凸型時間ペナルティ関数付き配送計画問題・スケジューリング問題に対する反復局所探索法

祖父江　謙介
(京都大学大学院情報学研究科数理工学専攻　現所属・トヨタ自動車(株))
指導教官　茨木俊秀 教授

1. はじめに

配送計画問題とは，様々な制約条件の下で，複数の車両を用いて全ての客をちょうど1回ずつ訪問するような経路の中で，コスト最小のものを求める問題である．この問題はNP困難であるため，現実的な方法として種々の近似解法が提案されている．通常の定式化では，制約条件として，客が指定する時間枠内にサービスを開始しなければならないという時間枠制約と，客の要求量の総和が車両の容量を超えてはいけないという容量制約が課せられる．本研究では，これらの制約を一般化している．まず，時間枠制約については，凸型ペナルティ関数を用いて緩和し，考慮制約として扱う．容量制約に対しては，客への荷物の配達（配荷）に加えて，客からの荷物の返却（集荷）も考える．このような汎用的な問題に対して，時間ペナルティの最小化に対する高度なデータ構造を提案することで，大規模な問題例も高速かつ高精度に扱えるようにしたところに本研究の大きな特徴がある．

2. 問題定義

節点集合 $V=\{0,1,\cdots,n\}$ と枝集合 $E=\{(i,j)|i,j\in V, i\neq j\}$ からなる完全有向グラフ $G=(V,E)$ と車両集合 $M=\{1,2,\cdots,m\}$ を考える．節点0はデポと呼ばれる特殊な節点であり，他の節点は客を表す．各客 $i\in V\backslash\{0\}$ には，デポから客へ配送する荷物の量 $q_i^{\mathrm{d}}(\geq 0)$，客からデポへ返却する荷物の量 $q_i^{\mathrm{p}}(\geq 0)$，サービス時間 $u_i(\geq 0)$，およびサービス開始時刻 t に対する時間ペナルティ関数 $p_i(t)(\geq 0)$ が，各車両 $k\in M$ には，車両 k の容量 $Q_k(\geq 0)$ および移動コスト係数 $\lambda_k(\geq 0)$ が，各枝 $(i,j)\in E$ には，枝 (i,j) の距離 $d_{i,j}(\geq 0)$ および移動時間 $t_{i,j}(\geq 0)$ がそれぞれ与えられる．加えて，車両がデポを出発する時刻 t に対する時間ペナルティ関数 $p_0^{\mathrm{d}}(t)(\geq 0)$，車両がデポに帰還する時刻 t に対する時間ペナルティ関数 $p_0^{\mathrm{a}}(t)(\geq 0)$ も与えられる．時間ペナルティ関数 $p_i(t)$, $p_0^{\mathrm{d}}(t)$, $p_0^{\mathrm{a}}(t)$ は区分線形凸関数と仮定する．また，便宜上 $u_0=0$ とする．

ここで，車両 k が訪問する客数を n_k，車両 k のルート内の客の順列を $\sigma_k=(\sigma_k(1),\sigma_k(2),\cdots,\sigma_k(n_k))$ と記し，全車両のルートを $\boldsymbol{\sigma}=(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_m)$ で表す．便宜上 $\sigma_k(h)=\sigma_k(n_k+1)=0$ と仮定する．さらに，s_i を客 i のサービス開始時刻，s_k^{d} を車両 k がデポを出発する時刻，s_k^{a} を車両 k がデポに帰還する時刻とし，$\boldsymbol{s}=(s_1,s_2,\cdots,s_n,s_1^{\mathrm{d}},s_2^{\mathrm{d}},\cdots,s_m^{\mathrm{d}},s_1^{\mathrm{a}},s_2^{\mathrm{a}},\cdots,s_m^{\mathrm{a}})$ とする．ここで，各車両の距離コストの総和を $d_{\mathrm{sum}}(\boldsymbol{\sigma})$，時間ペナルティの総和を $p_{\mathrm{sum}}(\boldsymbol{s})$ および容量超過量に対するペナルティの総和を $q_{\mathrm{sum}}(\boldsymbol{\sigma})$ とし，目的関数はペナルティ重み α,β を用いてこれらの重み付き和として以下の式で定義する．

$$cost(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{s})=d_{\mathrm{sum}}(\boldsymbol{\sigma})+\alpha p_{\mathrm{sum}}(\boldsymbol{s})+\beta q_{\mathrm{sum}}(\boldsymbol{\sigma}). \tag{1}$$

3. 最適サービス開始時刻の決定法

本研究では，全車両のルート $\boldsymbol{\sigma}$ を節4で述べる局所探索法を用いて決定するが，これにより $\boldsymbol{\sigma}$ が決まっても，そのルートの下で各客のサービス時刻を最適化する問題を解かなければならない．本研究では，この最適サービス開始時刻の決定に動的計画法を用いて計算の高速化を実現している．その概要は以下の通りである．関数 $f_{h_1,h_2}^k(t)$ を，ルート σ_k の h_2 番目の客のサービス開始時刻が t 以前であるとき，そのルートの h_1 番目から h_2 番目までの部分パスに含まれる客 $\sigma_k(h_1),\sigma_k(h_1+1),\cdots,\sigma_k(h_2-1),\sigma_k(h_2)$ をこの順にサービスするときの総ペナルティの最小値と定義する．また，表現の簡潔化のため $\tau_h^k=u_{\sigma(h)}+t_{\sigma(h),\sigma(h+1)}$ とする．このとき $f_{0,h}^k(t)$ は漸化式

$$\begin{aligned}
&f_{0,0}^k(t)=\min_{t'\leq t}p_0^{\mathrm{d}}(t')\\
&f_{0,h}^k(t)=\min_{t'\leq t}(f_{0,h-1}^k(t'-\tau_{h-1}^k)+p_{\sigma_k(h)}(t')),\\
&\qquad h=1,2,\cdots,n_k \qquad\qquad (2)\\
&f_{0,n_k+1}^k(t)=\min_{t'\leq t}(f_{0,n_k}^k(t'-\tau_{n_k}^k)+p_0^{\mathrm{a}}(t'))
\end{aligned}$$

により計算できる．$h_1 \neq 0$ の場合も同様である．これによりルート全体のペナルティの最小値は $\min_t f^k_{0,n_k+1}(t)$ と定まる．

本研究では時間ペナルティ関数 $p_i(t)$, $p^{\mathrm{d}}_0(t)$, $p^{\mathrm{a}}_0(t)$ が全て区分線形凸関数なため，関数 $f^k_{h_1,h_2}(t)$ も区分線形凸関数となる．この特徴を活かして，式(2)の計算を平衡探索木に基づく高度なデータ構造を用いて実現することで，計算時間を $O(\delta_k \log \delta_k)$ 時間まで短縮している．ここで δ_k はルート σ^k に含まれるペナルティ関数の区分数の合計値である．また，詳細は略すが，式(2)で生成された関数をうまく利用すると，ルート σ^k に含まれる全ての客の最適サービス開始時刻は $O(n_k \log \delta_k)$ 時間で計算できる．

4. 局所探索法と近傍

局所探索法は，現在の解 $\boldsymbol{\sigma}$ の近傍 $NB(\boldsymbol{\sigma})$ 内に $\boldsymbol{\sigma}$ より良い解があればそれに置き換えるという操作を，近傍内に改善解がなくなるまで反復する方法である．本研究では，クロス交換近傍，2-opt* 近傍，2-opt 近傍および Or-opt 近傍の四つを組み合わせて用いている．これらの近傍は現在の全車両のルート $\boldsymbol{\sigma}$ の中から，定数個の交換対象のルートを選び，それらのルートの定数個の部分パスの組換えで得られる解集合である．

本研究の最大の特徴は，近傍操作が定数個の部分パスの組換えであるという点に着目し，部分パス単位での処理を行うことで，既知の計算結果をうまく活かし，節3の動的計画法の計算時間を大幅に改善しているという点である．詳細は略すが，近傍内の一つの解の評価を $O(\log \delta_k)$ 時間という高速な時間で行うことができる．これは文献[2]の $O(\delta_k)$ 時間に比べて，大幅な改善である．このほかにも高速化のための様々な工夫を行っている．

通常，局所探索法を1回適用しただけでは，精度の良い解が得られないことが多いので，メタ戦略として反復局所探索法を用いている．また，探索効率をさらに上げるため，ペナルティ重みのみが式(1)とは異なる評価関数を導入し，この関数のペナルティ重みを適応的に調整して，探索の高度な制御を行っている．

5. 計算実験

本研究で提案したアルゴリズムに対して行った計算実験の結果の一部を述べる．用いた問題例は，文献[3]で提案された客数200，400，600，800および1000の問題例である．これらの問題例では，時間枠制約は絶対制約とされているが，凸型時間ペナルティ関数を導入し，時間枠制約を緩和して実験を行った．なお，これらの問題例では客からの荷物の返却は考えないため $q^{\mathrm{p}}_i = 0$，車両の移動コストは一様であるため $\lambda_k = 1$ となる．計算時間は，大規模な問題例において文献[4]と同程度になるよう調整した．

表1 他のアルゴリズムとの比較

		客数				
		200人	400人	600人	800人	1000人
本手法	CNV	694	1384	2070	2753	3434
	CTD	170331	401285	827192	1426133	2169452
文献[1]	CNV	696	1392	2079	2760	3446
の手法	CTD	179328	428489	890121	1535849	2290367
文献[4]	CNV	694	1389	2082	2765	3446
の手法	CTD	168573	390386	796172	1361586	2078110

表1は，既存の手法のうち，良い結果を残しているアルゴリズムとの間での比較である．客数ごとに様々なタイプの問題例が60問存在しているため，各問題例に対して使った車両数の合計CNVと各問題例ごとに出力した距離の総和CTDを用いて，CNVとCTDの辞書式順序によって比較する．表より，問題サイズが大規模になるほど本手法の有効性を確認することができる．また，本手法は既存の手法に比べて汎用的であるのにも関わらず，356個の問題例のうち187個の問題例に対して既知の最良値を更新している．これらの結果から，本手法は汎用的なだけでなく，大規模な問題例に対しても十分に高速であり，既存の手法に比べて精度の高い解を出力できるといえる．

参考文献

[1] H. Gehring and J. Homberger: "Parallelization of a Two-Phase Metaheuristic for Routing Problems with Time Windows", *Journal of Heuristics*, 8, 251-276, 2002.

[2] T. Ibaraki, S. Imahori, M. Kubo, T. Masuda, T. Uno and M. Yagiura: "Effective Local Search Algorithms for Routing and Scheduling Problems with General Time Window Constraints", *Transportation Science*, to appear.

[3] J. Homberger and H. Gehring: "Two Evolutionary Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows", *INFOR* 37, 297-318, 1999.

[4] D. Mester and O. Bräysy: "Active Guided Evolution Strategies for the Large Scale Vehicle Routing Problem with Time Windows", Working Paper, Institute of Evoluation, Univesity of Haifa, 2003.