなら、他の事業体の評価基準を用いた評価結果(相互評価)は、必ずしも自己に対して有利な結果をもたらすとは限らない。そうした場合には、評価結果に対する納得を得がたい。また、評価者にとっても許容できない評価基準が用いられることもあり、そうした場合にも、やはり評価者にとって、納得がいかないと考えられる。このような状況では、集団を構成する評価者と各事業体が、合意を形成しながら統一した評価を行うことが困難になる。そこで本論文は、上述のような状況下で、集団の

合意を形成しながら統一した評価を行うための新たな効率性評価法を提案するものである。

集団の合意形成過程は様々あるが、一般に集団の合意をスムーズに形成するためには、“最初に本音の意図を入れて、最後は民主的に決める”状況が多いと考えられる。そこで、上述のような事業体間で相互評価を行うような状況下でも、このような集団の合意形成過程が有効であると、新たな効率性評価法を提案する。より詳しく述べるならば、この提案する効率性評価法は“調和 (accommodate)”するという概念を導入し、1) まず本音の意図として、評価者の意向と“調和”しながら事業体間の相互評価を行い、2) ついで民主的に、全事業体群と“調和”しながら個々の事業体に統一した評価をするという2段階で行うものである。この事業体間の相互評価というのは、DEAで分析対象の事業体を評価する際に用いたウェイト付けによって、その他の事業体がどのように評価されているかを表すものである。実際にこの相互評価は、DEAモデルの中では制約条件としてのみ利用されている。また、集団の合意をスムーズに形成するためには、各事業体の用いた評価基準が、相対的にどの程度片寄っているかを自覚させることが有効であると考えられる。そこで、それを表す指標値を提案する。

この提案する方法で効率性を評価する場合に大きな問題となるのが、DEAのモデルを解いた結果得られる最適ウェイトの解がユニークに定まらない点である。なぜなら、ユニークに定まるとは限らない最適ウェイトの解から得られる相互評価情報を用いて、効率性を議論することは、全く違った解釈につながる可能性があるからである。本論文と同様に、何らかの意味において相互評価情報を用いた既存の研究として文献[5, 13, 17]があげられるが、これらの論文では最適ウェイトの解のユニーク性の問題を十分に扱っていない。最適ウェイトの解をユニークに定めるには、既存のDEAの方法の中だけでは決められないので、何らかの追加の情報なり決め方の考え方や基準を導入しなければならない。そこで、この問題に対して本論文では効率性を評価したい評価者が理想的なウェイトの値を抱いていると仮定して、それに一番近いウェイト値の組を採用することで、最適ウェイトの解をユニークに定める方法を提案する。その上で新たに事業体間の相互評価として調和効率値 (Accommodation Efficiency) と調和効率性行列 (Accommodation Efficiency Matrix) を定義する。

本論文の構成は次のようになっている。まず、2章では、本論文が想定する状況から提案する効率性評価法の特徴と意義を述べる。3章では基本的なDEAモデルを示し、問題点をあげる。4章では、最適ウェイトの解をユニークに定めるための方法を提案し、調和効率値と調和効率性行列を定義する。5章では、調和効率性行列から統一した効率値を定義し、算出する方法を示す。また、各事業体の評価に用いられたウェイトの組が、相対的にどの程度片寄ったものであるかを評価する方法を提案する。6章では、本論文で提案された効率性評価法を使い、わが国の電気事業体の生産性に関する効率性分析を行う。7章では本論文をまとめ、将来の研究課題を検討する。

## 2. 本論文が想定する状況と提案する効率性評価法

本章では、まずこの効率性評価法を提案するに至った背景について説明し、ついで本手法の具体的な手順を示す。

企業の業績評価を行う専門家達に対して、DEAによる業績評価を説明したところ実際に次のようなコメントが出された。それは、「分析対象となる事業体にとって最も有利に評価してやることで、その事業体は評価結果に対して満足するかもしれないが、それ以外の事業体はその評価に対して満足しないだろう。ましてや、評価者も満足しないだろう。」というものであった。彼らのこの主張は、DEAモデルの観点から解釈すると次のようになる。それは、「DEAでは、分析対象の事業体にとって最も有利になるように最適ウェイトを決定し、効率性を評価している。その時の評価に用いた最適ウェイトで、分析対象以外の事業体も効率性の評価(相互評価)が行える。しかし、他の事業体にとっては、必ずしもそれぞれが公平に評価されるとは限らず、他に比べて不利な評価を強いられるものが出てくる。そうした事業体にとっては、その評価は納得いくものではない。また、評価者にとっても各事業体が自

由にウェイト付けできるので、許容できないウェイト付けがなされることがある。」というものである。つまり彼らは、分析対象である全事業体群に対して、従来の業績評価と同様に統一した評価を行うことを期待していたのである。なぜなら、評価者と分析対象となる各事業体の全てが、ある程度納得のいく評価基準でなければ、その評価結果に対する普遍性が保たれないのではないかという指摘である。

この主張を受け入れるならば、集団を構成する評価者と各事業体の合意を形成しながら統一した評価を行わなければならない。このためには、1章でも述べたように、まず評価者の意向と“調和 (accommodate)”し、ついで全事業体群と“調和”することが有効であると考えられる。なぜなら、このような過程を通じて両者の意向と“調和”することで、次第に主張の対立が減少して理解と協調が増進し、結果として集団の合意がスムーズに形成されるのではないかと考えるからである。本論文では、以上の要求を満たす手法として、新たに“事業体間の相互評価情報を用いた調和的な効率性評価法”の提案を行う。

具体的に本論文で提案する効率性評価法の手順は、次のような2段階を踏むものである。

- 1) はじめに DEA を行い、評価者の意向と“調和”しながら DEA の最適ウェイトの解をユニークに定め、相互評価を算出する。(調和効率値の算出)
- 2) その上で、次に全事業体群と“調和”しながら個々の事業体に統一した評価を行うために、相互評価の値を行列形式で表現したのから最大固有値に対する固有ベクトルを算出し、それを用いて統一した効率性評価を与える。  
(調和統合効率値の算出)

評価者の意向とは、通常“評価者が抱く理想的なウェイト付け”だけかもしれないが、本論文ではより強い評価者の意向を想定している。その意向とは、“評価者が抱く理想的なウェイト付け”と“有利に評価をしてあげたい事業体 (えこひいき)”を含むものである。なぜなら本論文が想定する状況では、評価者が先験的な知識 (かなり強い意向) を持つことが予想されるからである。

この効率性評価法は、上述したような状況において、集団を構成する評価者と各事業体の合意を形成しながら、統一した評価を行うことから“グループ DEA (Group Data Envelopment Analysis)”と呼ぶことができよう。

### 3. DEA モデル

DEA に関する記述は様々であるが [5, 18, 22, 23, 24], 記号, 表現の統一をはかるため近年の Cooper, 刀根, 高森, 末吉の文献 [5] に従って、以下のように記述する。

DEA では、分析対象となる事業体を DMU (Decision Making Unit) と呼び、その DMU は全部で “ $n$ ” 個あるものと仮定する。さらに各  $DMU_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) は、共通した入出力項目を持ち、“ $m$ ” 種の入力  $x_{ij} > 0$  ( $i = 1, \dots, m$ ) を使い、“ $s$ ” 種の出力  $y_{rj} > 0$  ( $r = 1, \dots, s$ ) を産出していると仮定する。分析対象とする各  $DMU_o$  ( $o = 1, \dots, n$ ) に対する DEA の基本的なモデルである CCR モデルは、

$$\begin{aligned}
 \text{最小化} \quad & \theta_o - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_{io}^- + \sum_{r=1}^s s_{ro}^+ \right), \\
 \text{制約} \quad & \theta_o x_{io} - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jo} - s_{io}^- = 0, \quad (i = 1, \dots, m), \\
 & \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jo} - s_{ro}^+ = y_{ro}, \quad (r = 1, \dots, s), \\
 & \lambda_{jo} \geq 0, \quad (j = 1, \dots, n), \\
 & s_{ro}^+ \geq 0, \quad (r = 1, \dots, s), \\
 & s_{io}^- \geq 0, \quad (i = 1, \dots, m),
 \end{aligned} \tag{1}$$

と。(1)の双対問題

$$\begin{aligned}
& \text{最大化} && \xi_o = \sum_{r=1}^s u_{ro} y_{ro}, \\
& \text{条件} && \sum_{i=1}^m v_{io} x_{io} = 1, \\
& && - \sum_{i=1}^m v_{io} x_{ij} + \sum_{r=1}^s u_{ro} y_{rj} \leq 0, \quad (j = 1, \dots, n), \\
& && u_{ro} \geq \varepsilon, \quad (r = 1, \dots, s), \\
& && v_{io} \geq \varepsilon, \quad (i = 1, \dots, m),
\end{aligned} \tag{2}$$

で表現される. DEA モデルでは DMU<sub>o</sub> の経営効率  $\theta_o$  を,  $n$  個の全 DMU 群の経営活動との相対比較を行うことで求めている. そして, (1) の  $\theta_o$  の最適値  $\theta_o^*$  を DEA 効率値 (DEA efficiency) と呼び, この DEA 効率値が  $\theta_o^* = 1$  かつ, 全てのスラックが  $s_{ro}^{+*}, s_{io}^{-*} = 0$  である場合, DMU<sub>o</sub> は DEA 効率的と判定される. また, それ以外の場合 ( $\theta_o^* = 1$  かつ, 少なくとも 1 つ以上のスラックが  $s_{ro}^{+*}, s_{io}^{-*} > 0$  である場合と,  $\theta_o^* < 1$  の場合) は, DEA 非効率的と判定される. なお,  $\varepsilon$  は無限小正数で, 特定の値を与えて解かなくても最適化を 2 段階にわけて行えば解ける [5, 24]. 本論文では, DMU<sub>o</sub> ( $o = 1, \dots, n$ ) に対する (2) の最適ウェイトの解を  $u_{ro}^*$  ( $r = 1, \dots, s$ ),  $v_{io}^*$  ( $i = 1, \dots, m$ ) と表現する.

上記の CCR モデル (1), (2) は, 以下の分数計画問題,

$$\begin{aligned}
& \text{最大化} && h_o = \frac{\sum_{r=1}^s u_{ro} y_{ro}}{\sum_{i=1}^m v_{io} x_{io}}, \\
& \text{条件} && \frac{\sum_{r=1}^s u_{ro} y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{io} x_{ij}} \leq 1, \quad (j = 1, \dots, n), \\
& && u_{ro} \geq \varepsilon, \quad (r = 1, \dots, s), \\
& && v_{io} \geq \varepsilon, \quad (i = 1, \dots, m),
\end{aligned} \tag{3}$$

と同値である. つまり, CCR モデルは (3) のような比率形式で解釈できることを表している. 本論文でも, この比率形式に基づいた効率性の概念を用いる.

比率形式の解釈によると (3) の意味する内容は, 全ての DMU<sub>j</sub> の  $\sum u_{ro} y_{rj} / \sum v_{io} x_{ij}$  の比率が 1 以下という制約の下で, 分析対象とする DMU<sub>o</sub> の比率を最大化することである. つまり, 分析対象の DMU<sub>o</sub> にとって最も有利になるように, 複数の入力と出力に対するウェイトを決定し, 相対的な効率性を評価することを表している. この DEA の定式化の特徴から, DEA で非効率的と判定された DMU は, どのようなウェイト付けで評価を行っても, 参照集合 (reference set) である効率的な DMU に対して非効率であることを意味している. 反対に DEA で効率的と判定された DMU は, ある定まった (最も有利な) ウェイト付けを採用して評価した場合にのみ, 効率的であることを保証されたにすぎず, 他の DMU が評価に用いたウェイト付けにおいて, 効率的であるかどうかは保証していない. その上多くの場合, 評価の際に用いたウェイト付けが各 DMU ごとに異なるので, DEA 効率値のみを用いて個々の DMU 間の優劣比較を行うのには問題がある. つまり DEA だけの分析では, DEA 効率的と判定された DMU 間の更なる優劣比較や, DEA 非効率的と判定された DMU 間の優劣比較が単純にはできない. また DEA は, 文献 [18, 25] でも指摘されているように, 各 DMU にとって自由勝手にウェイト付けできるために, 特異な活動をする DMU を高く評価したり, ほとんどの DMU が DEA 効率的と判定されるなど, 実践上で人間が感じている評価と合わない

などの問題点がある。

上記の問題点を克服するための1つの手がかりとして、全てのDMU間の相互評価情報を用いることが有効であると考えられる。なぜなら、この情報を利用することで、他のDMUが行った評価状況の下で、分析対象のDMUがどのように評価されているかを把握でき、分析対象のDMUが自由勝手に評価した状況を修正できるからである。そこで、本論文で提案する効率性評価法も、このDMU間の相互評価情報を用いる。それにより、上記のような問題点を克服するための手がかりを与える。

#### 4. 調和効率性行列

本章では、まず最適ウェイト  $(u_{r_o}^*, v_{i_o}^*)$  を用いた、全DMUの相互評価情報の一形式であるクロス効率性行列を説明し、その問題点をあげる。そして、全DMUの相互評価情報を利用する際の問題点である、最適ウェイトの解をユニークに定めるための方法を提案し、調和効率値と調和効率性行列を定義する。

##### 4.1 クロス効率性行列

DEAでは、3章で述べたように分析対象のDMU<sub>o</sub>にとって最も有利になるように評価を行っている。その時、DMU<sub>o</sub>の評価に用いた最適ウェイト  $(u_{r_o}^*, v_{i_o}^*)$  で他のDMU (DMU<sub>j</sub>,  $j \neq o$ ) も評価できる。この情報は、分析対象のDMU<sub>o</sub>を評価する時に、各DMU<sub>j</sub>がどのように評価されているかを表している。言い換えるならば、これは全DMUの相互評価情報である。しかしDEAでは、一般にその評価値自体を情報として用いていない(実際にこの情報は、(3)のDEAモデルの中で制約条件として利用されているだけである)。この情報を利用する方法としてSexton, Silkman, Hoganは、文献[17]においてクロス効率値(Cross Efficiency)とクロス効率性行列(Cross Efficiency Matrix)を提案している。Sextonらは、DMU<sub>o</sub>によって測定されるDMU<sub>j</sub>の効率値をクロス効率値  $E_{oj}$  とし、

$$E_{oj} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{r_o}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{i_o}^* x_{ij}}, \quad (o = 1, \dots, n \text{ and } j = 1, \dots, n), \quad (4)$$

と定義している。このクロス効率値  $E_{oj}$  は、3章の(3)の分数計画問題の制約式の左辺の値に相当する。そして、クロス効率値  $E_{oj}$  が  $o = j$  のとき、従来のDEA効率値である。また、クロス効率値を要素として、 $n \times n$  行列の行列形式で表現したものがクロス効率性行列である。このクロス効率性行列を用いた事例研究として橋本の文献[8]などがあげられる。

Sextonらは、提案したクロス効率性行列を用いて分析する際の注意点として、一般に分析対象のDMU<sub>o</sub>がDEA効率的な場合には、最適ウェイトの解  $(u_{r_o}^*, v_{i_o}^*)$  がユニークに定まらないことを述べている。そして以上の点は刀根の文献[24]においても、一般に効率的な活動の最適ウェイトは一通りに定まらないことが多いので、その値を用いる議論(クロス効率性行列などを含む)は慎重にしなければならないと指摘されている。また、まれな場合ではあるが、分析対象のDMU<sub>o</sub>がDEA非効率的な場合にも、最適ウェイトの解がユニークに定まらないことが起こりうる。つまり、最適ウェイトの解がユニークに定まらないことは、クロス効率値がユニークに定まらないことと同じである。よってSextonらは、任意の最適ウェイトの解から得られるクロス効率値を用いて、効率性の評価を議論することは全く違った解釈につながりうることを同じ文献[17]で指摘している。

上記の問題点に対する改善案の1つとして、Sextonらは文献[17]の中で目標計画法を用いたモデルによってウェイトをユニークに定める方法を提案している。しかし、このモデルは線形の目的関数で定式化されているので、全ての場合に対して最適ウェイトの値をユニークに定められるとは限らない。この点に関して、枇々木は文献[9]でクロス効率値の値のみに

注目して、クロス効率値だけをユニークに定めることで問題点を解決する試みを行っている。

#### 4.2 最適ウェイト ( $u_{r_o}^*, v_{i_o}^*$ ) をユニークに決定する方法

4.1 節において、クロス効率性行列などの全 DMU の相互評価情報を利用する際の問題点である、最適ウェイトの解 ( $u_{r_o}^*, v_{i_o}^*$ ) をユニークに定める点に関しては、いまだ解決されていないことを述べた。そこで、本節では最適ウェイトの解をユニークに定める方法を次に提案する。

3 章で述べたように DEA では、分析対象の DMU<sub>o</sub> にとって最も有利になるように、複数の入力と出力に対するウェイトを決定し、相対的な効率性を評価している。しかし、DEA では DMU<sub>o</sub> にとって自由にウェイト付けを行えるので、現実には DEA を行う評価者にとって許容できないようなウェイト付け (最適ウェイト) がなされることがある。この問題点に関して Thompson, Singleton, Thrall, Smith は、このウェイト付けを制限する、DEA/領域限定法 (DEA/Assurance Region analysis) を文献 [20] において提案している。

そこで本論文では、現実には DEA を行う評価者は何らかの形で、理想的なウェイトの値を認識していると仮定する。そして、この理想的なウェイトの値を用いることで評価者の意向と“調和 (accommodate)” し、最適ウェイトの解をユニークに定めることが可能となる。具体的には、DEA を行った結果得られる最適ウェイトの解の集合の中で、評価者が抱く理想的なウェイト値に一番近いウェイト値の組を採用することで、最適ウェイトの解をユニークに定めようとするものである。この最適ウェイトの解をユニークに定める手順を、(2) の線形計画問題の場合を例に取り、次に説明する。

##### 4.2.1 分析対象の DMU<sub>o</sub> に対する最適ウェイトの解 ( $u_{r_o}^*, v_{i_o}^*$ ) の集合

まずはじめに、分析対象の DMU<sub>o</sub> に対する最適ウェイトの解 ( $u_{r_o}^*, v_{i_o}^*$ ) の集合を定義する。(2) の線形計画問題を解くことで得られる最適目的関数値を  $\xi_o^*$  と表記すると、最適目的関数値  $\xi_o^*$  を達成する最適ウェイトの解 ( $u_{r_o}^*, v_{i_o}^*$ ) の集合は、以下の

$$\begin{aligned}
 & \sum_{r=1}^s u_{r_o}^* y_{r_o} - \xi_o^* = 0, \\
 & \sum_{i=1}^m v_{i_o}^* x_{i_o} = 1, \\
 & - \sum_{i=1}^m v_{i_o}^* x_{ij} + \sum_{r=1}^s u_{r_o}^* y_{rj} \leq 0, \quad (j = 1, \dots, n), \\
 & u_{r_o}^* \geq \varepsilon, \quad (r = 1, \dots, s), \\
 & v_{i_o}^* \geq \varepsilon, \quad (i = 1, \dots, m),
 \end{aligned} \tag{5}$$

を満たす集合である。

##### 4.2.2 評価者が抱く理想的なウェイト値 ( $\bar{u}_r, \bar{v}_i$ )

二番目として、評価者が抱く理想的なウェイト値 ( $\bar{u}_r, \bar{v}_i$ ) を提示してもらおう。ここで、入力項目や出力項目が多数存在し、それぞれに対する理想的なウェイト値を簡単に提示することが困難な場合には、AHP (Analytic Hierarchy Process [11, 14, 21]) で用いられる一対比較行列から定める。具体的には、 $m$  種の入力項目の間で一対比較を行い各項目の重要度  $\bar{v}_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) を算定する。同様にして、 $s$  種の出力項目の間で一対比較を行い各項目の重要度  $\bar{u}_r$  ( $r = 1, \dots, s$ ) を算定する。当然これらの一対比較行列の整合度 (consistency index: C.I.) が悪い場合には、一対比較値を再検討する必要がある。この各入出力項目の重要度 ( $\bar{u}_r, \bar{v}_i$ ) が、評価者が抱く理想的なウェイト値に相当する。しかし、この評価者が抱く理想的なウェイト値 ( $\bar{u}_r, \bar{v}_i$ ) は、分析対象の DMU<sub>o</sub> の入出力値 ( $x_{i_o}, y_{r_o}$ ) が全て 1 に基準化された場合に相当する。そこで、DMU<sub>o</sub> ごとに理想的なウェイト値と最適ウェイトの解を同じ数値オーダーに合わせるために、仮想入出力 (virtual input/output [2, 8, 24]) の概念を使う。

$$\begin{aligned} \bar{v}_{io} &= \bar{v}_i (= v_{io}x_{io}), & (i = 1, \dots, m), \\ \bar{u}_{ro} &= \xi_o^* \bar{u}_r (= u_{ro}y_{ro}), & (r = 1, \dots, s). \end{aligned} \tag{6}$$

$\xi_o^*$ : (2) の最適目的関数值 (DEA 効率値).

この  $(\bar{u}_{ro}, \bar{v}_{io})$  が、分析対象の DMU<sub>o</sub> に対して変換された理想的なウェイト値である。

#### 4.2.3 目的関数の設定とモデルの定式化

三番目は目的関数を設定し、最適ウェイト  $(u_{ro}^*, v_{io}^*)$  をユニークに定めるためのモデルを定式化することである。そこでまず基本型モデルを示し、ついで本論文で用いる拡張型モデルを示す。

基本モデルでの目的は、評価者が抱く理想的なウェイト値  $(\bar{u}_{ro}, \bar{v}_{io})$  と最適ウェイトの解  $(u_{ro}^*, v_{io}^*)$  との差を一番小さくすることである。つまり、最適ウェイトの解の集合の中で、理想的なウェイト値に一番近いウェイト値の組を採用したいという目的である。そこで、本論文では最小二乗法と同様の考え方を利用して目的関数を設定し、以下のようにモデルを定式化する。

$$\begin{aligned} \text{最小化} \quad & \sum_{r=1}^s (u_{ro}^* y_{ro} - \bar{u}_{ro})^2 + \sum_{i=1}^m (v_{io}^* x_{io} - \bar{v}_{io})^2, \\ \text{条件} \quad & \sum_{r=1}^s u_{ro}^* y_{ro} - \xi_o^* = 0, \\ & \sum_{i=1}^m v_{io}^* x_{io} = 1, \\ & - \sum_{i=1}^m v_{io}^* x_{ij} + \sum_{r=1}^s u_{ro}^* y_{rj} \leq 0, \quad (j = 1, \dots, n), \\ & u_{ro}^* \geq \varepsilon, \quad (r = 1, \dots, s), \\ & v_{io}^* \geq \varepsilon, \quad (i = 1, \dots, m). \end{aligned} \tag{7}$$

本論文で用いる拡張型モデルでの目的は、2章で述べたように基本型モデルでの目的よりも評価者のより強い意向に対して“調和”するものである。具体的には、基本型モデルでの目的に加えて、評価者が示した特定の DMU に関してだけ相互評価の値 (効率値) を、できる限り大きくしたい (有利な評価をしてあげたい) というものである。そこで、基本型モデルと同様の考え方を利用して目的関数を設定し、以下のようにモデルを定式化する。

$$\begin{aligned} \text{最小化} \quad & \alpha \left( \sum_{r=1}^s (u_{ro}^* y_{ro} - \bar{u}_{ro})^2 + \sum_{i=1}^m (v_{io}^* x_{io} - \bar{v}_{io})^2 \right) + \beta \left( \sum_{j \in F} d_{oj}^2 \right), \\ \text{条件} \quad & \sum_{r=1}^s u_{ro}^* y_{ro} - \xi_o^* = 0, \\ & \sum_{i=1}^m v_{io}^* x_{io} = 1, \\ & - \sum_{i=1}^m v_{io}^* x_{ij} + \sum_{r=1}^s u_{ro}^* y_{rj} + d_{oj} = 0, \quad (j \in F), \\ & - \sum_{i=1}^m v_{io}^* x_{ij} + \sum_{r=1}^s u_{ro}^* y_{rj} \leq 0, \quad (j \notin F), \\ & u_{ro}^* \geq \varepsilon, \quad (r = 1, \dots, s), \\ & v_{io}^* \geq \varepsilon, \quad (i = 1, \dots, m), \\ & d_{oj} \geq 0, \quad (j \in F). \end{aligned} \tag{8}$$

ここで、“F” はできる限り有利な評価をしてあげたいと考える特定の DMU の集合であり、 $d_{oj}$  はその特定の DMU の効率値 (相互評価の値) と効率値 1 の差を表す変数である。そして、 $\alpha, \beta$  は目標計画法 [7] の付順方式で用いられる順位係数  $P_k (k = 1, 2, \dots)$  に相当する係数である。そして、DMU<sub>o</sub> ( $o = 1, \dots, n$ ) に対する (7) または (8) の最適ウェイトの解を  $u_{ro}^{**} (r = 1, \dots, s), v_{io}^{**} (i = 1, \dots, m)$  と表現する。

#### 4.3 調和効率性行列の定義

本節では、4.2 節でユニークに定めた最適ウェイト ( $u_{ro}^{**}, v_{io}^{**}$ ) を用いた全 DMU の相互評価情報として、調和効率値と調和効率性行列を定義する。そこで、DMU<sub>o</sub> によって測定される DMU<sub>j</sub> の効率値を調和効率値  $a_{jo}$  とし、以下のように定義する。

##### [定義 1] 調和効率値

$$a_{jo} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{ro}^{**} y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{io}^{**} x_{ij}}, \quad (j = 1, \dots, n \text{ and } o = 1, \dots, n). \quad (9)$$

この調和効率値  $a_{jo}$  はクロス効率値と同様に、3 章の (3) の分数計画問題の制約式の左辺の値に相当する。そして、調和効率値  $a_{jo}$  が  $j = o$  のとき、従来の DEA 効率値である。調和効率値  $a_{jo}$  とクロス効率値  $E_{oj}$  の違いは、行と列の表記が逆となっている点と、ユニークに定めた最適ウェイト ( $u_{ro}^{**}, v_{io}^{**}$ ) を用いる点である。

また、調和効率値を要素として、 $n \times n$  行列の行列形式で表現したものが調和効率性行列  $A$  であり、以下のように定義する。

##### [定義 2] 調和効率性行列

$$A = [a_{jo}], \quad (j = 1, \dots, n \text{ and } o = 1, \dots, n). \quad (10)$$

### 5. 調和統合効率値

3 章で DEA に対する問題点を述べたが、同様の問題を扱った研究は既にいくつか行われている。その中で、Cook, Kress, Seiford は文献 [5] において、DEA で効率的と判定された DMU 群をさらに区別するためのモデルを提案している。そして、Roll, Cook, Golany は文献 [13] で共通ウェイト (common set of weight) を定義して、個々の DMU の評価を統一して行えるようにしている。また、Sexton, Silkman, Hogan は文献 [17] において、4 章で述べた全 DMU の相互評価情報の一形式であるクロス効率性行列の列平均を、DMU<sub>j</sub> に対する平均クロス効率性 (ECOL(j)) と定義し、その値を用いて個々の DMU の評価を統一して行っている。

これに対し本論文で提案する効率性評価法は、2 章で述べたように各 DMU が行った相互評価に対してできる限り DMU 全体で“調和 (accommodate)”しながら、個々の DMU に統一した評価をするものである。その評価は、次節で示すような調和効率性行列の固有値問題に置き換えられる。

#### 5.1 調和統合効率値の定義

本節では具体的に提案する効率性評価法を、まず Sexton ら [17] が行った方法と対比しながら述べ、ついで相対的な効率値として調和統合効率値を定義する。

提案する効率性評価法は、相互評価情報を用いる点に関して Sexton らと同じであるが、その相互評価情報がクロス効率性行列ではなく、4 章で提案した (評価者の意向に対して調和した) 調和効率性行列  $A$  を用いる点が異なる。そして、個々の DMU に統一した評価を

Sexton らのように、その行列の単なる列平均

$$ECOL(j) = \frac{1}{n} \sum_{o=1}^n E_{oj}, \quad (j = 1, \dots, n), \quad (11)$$

で行うのではなく、調和効率性行列の最大固有値に対する固有ベクトルを用いて、個々の DMU に統一した評価を行おうとする点が異なる。

そこでまず、具体的に  $n \times n$  の調和効率性行列  $A$  の最大固有値  $\lambda_{max}$  に対する  $n \times 1$  の固有ベクトル  $w$  を算出する。

$$Aw = \lambda_{max} w, \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1. \quad (12)$$

そして、この固有ベクトル  $w$  の要素を  $w = [w_1, \dots, w_n]^T$  と表現する。この“ $T$ ”はベクトルや行列の転置を表すものとする。また、調和効率性行列  $A$  は、3章で示した DEA モデルから全ての要素が正の実数である。よって、ペロン・フロベニウスの定理 (Perron-Frobenius' theorem [15]) から、この固有ベクトル  $w$  は、 $w_j > 0$  ( $j = 1, \dots, n$ ) であることがいえる。そこで、各要素  $w_j$  を固有ベクトルの要素の最大値 ( $w_{max} = \max\{w_j | j = 1, \dots, n\}$ ) で、割ったものを調和統合効率値  $s_j$  とし、以下のように定義する。

### [定義 3] 調和統合効率値

$$s_j = \frac{\lambda_{max} w_j}{\lambda_{max} w_{max}}, \quad (w_{max} = \max\{w_j | j = 1, \dots, n\} \text{ and } j = 1, \dots, n),$$

$$\left( = \frac{\sum_{o=1}^n w_o a_{jo}}{\max\{\sum_{o=1}^n w_o a_{jo} | j = 1, \dots, n\}}, \quad (j = 1, \dots, n) \right). \quad (13)$$

調和統合効率値  $s_j$  は、一般に  $0 < s_j \leq 1$  という範囲をとる。この調和統合効率値  $s_j$  が 1 に近いほど相対的に効率性が良く、0 に近いほど効率性が悪い。

ここで、“各 DMU が行った相互評価に対してできる限り DMU 全体で調和する”という点が、調和効率性行列の固有値問題で表現でき、その最大固有値に対する固有ベクトルを用いる点に関して述べることにする。

まず一つ目の解釈を述べる。行列  $A$  が非負行列の時、全ての要素が正の実数であるような任意のベクトル  $w$  に対して、 $A^k w$  は  $k$  を大きくすると最大固有値に対する固有ベクトル  $w$  の方向に収束するという性質がある。これは、相互評価の結果である調和効率値  $a_{jo}$  に対して、DMU 全体で共通したある重み  $w$  を与えてまとめる行為を、繰り返し行うことと解釈することができる。つまり、この行為を繰り返し行うことで、DMU 全体で調和でき、結果として DMU 全体の合意が形成されたものと考えることができる。

ついで二つ目の解釈を述べる。本論文では各 DMU<sub>*j*</sub> の調和効率値  $a_{jo}$  ( $o = 1, \dots, n$ ) に対して、(DMU 全体で共通した) ある重み付け  $w$  を行って、それら調和効率値をまとめて  $\sum_{o=1}^n w_o a_{jo}$  とすることで、個々の DMU に統一した効率性評価が行えると考えた。そこで、その重み付けにあたっては、各 DMU<sub>*j*</sub> の効率値  $\sum_{o=1}^n w_o a_{jo}$  の大きさに応じた重み付け  $w$  を行おうと考えると、それは固有値問題で表現できる。さらに、その重み付けによってまとめた各効率値  $\sum_{o=1}^n w_o a_{jo}$  を、DMU 全体として最大化することは、最大固有値に対する固有ベクトルで表現できる。以上をまとめると、一般の固有値問題  $Aw = \lambda w$  で、調和効率性行列  $A$  の固有値  $\lambda$  を最大化することとなり、それは調和効率性行列  $A$  の最大固有値  $\lambda_{max}$  に対

する固有ベクトルを用いることと一致する. このように, それぞれの DMU<sub>j</sub> に対する効率値  $\sum_{o=1}^n w_o a_{jo}$  を DMU 全体として最大化することで, DMU 全体で調和でき, 結果として DMU 全体の合意が形成されたものと考えることができる. この二点目に関して, 枇々木は文献 [10] で多目的計画問題を単一目的関数化する立場から, 最大固有値に対する固有ベクトルを用いる意義を詳しく明確に述べているので参照されたい.

## 5.2 DMU 全体に対する最適ウェイトの組 $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$ の適用度

本節では, 各 DMU<sub>o</sub> の評価に用いた最適ウェイトの組  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$  が, 相対的にどの程度片寄っているかを自覚させるために, 相互評価情報である調和効率性行列から, DMU 全体に対する最適ウェイトの組  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$  の適用度を評価する. 適用度の算出は 5.1 節で, 調和効率性行列の最大固有値に対する固有ベクトルを用いて求めた時と同様の考え方で行う. 詳しく述べるならば, 調和効率性行列の列要素に対して, 共通した重み付けを行ってまとめた全体の効率値を最大にすることである. つまりこれは, DMU<sub>o</sub> の評価に用いた最適ウェイトの組  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$  が, 他の DMU<sub>j</sub> 全体に対して良い評価を与えているか否かを評価するものである.

具体的には,  $n \times n$  の調和効率性行列 ( $\mathbf{A}$ ) を転置することで, 行と列を入れ換える. そして, 同様に調和効率性行列の転置行列  $\mathbf{A}^T$  の最大固有値  $\lambda_{max}$  に対する  $n \times 1$  の固有ベクトル  $\mathbf{w}'$  を算出する.

$$\mathbf{A}^T \mathbf{w}' = \lambda_{max} \mathbf{w}', \quad \sum_{o=1}^n w'_o = 1. \quad (14)$$

そして, この固有ベクトル  $\mathbf{w}'$  の要素を  $\mathbf{w}' = [w'_1, \dots, w'_n]^T$  と表現する. また 5.1 節で述べたように, 調和効率性行列  $\mathbf{A}$  の全ての要素が正の実数であるので, ペロン・フロベニウスの定理から, この固有ベクトル  $\mathbf{w}'$  は,  $w'_o > 0$  ( $o = 1, \dots, n$ ) であることがいえる. そこで, DMU<sub>o</sub> の最適ウェイトの組  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$  の適用度  $sw_o$  を, 以下のように定義する.

### [定義 4] 最適ウェイトの組 $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$ の適用度

$$sw_o = \lambda_{max} w'_o, \quad (o = 1, \dots, n), \\ \left( = \sum_{j=1}^n w'_j a_{jo}, \quad (o = 1, \dots, n) \right). \quad (15)$$

この最適ウェイトの組  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$  の適用度  $sw_o$  は, 一般に  $0 < sw_o < 1$  という範囲をとる. この適用度  $sw_o$  が 1 に近いほど相対的に片寄った評価を行ってはおらず (好まれる最適ウェイトの組であり), 0 に近いほど片寄った評価を行っている (好まれない最適ウェイトの組である) と考えることができる.

## 6. 分析例

本章では, わが国の電気事業体の生産性に関する効率性分析を例として, 本論文が想定するような状況 (集団の合意形成が必要な状況) を考え, 提案した効率性評価法を用いて評価分析する.

### 6.1 データ

分析対象となる事業体は, 各電気事業体 (9 社) とする. そして, 各電気事業体の入出力のデータは平成 3 年度のもので, それらの入出力は以下の項目を用いた. さらに, 本論文で使われたデータは文献 [6] に記載されているもので, 表 1 にまとめられる. この入出力データは, 単位が揃っていないので, 末吉の文献 [18] で述べられているように, それぞれの平均値で単位を修正したものを実際のデータとして用い, それを表 2 に示す.

## [入出力の項目]

入力:  $x_{1j}$  従業員数      出力:  $y_{1j}$  販売電力量  
 $x_{2j}$  最大出力             $y_{2j}$  需要家数  
 $x_{3j}$  総資産

表 1: 入出力データ

平成3年度	従業員数	最大出力	総資産	販売電力量	需要家数
	$x_{1j}$	$x_{2j}$	$x_{3j}$	$y_{1j}$	$y_{2j}$
北海道	6457	5315	1320938	21389	3256
東北	13557	10150	2657112	55227	6445
東京	40063	46905	11627131	227631	23221
中部	20285	22799	4896313	103140	8711
北陸	5338	4453	1252893	21711	1712
関西	25166	33158	5931094	122749	11331
中国	10898	9433	2148717	44498	4578
四国	6603	5423	1214685	20548	2490
九州	13669	14063	3305687	57272	7007
単位	人	1000kW	100万円	100万 kWh	1000口

表 2: 修正入出力データ

	従業員数	最大出力	総資産	販売電力量	需要家数
	$x_{1j}$	$x_{2j}$	$x_{3j}$	$y_{1j}$	$y_{2j}$
北海道	0.4091	0.3153	0.3461	0.2855	0.4262
東北	0.8590	0.6022	0.6961	0.7373	0.8437
東京	2.5386	2.7828	3.0460	3.0388	3.0398
中部	1.2853	1.3526	1.2827	1.3769	1.1403
北陸	0.3382	0.2642	0.3282	0.2898	0.2241
関西	1.5946	1.9672	1.5538	1.6387	1.4833
中国	0.6905	0.5596	0.5629	0.5940	0.5993
四国	0.4184	0.3217	0.3182	0.2743	0.3260
九州	0.8661	0.8343	0.8660	0.7646	0.9173

## 6.2 分析評価

本論文では、各電気事業体の生産性を評価したいので、文献 [26] で述べたように CCR モデルで評価する。平成3年度の各電気事業体に対する DEA の結果を表 3 に示す。

これによると北海道、東北、東京、中部の4つの電気事業体が DEA 効率的となり、それ以外は DEA 非効率的となった。

ここで、2章で述べた状況を想定する、つまり集団の合意形成が必要な状況を考えて次のようになる。表3で示された DEA 効率値に対して各電気事業体は、自己にとって最も有利なウェイト付け(最適ウェイト)を行って評価されているので、納得できるものである。しかし、他の電気事業体の最適ウェイトを用いた評価結果(相互評価)は、必ずしも自己に対して有利な結果をもたらすものではないので、納得いくものとは限らない。その上、評価者にとっても各電気事業体が自由にウェイト付けしたので、許容できないウェイト付け(最適ウエイ

表 3: 各電気事業者の DEA 効率値

	DEA 効率値 ( $\xi_o^*$ )	参照集合
北海道	1.0000	---
東北	1.0000	---
東京	1.0000	---
中部	1.0000	---
北陸	0.9245	東北, 東京
関西	0.9928	東北, 東京, 中部
中国	0.9906	東北, 中部
四国	0.8430	北海道, 東北
九州	0.9560	北海道, 東北, 東京

ト)が存在する。このような状況下では、集団を構成する評価者と各電気事業者が、合意を形成しながら統一した評価を行うことが困難となる。

また、ここでは3章で指摘したDEAに対する問題点が現れていて、それは次のようになる。DEA 効率的となった北海道、東北、東京、中部は、ある定まったウェイト付けを採用して評価した場合にのみ効率的であることを保証されたにすぎず、他の電気事業者が評価に用いたウェイト付けにおいて、効率的であるかどうかは保証されていない。また、DEA 非効率的となった北陸、関西、中国、四国、九州の各電気事業者は、どのようなウェイト付けで評価を行っても参照集合である効率的な電気事業者に対して非効率的であることを意味する。つまりDEAだけの分析では、DEA 効率的と判定された電気事業者間の更なる優劣比較や、DEA 非効率的と判定された電気事業者間の優劣比較が単純にはできない。具体的に本分析例でDEA 非効率的となった北陸と四国を例に挙げて述べることにする。表3から、北陸のDEA 効率値は0.9245で、四国のDEA 効率値は0.8430であるが、評価の基準となる参照集合は、北陸が東北、東京であり、四国が北海道、東北と異なる。このように、評価の基準となる参照集合が異なる状況で得られたDEA 効率値だけを用いて、単純に優劣比較するのには問題がある。つまり、北陸と四国を比較して、DEA 効率値の高い北陸の方が生産性が良いと判断を下すのには問題があるということである。

以上から、本論文で提案した効率性評価法を用いて、個々の電気事業者に統一した評価を行う。始めに、調和効率性行列を求める。そこでまず、DEAの最適ウェイトの解をユニークに定めることが必要である。ここでは、評価者が抱く理想的なウェイト値を $(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3) = (0.60, 0.40, 0.35, 0.25, 0.40)$ とすると、各電気事業者の入出力値に対して変換された理想的なウェイト $(\bar{u}_{ro}, \bar{v}_{io})$ は表4のようになる。また、評価者ができる限り有利な評価をしてあげたいと考える特定の電気事業者を北陸と中国とした。そして、この上記の2つの目的には優先順位はない(同等)ものとし、 $\alpha, \beta$ はともに1と設定した。以上から(8)のモデルを用いてDEAの最適ウェイト $(u_{ro}^*, v_{io}^*)$ の解をユニークに定めた結果を表5に示す。この最適ウェイト $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$ から調和効率性行列 $A$ が算出でき、

$$A = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.9648 & 0.8701 & 0.7687 & 0.7602 & 0.8411 & 0.7905 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.9739 & 1.0000 & 0.8203 & 0.9867 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 1.0000 & 0.7797 & 1.0000 & 0.9294 & 1.0000 & 1.0000 & 0.9362 & 0.8315 & 1.0000 \\ 0.7541 & 0.6018 & 0.7410 & 1.0000 & 0.9239 & 1.0000 & 1.0000 & 0.7526 & 0.8551 \\ 0.6330 & 0.6055 & 0.5535 & 0.8226 & 0.9245 & 0.8082 & 0.8207 & 0.5818 & 0.6581 \\ 0.7364 & 0.5382 & 0.7769 & 0.9825 & 0.7815 & 0.9928 & 0.9857 & 0.8019 & 0.8931 \\ 0.8181 & 0.7643 & 0.7249 & 0.9831 & 0.9036 & 0.9716 & 0.9906 & 0.8864 & 0.8992 \\ 0.7484 & 0.7231 & 0.6507 & 0.8031 & 0.7153 & 0.8071 & 0.8154 & 0.8430 & 0.8143 \\ 0.9340 & 0.7847 & 0.8844 & 0.8225 & 0.8150 & 0.8863 & 0.8355 & 0.8711 & 0.9560 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

となる. 次に, 調和効率性行列から, 調和統合効率値と最適ウェイト  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$  の適用度を求める. 調和効率性行列  $A$  の最大固有値は  $\lambda_{max} = 7.6902$  であり, 固有ベクトル  $w$  と  $w'$  は

$$w = [0.1159, 0.1266, 0.1223, 0.1094, 0.0917, 0.1076, 0.1142, 0.0997, 0.1126]^T, \quad (17)$$

$$w' = [0.1091, 0.0968, 0.1010, 0.1171, 0.1126, 0.1200, 0.1181, 0.1089, 0.1163]^T, \quad (18)$$

となる. これから求まる調和統合効率値と最適ウェイト  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$  の適用度の結果を表 6 に示す.

表 4: 理想ウェイト  $(\bar{u}_{ro}, \bar{v}_{io})$

	$\bar{v}_{1o}$	$\bar{v}_{2o}$	$\bar{v}_{3o}$	$\bar{u}_{1o}$ ( $= \xi_o^* \bar{u}_1$ )	$\bar{u}_{2o}$ ( $= \xi_o^* \bar{u}_2$ )
北海道	0.3500	0.2500	0.4000	0.6000	0.4000
東北	0.3500	0.2500	0.4000	0.6000	0.4000
東京	0.3500	0.2500	0.4000	0.6000	0.4000
中部	0.3500	0.2500	0.4000	0.6000	0.4000
北陸	0.3500	0.2500	0.4000	0.5547	0.3698
関西	0.3500	0.2500	0.4000	0.5957	0.3971
中国	0.3500	0.2500	0.4000	0.5944	0.3963
四国	0.3500	0.2500	0.4000	0.5057	0.3392
九州	0.3500	0.2500	0.4000	0.5736	0.3824
	$\bar{v}_1$	$\bar{v}_2$	$\bar{v}_3$	$\bar{u}_1$	$\bar{u}_2$
評価者	0.35	0.25	0.40	0.60	0.40

表 5: 最適ウェイト  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$

	$v_{1o}^{**}$	$v_{2o}^{**}$	$v_{3o}^{**}$	$u_{1o}^{**}$	$u_{2o}^{**}$
北海道	1.5793	1.1221	0.0001	0.0001	2.3461
東北	0.0001	1.6604	0.0001	0.0001	1.1852
東京	0.3937	0.0001	0.0001	0.0001	0.3289
中部	0.0001	0.0001	0.7794	0.7262	0.0001
北陸	0.8206	2.7343	0.0001	3.1897	0.0001
関西	0.1419	0.0001	0.4978	0.4939	0.1237
中国	0.0001	0.0001	1.7764	1.5966	0.0705
四国	0.0001	0.0001	3.1423	0.2030	2.4154
九州	0.5027	0.0001	0.6519	0.1857	0.8874

この調和統合効率値は, 集団 (ここでは評価者と各電気事業者) として合意を形成しながら得るようにした評価結果であるので, DEA 効率値よりも普遍性のある評価値であると考えられることができる.

またこの調和統合効率値から, DEA 効率的と判定された電気事業者間の更なる優劣比較や, DEA 非効率的と判定された電気事業者間の優劣比較ができるようになる. そこで, 前の北陸と四国の例を使って具体的に述べることにする. DEA で DEA 非効率的と評価された北陸と四国は, それぞれ DEA 効率値が 0.9245 と 0.8430 である. ここで前述したように, この

表 6: 調和統合効率値と最適ウェイトの適用度

	調和 統合効率値	従来の DEA 効率値	最適ウェイト の適用度
北海道	0.9155	1.0000	0.8392
東北	1.0000	1.0000	0.7444
東京	0.9658	1.0000	0.7771
中部	0.8643	1.0000	0.9002
北陸	0.7244	0.9245	0.8663
関西	0.8500	0.9928	0.9226
中国	0.9018	0.9906	0.9084
四国	0.7879	0.8430	0.8376
九州	0.8893	0.9560	0.8945

値だけから単純に北陸の方が四国よりも生産性が良いと判断を下すのには問題がある。それは、DEA 効率値が各々にとって最も有利になる条件の下で評価された結果であるからである。四国は、北海道と東北(参照集合)に対して非効率的であるのであって、北陸に対して非効率的であるかどうかは、DEA 効率値だけから判断できない。しかし、DEA 効率値よりも普遍性があると考えられる調和統合効率値を用いることで、優劣比較が行える。この調和統合効率値によれば、北陸は 0.7244、四国は 0.7879 となり、北陸よりも四国の方が生産性が良いと判断できる。このように、本論文で提案した効率性評価法と DEA の持ち合わせる性質から、調和統合効率値と DEA 効率値の順序が逆転するのは理解できる。またさらに、DEA で DEA 効率的と評価された北海道、東北、東京、中部についても、調和統合効率値の結果から優劣比較ができるようになった。

この他に、表 6 の最適ウェイトの適用度から、各電気事業者の最適ウェイト  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$  が相対的にどの程度片寄っているかを自覚できる。ここで、DEA 効率的な北海道、東北、東京、中部の最適ウェイトの適用度が低く好まれていないのは、最適ウェイトの解をユニークに定める段階に起因していると考えられる。より詳しく述べるならば、これらの電気事業者のように DEA 効率的となる場合には、4.1 節で述べたように最適ウェイトの解がユニークに定まらない (DEA 非効率的な北陸、関西、中国、四国、九州の最適ウェイトの解  $(u_{ro}^*, v_{io}^*)$  はユニークである)。そこで、本論文では最適ウェイトの解をユニークに定めるために、評価者の意向に近づけている。この操作が、結果的に北海道、東北、東京、中部の最適ウェイトの適用度を低くした。

ここで、東北を例に使って具体的に理由を述べることにする。東北は、表 3 で示されているように、DEA 非効率的な北陸、関西、中国、四国、九州の参照集合である。それゆえ東北の最適ウェイト  $(u_{ro}^*, v_{io}^*)$  は、DEA 非効率的な北陸、関西、中国、四国、九州が評価に用いた最適ウェイト  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$  をとることができる。つまり、東北のユニークに定める前の最適ウェイト  $(u_{ro}^*, v_{io}^*)$  の適用度は、少なくとも北陸、関西、中国、四国、九州と同等である。しかし、表 6 の分析結果では東北のユニークに定めた後の最適ウェイト  $(u_{ro}^{**}, v_{io}^{**})$  の適用度は、北陸、関西、中国、四国、九州よりもかなり低い。これは、他の DEA 効率的な北海道、東京、中部についても当てはまる。すなわち、原因は最適ウェイトの解をユニークに定める操作に起因している。以上の理由から評価者の意向は、各電気事業者が評価の際に用いた最適ウェイトから離れたものであったことがいえる。言い換えると、評価者の意向は、各電気事業者から好まれていないといえる。

## 7. 終わりに

本論文では、集団を構成する評価者と各事業体の合意形成が必要な状況下で、集団の合意を形成しながら統一した評価を行うために新たな効率性評価法を提案した。そのためには、まず評価者の意向と“調和 (accommodate)”し、ついで全事業体群と“調和”すること、つまり、“最初に本音の意図を入れて、最後は民主的に決める”ことが有効であると考えた。なぜなら、このような過程を通じて両者の意向と“調和”することで、集団の合意がスムーズに形成されるのではないかと考えたからである。また、この効率性評価法を用いることで、DEA 効率的と判定された事業体間の更なる優劣比較や、DEA 非効率的と判定された事業体間の優劣比較が行えるようになった。

そして本論文では、DEA の最適ウェイトの解を利用したこの種の議論を行う際に問題点となる、解のユニーク性の問題を解決する1つの方法を提案した。この方法は、DEA の最適ウェイトの解を利用する議論全てに対して容易に拡張でき、利用できる。

本論文では分析例として、提案した新しい効率性評価法を用いて、電気事業体の生産性に関する効率性分析を行った。将来の研究テーマとしては、提案した調和的な効率性評価法の中で、集団と“調和”する際に、他の考え方(ゲーム理論や組織論)を組み入れる方法を考える必要がある。また、文献[25]で提案された Inverted DEA に適用することで、事業体間の非効率の面から議論することも今後の興味深い課題と考える。

## 謝辞

本論文の査読者の方々には、本論文を丁寧に読んでもらい、大変有益なコメントをいただきました。また、東京理科大学理工学部の間谷和之氏からは本論文をまとめるにあたって貴重なコメントをいただきました。ここに心から感謝の意を表します。

## 参考文献

- [1] Banker,R.D., Charnes,A. and Cooper,W.W.: Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, Vol.30 (1984), 1078-1092.
- [2] Boussofiane,A., Dyson,R.G. and Thanassoulis,E.: Applied Data Envelopment Analysis, *European Journal of Operational Research*, Vol.52 (1991), 1-15.
- [3] Charnes,A., Cooper,W.W. and Rhodes,E.: Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, Vol.2 (1978), 429-444.
- [4] Cooper,W.W., 刀根薫, 高森寛, 末吉俊幸: DEA の解釈と展望 その1-3, オペレーションズ・リサーチ, Vol.39 (1994), 419-425, 480-485 and 547-555.
- [5] Cook,W.D., Kress,M. and Seiford,L.M.: Prioritization Models for Frontier Decision Making Units in DEA, *European Journal of Operational Research*, Vol.59 (1992), 319-323.
- [6] 電気事業連合会統計委員会 編: 平成4年度版 電気事業便覧, 日本電気協会, 1992.
- [7] 伏見多美雄, 福川忠昭, 山口俊和: 経営の多目標計画 —目標計画法の考え方と応用例—, 森北出版, 1987.
- [8] 橋本昭洋: DEA による野球打者の評価, オペレーションズ・リサーチ, Vol.38 (1993), 146-153.
- [9] 枇々木規雄: 2段階 DEA を用いた修正クロス効率値による評価法, Department of Administration Engineering, Keio University, Technical Report, No.93015, 1993.
- [10] 枇々木規雄: DEA におけるクロス効率値を用いた評価法, Department of Administration Engineering, Keio University, Technical Report, No.95005, 1995.
- [11] 森雅夫, 宮沢政清, 生田誠三, 森戸晋, 山田善靖: オペレーションズリサーチ II —意思決

- 定モデル, 朝倉書店, 1989.
- [12] 小沢知裕, 山口俊和, 福川忠昭: 区間 AHP を用いる DEA の改良型領域限定法, オペレーションズ・リサーチ, Vol.38 (1993), 471-476.
- [13] Roll, Y., Cook, W.D. and Golany, B.: Controlling Factor Weights in Data Envelopment Analysis. *IIE Transactions*, Vol.23 (1991), 2-9.
- [14] Saaty, T.L.: *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, 1981.
- [15] 齊藤正彦: 線型代数入門, 東京大学出版会, 1966.
- [16] Seiford, L.H.: A Bibliography of Data Envelopment Analysis (1978-1992), Department of Industrial Engineering and Operations Research, The University of Massachusetts, Amherst, MA, 1992.
- [17] Sexton, T.R., Silkman, R.H. and Hogan, A.J.: Data Envelopment Analysis: Critique and Extensions, R.H.Silkman(ed.), *Measuring Efficiency: Assessment of Data Envelopment Analysis*, Jossey Bass, San Francisco, (1986), 73-105.
- [18] 末吉俊幸: DEA による効率性分析に関する一考察, オペレーションズ・リサーチ, Vol.35 (1990), 167-173.
- [19] 末吉俊幸: DEA/WINDOW 分析法による電気通信事業体の経営効率と規模の経済性の比較, 検討, オペレーションズ・リサーチ, Vol.37 (1992), 210-219.
- [20] Thompson, R.G., Singleton, F.D., Thrall, R.M. and Smith, B.A.: Comparative Site Evaluation for Locating a High-Energy Physics Lab in Texas, *Interface*, Vol.16 (1986), 35-49.
- [21] 刀根薫: ゲーム感覚意思決定法 —AHP 入門, 日科技連, 1986.
- [22] 刀根薫: 企業体の効率性分析手法 —DEA 入門 (1)-(5), オペレーションズ・リサーチ, Vol.32 (1987), 800-803, and Vol.33 (1988), 45-48, 95-99, 150-151 and 191-198.
- [23] 刀根薫: DEA のモデルをめぐって, オペレーションズ・リサーチ, Vol.38 (1993), 34-40.
- [24] 刀根薫: 経営効率性の測定と改善 —包絡分析法 DEA による—, 日科技連, 1993.
- [25] 山田善靖, 松井知己, 杉山学: DEA モデルに基づく新たな経営効率性分析法の提案, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.37 (1994), 158-168.
- [26] 山田善靖, 末吉俊幸, 杉山学, 貫名忠好, 牧野智謙: 日本的経営の為の DEA 法: 日本経済に果たす公共事業投資の役割, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.38 (1995), 381-397.

杉山 学

〒278 千葉県野田市山崎 2641

東京理科大学 理工学部 経営工学科

E-mail: sugi@zenn02.ia.noda.sut.ac.jp

## ABSTRACT

Group DEA for Building Consensus by DMU  
Efficiency Evaluation

Manabu Sugiyama    Yoshiyasu Yamada  
*Science University of Tokyo*

This paper proposes a new method for building group consensus focusing on evaluating systems with the observed values of the multiple inputs and outputs. Here, the systems means Decision Making Units (DMUs) in Data Envelopment Analysis (DEA).

This method is composed of two parts. In the first part, it evaluates the relative efficiencies of DMUs by group members with DEA. Next, by using weights of the DEA solutions, we define and calculate the mutual evaluation information of group members. In the second part, we give the method for making a group evaluation which is expressed as the group efficiencies of DMUs by accommodating the difference of their evaluates.

It is widely known that the weights are not always uniquely determined. The mutual evaluation information which, we introduced, are calculated from the weights are not always determined uniquely neither. Here, we proposed a method for determining the weights uniquely by minimizing square of the weights differences. We express the mutual evaluation information as a form of matrix which we call it as "Accommodation Efficiency Matrix." Furthermore, this paper discusses how to calculate the group efficiencies of DMUs by using maximum eigenvalue of this matrix.

At the end, this paper shows an example which is the productivity analysis of Japanese electric power industries by applying this method.