日本オペレーションズ・リサーチ学会論文誌
Journal of the Operations Research Society of Japan
Vol. 20, No. 4, December, 1977

不確実性下における林業経営計画

農林省林業試験場 黒川泰亨
東京工業大学 中村健二郎

FOREST MANAGEMENT PLANNING UNDER UNCERTAINTY

YASUAKI KUROKAWA, *Covernment Forest Experiment Station*
KENJIRO NAKAMURA *Tokyo Institute of Technology*

(Received March 30, 1976; Revised June 23, 1977)

Abstract. The forest production greatly relies on nature and variations of the natural conditions related to the production are not small. Then, because of the long production time span, it is necessary to concider the forest management planning as a planning under uncertainty.
The purpose of this paper is to present a forest management planning by coordinating the uncertainty and the efficiency of forest production. The theory of stochastic programming is applied. The forest management planning consists of two phases: One is long term and the other is short term. This paper is concerned with the long term planning such as from 60 to 80 years. This planning is how to derive the present forest condition to the objective forest condition and this is one of the most basic requirements in forest management planning. In this paper, the objective forest stand condition is the normal age-class arrangement. A planning method applied here is to minimize the variance of forest yield volume under the condition of keeping its expectation arbitrarily fixed, and the other planning method adopts one of the von Neumann-Morgenstern utility functions.
They are formulated as a quadratic programming problem. The methods are applied to a real forest management planning and the unique optimal plan is provided for this case. Our models will be significant in the planning at the divisional forest-office in the national forest.

1. はじめに

林業生産活動は一般にはきわめて長期間に及ぶので，生産に対する自然の支配が他の生産活動と比較して非常に大きく，その影響も確定的とはいえず，林業経営成果の一つである収穫材積には不確実性がともない，変動あるものと考えなければならない[1]。また，林業経営の収支についても，木材価格はたえず変動し，そのうえ，生産に要する投入資源の価格も長期の経営ではきわめて不安定であり，林業経営にとって不確実性の占める割合は非常に大きい。

1) 収獲材積とは，収獲された木材や樹木の体積のことをいう。

林業生産活動の計画は大きくわけて長期的なものと短期的なものとに分けられる。長期計画では将来の森林構造がいかにあるべきかを明確にし，現在の森林の状態から出発して目標とする状態に森林を誘導し，かつこの間の生産活動を効率的にするにはどのように森林を取り扱えばよいかが問題となり，長期計画を実行するためには，経営組織，資金，労働力などの経営内部条件，木材市場や社会情勢などの経営外部条件を考慮した短期計画が必要となる。長期計画と短期計画は相互に関連しあうものであるが，長期計画は森林の基本的取り扱いを決定するものであって，林業経営計画ではもっとも重要なものであるから，ここでは長期計画を対象とする。

長期計画において森林を目標構造へ誘導するさい，もっとも重要な問題は，将来，一定の森林から得られる収穫を何んらかの意味において保続的に確保するということである。このような点から理想とされる森林は法正林とよばれる概念によってとらえられる。一般に，法正林の具体的なものは，法正令級分配，法正林分配置，法正蓄積，法正成長量などであるが，ここでは，第１次接近として法正令級分配を法正林の要件と考え，これを目標森林構造とする。なお，法正令級分配とは各林令の林分が同一面積を占めている状態を意味する[2)]。長期計画の主要問題は，現在の森林をこのような法正林を目標とする森林へ誘導することである。

経営者は，計画期間に収穫される林産物のもたらす経営評価を何んらかの意味で効率的かつ安定的なものにすることに関心をもつ。この評価としては，大きくわければ，計画期間全体の収穫材積にかかわる物量単位のものと，木材の販売収支にかかわる貨幣単位のものとが考えられるが，ここでは物量単位を考える。その理由は，われわれは利潤最大化をめざす林業経営とは必らずしも経営目標が一致しない国公有林経営を考えており，また，長期計画では，計画期間が５０年以上の長期にわたるので，木材の価格にせよ，他の投入資源の価格にせよ，意味ある推定値を求めることは困難だからである。林業経営において経営収支とその不確実性の問題が重要なことはいうまでもないが，それはむしろ短期計画において考慮されるべきものといえよう[3)]。なお，ここで考える林業経営計画の問題は，国有林経営における営林署レベルの計画を対象としている。

2. リスク・プログラミングとしての林業経営計画モデル

いま，n分期よりなる長期計画を考え，簡単のため，同一樹種，一斉人工林，同一地位，同一施業を前提とする。いま，現在森林の令級構成を A_1 ，A_2 ……，A_p とする。すなわち，ある森林があって，その森林のうちで第i令級に属するような林分の占める面積がA_i（$i=1, 2, \cdots, p$）である。計画の各分期に伐採と植栽をくり返してn期末に森林を法正状態に誘導することにする。

さて，現在から１期が経過すると２期目には林分は成長しているから，令級は１，２，…，$1+p$になっている。現在i令級の林分は１令級だけ成長して$i+1$令級に属することになる。むろん，ここでの１令級での林分は１期において植栽されたものである。以下同様にして第n期目には１，２，…

2）森林の取り扱いの単位となる樹木の集団およびそれが生えている林地をあわせて林分という。

3）このことが，農業経営問題におけるリスクの問題と林業経営問題におけるそれを分ける本質的な点である。

…，$(n-1)+p$ の令級の林分が存在し，計画の終了時点である n 期末には 1，2，…，$n+p$ の令級の林分が存在する。これらの林分の占める面積を B_1，B_2，….，B_{n+p} とすると，法正林であることの条件は

$$(2\cdot 1)\cdots\cdot\ B_1=B_2=\cdots\cdot=B_{n+p}$$

である。

さて，j 分期に第 i 令級の林分を x_{ij} 面積単位（$j=1,2,\cdots\cdot,n$，　$i=1,2,\cdots\cdot,p+(j-1)$）伐採するとし，伐採林分はただちに植栽されるものと仮定すれば，以上のことは収穫面積図式とよばれる図 1 のように示すことができる。したがって，

					B_1
				x_{1n}	B_2
				⋮	⋮
			x_{1j}	$x_{n-j+1,n}$	B_{n-j+2}
			⋮	⋮	⋮
		x_{12}	$x_{j-1,j}$	$x_{n-1,n}$	B_n
A_1	x_{11}	x_{22}	$x_{1+(j-1),j}$	$x_{n,n}$	B_{n+1}
A_2	x_{21}	x_{32}	$x_{2+(j-1),j}$	$x_{n+1,n}$	B_{n+2}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
A_i	x_{i1}	$x_{i+1,2}$	$x_{i+(j-1),j}$	$x_{i+(n-1),n}$	B_{n+i}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
A_p	x_{p1}	$x_{p+1,2}$	$x_{p+(j-1),j}$	$x_{p+(n-1),n}$	B_{n+p}
現在森林	1	2	j	n	目標森林

計　画　分　期

図　1

$$\begin{cases} (2\cdot 2)\cdots\cdot A_i-x_{i1}=x_{i+1,2}-\cdots\cdot-x_{i+(j-1),j}-\cdots\cdot-x_{i+(n-1),n}=B_{n+i} \\ \qquad (1\leqq i\leqq p) \\ (2\cdot 3)\cdots\cdot x_{1j}+\cdots\cdot+x_{j,j}+\cdots\cdot+x_{p+(j-1),j} \\ \qquad -x_{1,j+1}-\cdots\cdot-x_{n-j,n}=B_{n-j+1} \\ \qquad (1\leqq j\leqq n-1) \\ \quad x_{1n}+\cdots\cdot+x_{n,n}+\cdots\cdot+x_{p+(n-1),n}=B_1 \end{cases}$$

となる。

以上の制約条件の下で，計画者は各分期の伐採量を決定する。いま，

$$(2\cdot4)\cdots\cdots x_j=\begin{pmatrix} x_{1j}\\ x_{2j}\\ \vdots\\ x_{p+(j-1),\,j}\end{pmatrix}\qquad x=\begin{pmatrix} x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}$$

とおけば，x_j は j 期分の伐採計画を表わし，xは計画期間全体での伐採計画を表わす。伐採計画つまり（2・2），（2・3）をみたす非負ベクトルxの全体をKとかく。さて，伐採される林木の材積は林木の成長にバラツキがあるため一定とはいえず，ある分布をなすと考えられる。j 分期における第 i 令級の単位面積当りの収穫材積を確率変数V_{ij} で表わし，

$$V_j=(V_{1j},V_{2j},\cdots\cdots,V_{p+(j-1),\,j})$$
$$V=(V_1,\ V_2,\ \cdots\cdots,V_n)$$

とおく。これは主にその地域の気候、立地条件，樹種，施業方法などの物理的条件に依存すると考えすべてのV_j は同じ多変量正規分布に従い，V自身も多変量正規分布に従っているものと仮定する。V_n の平均値ベクトルを

$$\mu(n)=(\mu_1\ ,\ \mu_2\ ,\ \cdots\cdots,\ \mu_{p+(n-1)})$$

分散・共分散行列を

$$D(n,n)=\begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots\cdots\cdots & \delta_{1,\ p+(n-1)}\\ \delta_{21} & \delta_{22} & \cdots\cdots\cdots & \delta_{2,\ p+(n-1)}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \delta_{p+(n-1),\,1} & \delta_{p+(n-1),\,2} & \cdots\cdots & \delta_{p+(n-1),\ p+(n-1)}\end{pmatrix}$$

とおけば，V_j の平均値ベクトル$\mu(j)$ は，$\mu(n)$の最初の$p+(j-1)$個の成分からなるベクトルであり，分散・共分散行列$D(j,j)$は，$D(n,n)$の最初の$p+(j-1)$個の列と行よりなる部分行列である。したがって，Vの平均値ベクトルと分散・共分散行列は，

$$\mu=(\mu(1),\ \mu(2),\ \cdots\cdots,\ \mu(n))$$

$$(2,\ 5)\cdots\cdots D=\begin{pmatrix} D(1,\ 1), & D(1,\ 2)\cdots\cdots, & D(1,\ n)\\ D(2,\ 1), & D(2,\ 2)\cdots\cdots, & D(2,\ n)\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ D(n,\ 1), & D(n,\ 2)\cdots\cdots, & D(n,\ n)\end{pmatrix}$$

である。ここで，$D(i,j)$は$D(n,n)$の最初の$p+(i-1)$個の行と最初の$p+(j-1)$個の列からなる部分行列である。なお，Dは正定値であると仮定する。

さて，経営者が計画xを実施すれば，総収穫材積は確率変数 Vxで表わされる。それは平均値 μx 分散$x'Dx$ の正規分布にしたがって変動する。このようなリスクをともなう場合，リスクの尺度としては収穫材積の期待値と分散を考えれば十分であることはいうまでもない。また，育林業経営の計画においては，収穫材積の期待値を大きくするのと同時に，その変動を減少させて経営を安定させ，結果として木材供給の恒常的確保や自然力の持続的有効利用などをめざすと考えられるから，二つの計画を比較したときには，収穫期待値が大きくかつ分散の小さい方を選好するリスク回避者と考えられる。したがって，

$$(2\cdot 6)\cdots\cdots \begin{array}{l}(-x'Dx,\ \mu x)\geqq(-y'Dy,\ \mu y)\\(-x'Dx,\ \mu x)\neq(-y'Dy,\ \mu y)\end{array}$$

ならば，xはyよりも好ましいとする。ここで，(2・6)が成り立つとき，計画xはyよりも有効であるといい，いかなる計画もその計画より有効でないとき，このような計画を有効計画とよび，そのときの分散，平均値の組を有効点，その全体を有効領域という。経営者にとって最大の効用をもたらす最適計画はその効用関数のいかんにかかわらず有効計画であるから，まず，このような計画を求めることになる。そのために，次のような2次計画問題を考える。[4)]

$$(2\cdot 7)\cdots\cdots\begin{cases}\min & x'Dx=\delta^2 m\\ \text{subject to} & x\in K\\ & \mu x=m\end{cases}$$

ただし，mはパラメーターで

$$\min_{x\in K}\ \mu x\leqq m\leqq \max_{x\in K}\ \mu x$$

である。xを有効計画とすればそれは2次計画問題(2・7)のあるmの値に対する解であることは容易にわかる。(図2)

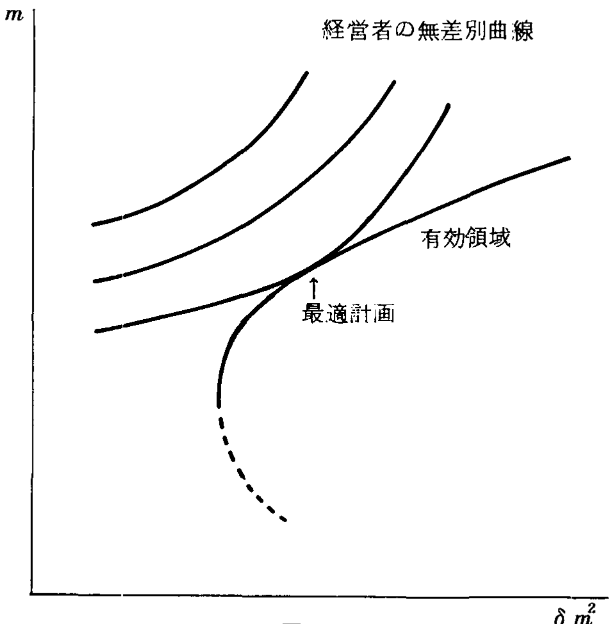


図　2

4) 資産選択理論ではMarkowitz によるE－Vアプローチとよばれ，農業経営ではHeady－Candler モデルなどとよばれる。

3. 事 例 研 究

いま，現在の森林として林令1～40年までである森林を考え，これを10年毎に4令級に区分し，各々の林分面積を表1のとおりとする[5)]。計画期間を5分期とし，各分期は10年間で全体で50年であるとする。

表 1

令級	I	II	III	IV	計
林令(年)	1～10	11～20	21～30	31～40	
面積(ha)	31.32	25.03	26.07	47.09	129.5

表 2

令級	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	計
林令(年)	1～10	11～20	21～30	31～40	41～50	51～60	61～70	71～80	81～90	
面積(ha)	14.39	14.39	14.39	14.39	14.39	14.39	14.39	14.39	14.39	129.5

令級	面積(ha)	林令(年)						林令(年)	面積(ha)	令級
							$\boxed{x_{25}\sim x_{85}}$	1～10	14.39	I
						$\boxed{x_{24}\sim x_{74}}$	・	11～20	14.39	II
					$\boxed{x_{23}\sim x_{63}}$	・	x_{25}	21～30	14.39	III
				$\boxed{x_{22}\sim x_{52}}$	・	x_{24}	x_{35}	31～40	14.39	IV
			$\boxed{x_{21}\sim x_{41}}$	・	x_{23}	x_{34}	x_{45}	41～50	14.39	V
I	31.32	1～10	・	x_{22}	x_{33}	x_{44}	x_{55}	51～60	14.39	VI
II	25.03	11～20	x_{21}	x_{32}	x_{43}	x_{54}	x_{65}	61～70	14.39	VII
III	26.07	21～30	x_{31}	x_{42}	x_{53}	x_{64}	x_{75}	71～80	14.39	VIII
IV	47.09	31～40	x_{41}	x_{52}	x_{63}	x_{74}	x_{85}	81～90	14.39	IX
現在森林			1	2	3	4	5	目標森林		

計画分期

図 3

したがって，目標とする森林の構造は表2のようになる。また，収穫面積図式は図3のようになる。ただし，ここでは1令級(1～10年生)の幼令林は伐採の対象にしない。なぜなら，現実の林業経営において林木の利用を目的としてかかる幼令林を伐採することはきわめて稀であるからである。図3で$x_{21}\sim x_{85}$は伐採面積をあらわす。また，$\boxed{}$内は植栽面積をあらわす。

次に，分散・共分散行列Dを求めるために，$D(n_{.}, n)$を推定せねばならない。このため，林分

5) この表は茨城県北茨城市U氏の保有山林をモデルにしている。

収穫表を用いる。林分収穫表においては，一般に，各林令に対応する主林木材積，副林木材積ならびに総収穫材積が計算されている。[6] また，各林令におけるこれらの分散が収穫表作成過程において計算されている場合もある。共分散を求めるにあたって，ここでは，次のような方法をとる。つまり，各林令における主林木の本数 γ_i と材積 U_i のデーターを $a_i=(\gamma_i, U_i)$ を組にして5年間隔で並列的に配置する。副林木についても同様に $a_i'(\gamma_i', U_i')$ として表3のようにする。ここで，

表 3

令級	林令(年)	主林木データ	副林木データ
1	1〜5	$a_1(1), a_1(2), \cdots\, a_1(p_1)$	$a_1'(1), a_1'(2), \cdots\, a_1'(q_1)$
2	6〜10	$a_2(1), a_2(2), \cdots\, a_2(p_2)$	$a_2'(1), a_2'(2), \cdots\, a_2'(q_2)$
⋮	⋮	⋮ ⋮ ⋮	⋮ ⋮ ⋮
16	76〜80	$a_{16}(1), a_{16}(2), \cdots\, a_{16}(p_{16})$	$a_{16}'(1), a_{16}'(2), \cdots\, a_{16}'(q_{16})$

$a_i(k)$，$a_i'(k)$は各々k番目のデータを表わす。そして，主林木を令級1から16まで$a_1(i_1) \to a_2(i_2) \to \cdots\cdots \to a_{16}(i_{16})$ と任意のプロセスでたどりながら林分の成長をシュミレートする。ただし，ここで令級がiから$i+1$へ一つ上る際に$\gamma_i > \gamma_{i+1}$，$U_i < U_{i+1}$ を条件にしている。そして，主林木本数減少分つまり副林木本数$\gamma_i - \gamma_{i+1}$にもっとも近い副林木データを同一林令から捜してきて，これを$a_i'=(\gamma_i', U_i')$とすると，$(\gamma_i - \gamma_{i+1})/\gamma_i' \times U_i'$ としてこの林令に対応する副林木材積を計算する。こうして求めた主林木材積と副林木材積合計との和を各林令に対応する総収穫材積とする。1令級から16令級にいたるプロセス1本につき各林令に対応する総収穫材積の1系列が求められる。なお，ここではこのプロセスを500回シュミレートさせ，各林令に対応する総収穫材積を500系列求めて分散・共分散を求め，結果は 10年単位にまとめて表4に示してある。[7]

ここで，主林木ならびに副林木のデータは「北関東・阿武隈地方スギ林林分収穫表調整説明書，昭和30年6月林野庁刊」の付属資料である標準地調査一覧表から地位2等のものを使用している。各林令に対応する主林木，副林木のデータ数は最高10，最低7である。

以上の準備のもとで，2次計画問題(2・7)を解けば，[8] その結果は表5のようになる。この表の構成は上から計画番号，各変数$x_{21} \sim x_{85}$ のとる値，収穫材積期待値m，そのもとでの最小分散δ_m^2，標準偏差δ_mおよび$m \pm 2\delta_m$である。ただし，この表は最適解にとくに関係すると思われる部分を抜き出している。期待値に対応する最小分散の軌跡である有効領域を図示したのが図4である。

6) 主林木とは森林を最終的に伐採して得られる林木をいい，副林木とは最終的伐採以前に中間伐採で得られる林木をいう。

7) 分散・共分散を求めたのは，各林令に対応する収獲量の変動が相互に相関があるという前提をおくからであるが，表4の下段に示した相関係数の有意性を検定すれば，片側検定ですべて有意(有意水準1%)となる。次に，各林令における平均総収獲材積の正規分布に対する適合度をχ^2検定すればすべて有意(有意水準1%)となる。

8) たとえば，Wolfeの方法がある。これについてはGass〔25〕を参照。

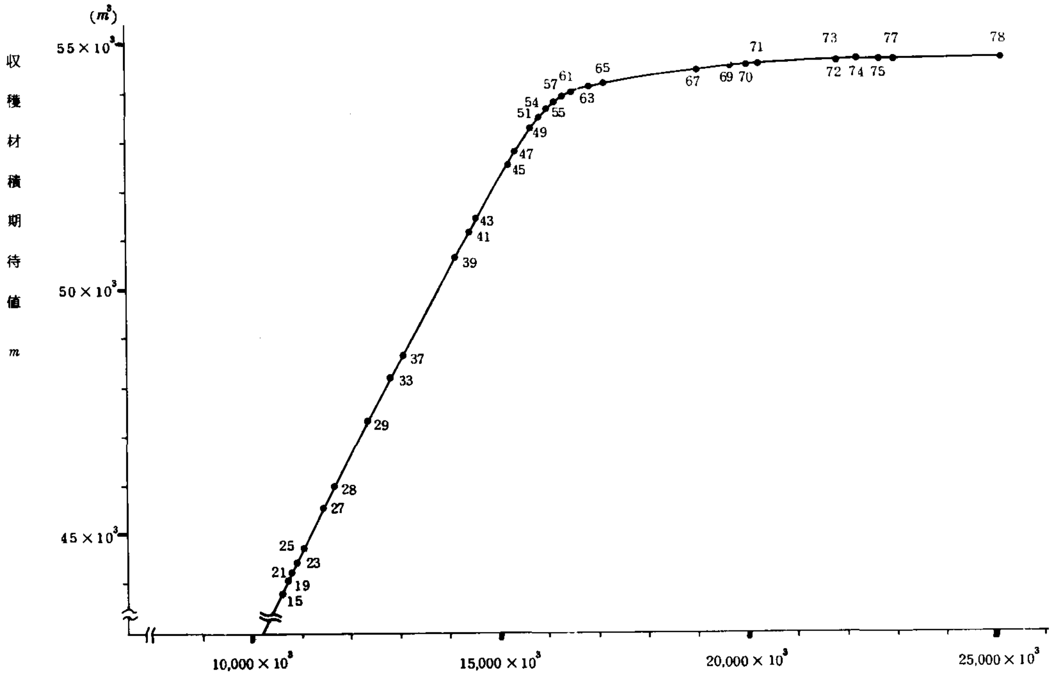
表 4　分散・共分散行列

平均(m^3)	林令	10	20	30	40	50	60	70	80(年)
33.56075	10	8.6477 1.0000	51.4069 0.4183	45.6878 0.2633	56.5412 0.2923	59.1626 0.2714	48.5786 0.1956	54.8864 0.2043	60.9157 0.1764
254.94000	20	51.4069 0.4183	1746.1410 1.0000	814.7925 0.3304	913.1458 0.3322	1110.3110 0.3585	1061.1420 0.3006	1030.2260 0.2698	1209.2700 0.2464
435.63350	30	45.6878 0.2633	814.7925 0.3304	3482.5170 1.0000	2252.1610 0.5802	2180.2510 0.4984	1989.6730 0.3992	2157.1830 0.4000	2282.7500 0.3294
611.77050	40	56.5412 0.2923	913.1458 0.3322	2252.1610 0.5802	4326.1600 1.0000	2977.1690 0.6107	2707.6850 0.4874	2910.0600 0.4842	2800.7460 0.3626
790.00490	50	59.1626 0.2714	1110.3110 0.3585	2180.2510 0.4984	2977.1690 0.6107	5494.0120 1.0000	4212.1290 0.6728	4469.0270 0.6598	4630.9260 0.5665
947.89500	60	48.5786 0.1956	1061.1420 0.3006	1989.6730 0.3992	2707.6850 0.4874	4212.1290 0.6728	7135.0350 1.0000	5541.4610 0.7180	5679.3480 0.5725
1118.53300	70	54.8864 0.2043	1030.2260 0.2698	2157.1830 0.4000	2910.0600 0.4842	4469.0270 0.6598	5541.4610 0.7180	8349.5470 1.0000	8265.6600 0.7702
1291.96200	80(年)	60.9157 0.1764	1209.2730 0.2464	2282.7500 0.3294	2800.7460 0.3626	4630.9260 0.5665	5679.3480 0.5725	8265.6600 0.7702	137 .7000 1.0000

注）　上段：分散・共分散，下段：相関係数

表 5

変数＼計画番号	54	55	61	67	72	75	78
x_{21} (ha)	3.213	2.682	0	0	0	0	0
x_{31}	4.204	4.263	1.144	1.241	0	0	0
x_{41}	6.973	7.445	13.246	13.149	14.390	14.390	14.390
x_{22}	14.196	14.390	12.927	2.953	0	0	0
x_{32}	0	0	0	0	0	0	0
x_{42}	0.194	0	1.463	0	0	0	0
x_{52}	0	0	0	11.437	14.390	14.390	14.390
x_{23}	0	0	0	0	0	0	0
x_{33}	0	0	3.849	5.509	2.424	0	0
x_{43}	3.103	3.159	0	0	0.286	0	0
x_{53}	5.350	5.959	9.073	8.881	11.680	11.680	11.680
x_{63}	5.937	5.272	1.469	0	0	2.710	2.710
x_{24}	0	0	0	0	0	0	0
x_{34}	0	0	0	0	0	0	0
x_{44}	2.734	2.540	0.154	5.851	4.036	3.750	2.540
x_{54}	0	0	4.378	8.539	10.354	10.640	10.640
x_{64}	0	0	0	0	0	0	0
x_{74}	11.656	11.850	9.858	0	0	0	1.210
x_{25}	0	0	0	0	0	0	0
x_{35}	0	0	0	0	0	0	0
x_{45}	0	0	0	0	0	0	0
x_{55}	0	0	0	2.617	10.470	13.180	14.390
x_{65}	4.324	4.799	6.262	2.101	0	0	0
x_{75}	1.932	1.458	8.134	1.558	0	0	0
x_{85}	8.134	8.134	0	8.134	3.958	1.255	0
m (m^3)	53.885×10^3	53.897×10^3	54.045×10^3	54.399×10^3	54.613×10^3	54.643×10^3	54.661×10^3
δm^2 $(m^3)^2$	16145.480×10^3	16158.303×10^3	16529.595×10^3	19042.123×10^3	21910.427×10^3	22712.102×10^3	25129.674×10^3
δm (m^3)	4.018×10^3	4.020×10^3	4.066×10^3	4.364×10^3	4.681×10^3	4.766×10^3	5.013×10^3
$m+2\delta_m$ (m^3)	61.922×10^3	61.937×10^3	62.176×10^3	63.126×10^3	63.975×10^3	64.174×10^3	64.687×10^3
$m-2\delta_m$ (m^3)	45.849×10^3	45.858×10^3	45.913×10^3	45.671×10^3	45.251×10^3	45.111×10^3	44.635×10^3



収積材積最小分散 δ_m^2

図 4

なお，この図では計画番号15から最終ステップの計画番号78までが示されている。ここで番号78は収穫材積期待値を最大化する通常の線形計画法で求めた解に相当することに注意しよう。

一般に，正規分布にしたがう確率変数 Z について，平均値を m_Z，標準偏差を δ_Z とすれば，

$$P(|Z-m_Z|<\delta_Z)=0.683$$

$$P(|Z-m_Z|<2\delta_Z)=0.954$$

$$P(|Z-m_Z|<3\delta_Z)=0.997$$

である。$P(|Z-m_Z|<2\delta_Z)=0.954$ を用いると，$P(m_Z\pm 2\delta_Z)=0.954$ であるから，$Z=Vx$ とおけば，総収穫材積が総収穫材積の期待値より標準偏差の±2倍以内に入る確率が約95％であることがわかる。たとえば，表5の計画番号54をみると，そのときの総収穫材積 Z が $45.849\times10^3\,(m^3)<Z<61.922\times10^3\,(m^3)$ となる確率が95％であることを意味する。そこで，$m-2\delta_m$ を実現する可能性ある最低総収穫材積，$m+2\delta_m$ を最高総収穫材積とよぶことにすると，表5からも明らかなとおり，総収穫材積の期待値が増加すればそれにともなって最高総収穫材積は増加するが，最低総収穫材積は必らずしも増加するとは限らない。

経営者は図4に示された総収穫材積と最小分散の組合せの軌跡から内在的にもっているリスク回避型の効用関数に照らして最高の効用をもたらす計画を選択すればよい。そして，図4によれば，計画番号55の近傍が最適計画として採用されることになるであろう。その理由は，収穫材積期待値はそ

の最高水準とわずかしか違わないのに，分散は大幅に減少しており，最高収穫材積と最低収穫材積の差も $16.079\times10^{3}\ (m^{3})$ 程度であり，リスクが回避されている。しかも，この番号より若い番号になると急激に収穫材積期待値が減少しはじめるからである。

ところで，計画番号７８は

$$(3\cdot1)\cdots\cdot\quad\left\{\begin{array}{l}\max\quad \mu x\\ \text{subject to}\quad x\in K\end{array}\right.$$

という通常の線形計画法で求めた解に相当する。これと計画番号５５とを比較すれば，この両者の間には収穫材積の期待値が $0.764\times10^{3}\ (m^{3})$ だけしか減少しないのに対して，分散は実に $8{,}971.371\times10^{3}\ (m^{3})^{2}$ 減少する。この点からも従来の線形計画法による解は林業経営におけるリスクを考慮した場合には必らずしも最適計画とはなっていない。次に，各変数のとる値に注目すると，計画番号７８では高令級の林分を大面積伐採することになるが，計画番号５５では低令級の林分も含めて小面積伐採する計画になる。このことは表４に示した分散・共分散行列からも明らかなとおり，高令級になるにしたがって分散・共分散が大きくなり，リスクが大きくなるから，なるべく低令級の林分も含めてこのリスクを回避するような計画が採択されることを意味する。なお，線形計画法による解を収穫面積図式として示せば図５のようになる。

令級	面積 (ha)	林令 (年)						林令 (年)	面積 (ha)	令級
							$\boxed{14.39}$	1～10	14.39	I
						$\boxed{14.39}$	·	11～20	14.39	II
					$\boxed{14.39}$	·	·	21～30	14.39	III
				$\boxed{14.39}$	·	·	·	31～40	14.39	IV
			$\boxed{14.39}$	·	·	·	·	41～50	14.39	V
I	31.32	1～10	·	·	·	2.54	14.39	51～60	14.39	VI
II	25.03	11～20	·	·	∘	10.64	·	61～70	14.39	VII
III	26.07	21～30	·	·	11.68	·	·	71～80	14.39	VIII
IV	47.09	31～40	14.39	14.39	2.71	1.21	·	81～90	14.39	IX
現在森林			1	2	3	4	5	目標森林		

計画分期

図 5

4. 経営者の評価関数

いままで経営者の評価を表わす効用関数はそれがリスク回避型ならば何んでもよく，とくにその形を明らかにしなかったが，それでもわれわれは有効計画の一部が最適計画のための十分な指針となることを示した。ここで，経営者のもつべき効用関数の一つの納得のゆく例を考えてみる。

伐採計画xのもたらす収穫材積Vxにたいする評価を考えるにあたって，von Neumann − Morgenstern 効用関数を考える。いま収穫材積vが確実に得られるときの経営者の効用関数を$U(v)$とすれば，計画xのもたらす効用は，

$$(4\cdot1)\cdots\cdot\quad U(x)=\int_{-\infty}^{\infty}U(v)\,e^{(2\pi)^{-\frac{1}{2}}(x'Dx)^{-\frac{1}{2}}-(v-\mu x)^2/(x'Dx)}\,dv$$

で与えられる。ここで，$U(v)$はその正1次変換までふくめて一意に定まる。いま，経営者のもつ材積にたいする効用関数が現在の木材保有量とは独立，つまり，どれだけの量の木材保有があることとは無関係に将来の計画においていままでと全く同程度の木材にたいする選好の強さをもつならば，このような場合，$U(v)$の形として，

$$(4\cdot2)\cdots\cdot\quad U(v)=1-e^{-av}\ (a>o)$$

を考えることができる。[9] このことは，わが国のように森林資源の稀少性が強調されている場合には妥当とすると思われる。ここで，パラメータaは経営者の危険回避の測度を表わすとみることができ，aの値が大きいほどリスク回避傾向の大きい経営者を表わす。(4・2)を(4・1)へ代入すれば，

$$U(x)=1-e^{a[a(x'Dx)/2-\mu x]}$$

となる。$U(x)$の最大化は明らかに，結局，指数部分を最小化することであるから，われわれは次の2次計画問題をうる。[10]

$$(4\cdot3)\cdots\cdot\left\{\begin{array}{l}\max\quad \mu x-\frac{a}{2}(x'Dx)\\ \text{subject to}\quad x\in K\end{array}\right.$$

この場合の最適解の概略を求めるには，図6のように各aに応じた直線群

$$m-\frac{a}{2}\delta_m^2=\lambda$$

を引いて，それと有効領域との接点を求めればよいことは明らかであろう。3.の事例についてaを1／2.500(1／m^3)から1／500(1／m^3)まで順次増加させ，経営者のリスク回避の程度を大きくすると最適計画はおおむね表6のようになる。最適解は図5の計画番号55の近傍に集中していて，パラメータaに関する感度分析からいっても，また3.の分析結果からしても計画番号55ないし，そ

---

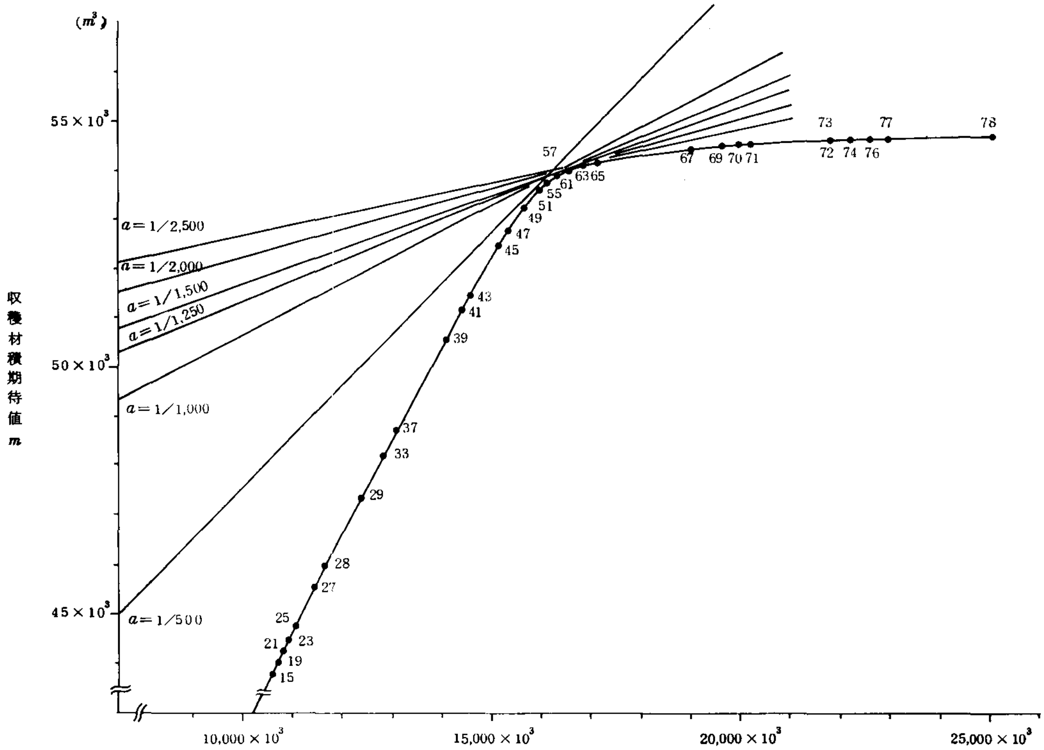
9) このことについては，Borch〔10〕，ch.Ⅳ，4・15を参照。また，効用関数構成の最近の理論的展開としては，Fishburn〔24〕などがある。

10) (4・2)の効用関数はしばしば用いられるが，農業経営計画問題では，この関数にもとづくモデルをFreund〔22〕にしたがって，Freundモデルとよんでいる。

の近傍を最適計画とみなすことができるであろう。

表 6

パラメータa ($1/m^3$)	1/2,500	1/2,000	1/1,500	1/1,250	1/1,000	1/500
最適解を与える計画番号	57	57	57	55	55	55



収穫材積最小分散 δ_m^2

図 6

5. おわりに

林業経営は超長期におよぶ生産活動であり，不確実性を前提として営まれ，また，森林資源の回復性の鈍さのゆえに，従来から保続の必要性が強調されてきた。さらに，この保続性と経営成果の効率性およびそれの安定性はなんの脈絡ももたず，これらを統一的に把握することは林業経営にとってきわめて重要な課題であるにもかかわらず，いままで立ち入った分析はほとんど行なわれなかった。本論文では，このような認識の下に，この問題を計画数理的に把握することによって，林業経営計画の一つの方法を提示した。この際，簡単のために制約条件としては森林を法正林に誘導すること，および経営成果としては総収穫材積をとったが，これには例えば各分期の収穫材積期待値を一定水準以上

に保つとか，一定の割合で増加させるなどの付加的条件や様々な変形を考えることもできよう。

なお，本論文では述べなかったが，短期計画の構造を明らかにし，それを長期計画と接合させることも興味深い問題である。また，これらの研究にともなって，森林に関する膨大な資料が林業経営の立場から統計的に整理されてゆくならば，きわめて有意義なことと思われる。

最後に本研究の機会を作って下さった東京工業大学の鈴木光男教授ならびに討論に参加された岩瀬幾郎氏に感謝いたします。また，計算は農林研究計算センターのＨＩＴＡＣ８４５０を使用した。多くの便宜を図られた同センターの方々にも謝意を表します。

（参 考 文 献）

〔1〕 E. F. Thompson, "The Theory of Decision Under Uncertainty and Possible Application in Forest Management", Forest Science, 14, 6, (1968)

〔2〕 福田重光，"与件変化２次計画法によるリスク・プログラミング"，農林研究計算センター報告 Ａ７号，（1971）

〔3〕 H. M. Markowitz, Portfolio Selection, John Wiley, (1959), 鈴木雪夫監訳，ポートフォリオ選択論，東洋経済新報社，（1969）

〔4〕 今村幸生，"農業経営設計の理論と応用（Ⅱ） ― リクス・プログラミングによる農業経営設計 ― "，農業技術研究所報告 Ｈ３５号，（1966）

〔5〕――――――――，農業経営設計の理論と応用，養賢堂，（1969）

〔6〕――――――――，"不完全知識状態下における農業経営計画モデル ― 純収益の期待値と標準偏差を指標とする場合"，農業経営と計算の研究，富民協会，（1969）

〔7〕 岩原信九郎，ノンパラメトリック法，日本文化科学社，（1970）

〔8〕 J. von Neumann and O. Morgenstern, Theory of Games and Economic Behavior, Princeton University Press, (1947)

〔9〕 片岡信二，数理計画法，東洋経済新報社，（1971）

〔10〕 K. H. Borch, The Economics of Uncertainty, Princeton University Press, (1968)，福場庸・田畑吉雄訳，不確実性の経済学，日本生産性本部，（1973）

〔11〕 北川敏男編，多変量解析，共立出版，（1966）

〔12〕 工藤元・西村正一・高山崇・久保嘉治，近代農業経済学，東京明文堂，（1962）

〔13〕 熊崎実・真柴孝司，"線形計画法による造林投資計画と技術選択"，日本林学会誌，52, 7, (1970)

〔14〕 黒川泰亨，"林業試験場電算機プログラミング報告（２） ― 線形計画法 ― "，林業試験場研究報告，271，（1975）

〔15〕 丸山義皓，"収益性及び安定性の統一的把握について"，農業経済研究，31，2，（1959）

〔16〕 ―――――――, R. J・フロインド, "不安定性下における生産計画 ― 非線型計画法による接近 ― ", 農業経済研究, 38, 1, (1966)

〔17〕 ―――――――, ―――――――, "予測, 不安定性, 生産計画 ― 統計的手法及び非線型計画法の統合的利用 ― ", 農業経済研究, 39, 1, (1967)

〔18〕 ―――――――, ―――――――, "農業生産に対する不安定性の作用 ― パラメトリック非線型計画法による接近 ― ", 農業経済研究, 37, 4, (1966)

〔19〕 松原茂昌, "大型問題のための数理計画法", 農林研究計算センター報告, A10, (1974)

〔20〕 南雲秀次郎・箕輪光博, "線型計画法による収穫規整の分析", 東京大学演習林報告, 63, (1967)

〔21〕 林野庁監査課, 林業経営における伐採更新に関するシステム的研究, 林野庁, (1974)

〔22〕 R. J. Freund, "The Introduction of Risk Into a Programming Model" Econometrica, 24, 3, (1959)

〔23〕 坂本格, "林業経営におけるRisk Programming に関する研究", 九州大学演習林報告, 40, (1966)

〔24〕 P. C. Fishburn, Utility Theory for Decision Making, New York, Wiley, (1970)

〔25〕 S. I. Gass, Linear Programming, Method and Application, McGrow Hill, (1958), 小山昭雄訳, 線型計画法, 方法と応用, 好学社, (1972)

〔26〕 鈴木光男, 計画の倫理, 東洋経済新報社, (1975)

〔27〕 ―――――――, 中村健二郎, 社会システム分析 ― ゲーム論的アプローチ ― , 共立出版, (1976)

著者連絡先：黒川泰亨
農林省林業試験所
〒612 京都市伏見区桃山町永井久太郎