

天候デリバティブとは —スキームと評価手法—

宮崎 浩一

本稿では、天候デリバティブが、企業財務リスクをコントロールして企業価値を最大化するための手段として従来の金融デリバティブと同じ役割を担うことを指摘したうえで、両者の大きな相違点である価格の評価手法について検討する。天候デリバティブ価格の評価においては、リスクプレミアムの評価が含まれるため、現状、金融デリバティブにおけるリスク中立評価法のような厳密に正当化された評価法は見当たらない。ここでは、天候デリバティブに関する主な評価法をいくつか紹介し、金融デリバティブの評価法と比較して評価法の主な相違点を明らかにする。

キーワード：財務リスクヘッジ、企業価値の最大化、気温モデル、リスクプレミアム、リスク中立評価法、効用関数

1. はじめに

日本におけるデリバティブのルーツは古く江戸時代における大阪堂島米会所の米の先物取引となるが、現代的な金融デリバティブが日本において利用されはじめたのは、1980年代の半ば頃からである。1980年代から、海外取引の多い企業が為替デリバティブにより為替リスクをコントロールするようになってきた。1990年代に入ってから、企業財務における金利リスクをヘッジするための金利オプションも導入されるようになった。金融デリバティブが存在しない時代には、為替リスクや金利リスクは企業がコントロールできないものであり、企業は、これらのリスクを所与のものとして経営を行わなければならなかった。よって、企業経営は保守的にならざるを得なく、必ずしも企業価値を最大化するような経営ではなかった。今日、日本においても株主はもはや「物言わぬ投資家」ではなく、経営者は常に株主を満足させるべく企業価値を最大にするような経営が期待されている。つまり、企業価値の最大化を妨げるリスクを、どのようにコントロールしていくかが経営における最重要課題の一つとなってきた。これが、金融デリバティブが発達してきた背景であり、また、古来、「神のお告げ」などといって恐れられていた自然現象によるリスクですらコントロールする手段を開発する土壌となった。企業経営に

おいて、自然現象によるリスク、天候リスクをコントロールするための手段が、天候デリバティブである。このように、天候デリバティブは、企業財務におけるリスクコントロール手段の一つとして位置付けられる点で、金融デリバティブと何ら変わらない。

天候デリバティブと金融デリバティブとの大きな違いは、デリバティブの価格評価の違いにある。価格評価の違いが生じる主な理由は二つある。一つめは、天候デリバティブの「売り手：損害保険会社」と「買い手：天候に収益が依存する企業」の間には、原資産（天候）がもたらすキャッシュフローに非対称性があること、二つめは、天候デリバティブの価格が買い手企業の個別要因や天候デリバティブの売り手の持ち高に大きく依存することである。原資産が金融資産であれば第一点の違いは生じない。100円で買った株を150円で売却すれば、損害保険会社も天候に収益が依存する企業も共に50円の利益が得られる。原資産が天候の場合には、天候デリバティブの売却がない場合に、天候の変動自体によって損害保険会社には何らキャッシュフローの変化がないのに対し、天候に収益が依存する企業のキャッシュフローは大きく変動する。この違いが、デリバティブの売り手にとってのヘッジ可能性において、天候デリバティブと金融デリバティブに大きな違いをもたらす。金融デリバティブであれば、デリバティブの売り手が原資産を用いた複製ポートフォリオを構築することによって売却したデリバティブのリスクをヘッジすることができる。天候デリバティブにおいては、原資産に相当する天候の変動自体

みやざき こういち

電気通信大学 システム工学科

〒182-8585 調布市調布ヶ丘1-5-1

を売買することはできないために天候の変動に依存したキャッシュフローを生成することができず、デリバティブの売り手はそのリスクをヘッジすることができない。つまり、天候デリバティブの売り手が天候リスクを抱えたままになるため、天候デリバティブ価格にはリスクプレミアム（このようなリスクプレミアムは金融デリバティブには存在しない）が天候デリバティブの価格に付加される。

天候デリバティブの価格評価は、リスクプレミアムの大きさの評価ということになる。どの程度の大きさのリスクプレミアムであれば、買い手が応じるかが価格評価において重要になる。買い手となる天候に収益が依存する企業も、企業の個別の業態や立地に応じて天候の変動に依存したキャッシュフローは異なる。企業価値を最大化するうえで、天候デリバティブを用いて天候リスクをコントロールする意義が大きい企業が存在する場合には比較的大きなリスクプレミアムの付いた価格でも取引が成立すると考えられ、その逆も然りである。また、リスクプレミアムの大きさは、天候デリバティブの売り手の持ち高にも大きく依存する。気温が平年以上であれば支払いが生じるような天候デリバティブ(A)を売却している損害保険会社が、気温が平年以下であれば支払いが生じるような天候デリバティブ(B)を評価する場合、何ら持ち高のない損害保険会社が天候デリバティブ(B)を評価するよりもリスクプレミアムは小さくなると考えられる。なぜなら、気温が平年より「大きく上回る」かつ「大きく下回る」ことは起こり得ないからである。

天候デリバティブの価格評価には、リスクプレミアムの評価が避けられないため、金融デリバティブにおけるリスク中立評価法のような厳密な評価法は存在しない。ここでは、天候デリバティブのなかで気温デリバティブを取り上げ、その主な評価法を金融デリバティブの評価法と対比させて、類似点、相違点を明確にしたうえで紹介する。次節では、気温デリバティブの商品スキーム、プライシングの前提、気温パスをモデル化しない評価法を示す。節3では、気温パスをモデル化した気温デリバティブの評価法を示し、金融デリバティブにおけるリスク中立評価法と対比する。節4では、いくつか数値例を紹介する。最終節では、まとめと結語を付す。

2. 気温デリバティブの商品スキーム、プライシングの前提、気温パスをモデル化しない評価法

2.1 商品スキームと企業価値の最大化

2.1.1 商品スキーム

米国における気温デリバティブ取引の大半は、次に定義するHDD (Heating Degree Days), CDD (Cooling Degree Days) という日々の平均気温の累積度数をインデックス化したものに関するものである。(定義)

$$\text{日次 HDD} = \text{Max}(0, 18.33^\circ\text{C} - \text{日次平均気温})$$

$$\text{日次 CDD} = \text{Max}(0, \text{日次平均気温} - 18.33^\circ\text{C})$$

与えられた期間におけるHDD, CDDは、上記の日次ベースのものに関する累積値とする。

(商品例)

オプション購入者：ガス会社A社

オプション引受者：損害保険会社B社

取引形態：累積HDDをインデックスとするプットオプション

気温観測値：東京都

観測期間：2001年1月1日から1月31日までの計31日間

ストライク：累積HDD 400

単位金額：1 HDD=1,000,000円

支払い条件：ストライクを1 HDD下回るごとに1,000,000円

オプション価格：28,000,000円

2.1.2 企業価値の最大化

商品例で用いたプットオプションを購入した場合の、オプション満期時点におけるガス会社A社のペイオフを図1の細い実線で示し、累積HDDが400（過去40年間の1月における平均値）を基準として基準から上下に変動する大きさに依存して1 HDDごとに1,000,000円変動する状況（プットオプションを購入しない場合の企業のキャッシュフローが気温から受ける影響を代表するもの）を点線で示し、実線と点線の合計（プットオプションを購入した場合の企業のキャッシュフロー）を太い実線で示した。太い実線は、結果的にコールオプションのペイオフを表すことになり、プットオプションを購入する財務戦略を採用した場合、累積HDDが400を超えると企業収益はプットオプション価格の支払い分である28百万円だけ低下するが、累積HDDが400を下回る場合に発生する企業の損失

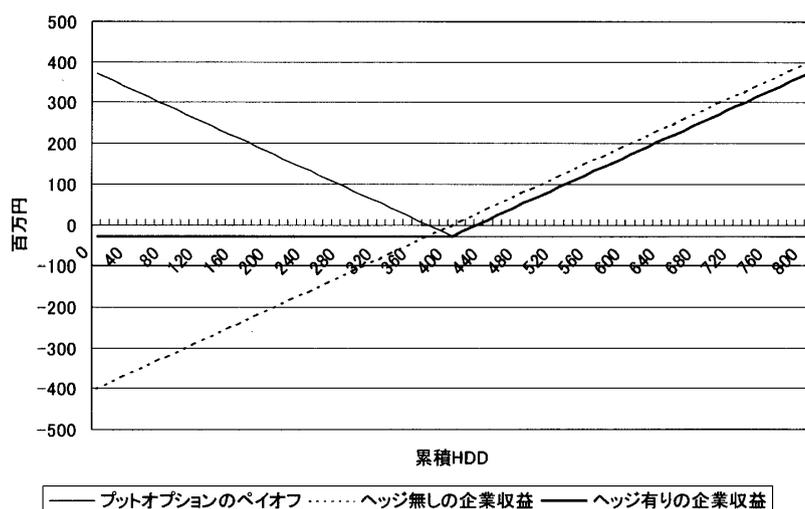


図1 財務戦略とキャッシュフロー

が28百万円に限定されるため、企業収益が安定することになる。企業収益が安定すれば、財務リスクの低下による資本コストの軽減が見込め企業価値の増加に結びつく。

2.2 プライシングにおける注意事項

天候デリバティブのプライシングにおいて十分注意しなければならない点は、第一に対象となる指数の明確化、第二に天候の大きな変動である。

2.2.1 指数の明確化

天候デリバティブの指数として求められる条件としては、指数データの(1)客観性、(2)長期的安定性、(3)定義の一定性、(4)特定人に対する事前リークや改竄の不可能性等であり、気象庁から発表されるデータであれば、これらの条件を十分に満たしていると考えられる。

2.2.2 天候の大きな変動

天候の変動が金融資産の変動と大きく異なる点は、前者には、中長期的なトレンドや短期的な要因が顕著に存在する点である。中長期的なトレンドとしては、地球温暖化やヒートアイランド現象が、短期的要因としてはエルニーニョ現象（日本では冷夏などの異常気象の原因となる）が挙げられる。また、最近注目を集めているものとして、気象変動10年説がある。天候デリバティブのプライシングにおいては、これらの中長期的トレンド、短期的要因、気象変動の周期に十分注意を払う必要がある。

2.3 気温パスをモデル化しない評価法

現状、取引サイズが小さい気温デリバティブ取引の大半は、この方法を用いて評価されており、取引サイズが大きい取引に関しては、この方法による評価に加えて節3で紹介する気温パスをモデル化する方法によ

る評価が参考情報として利用されている。気温パスをモデル化しない評価法には、確率分布適合法と Burning Cost 法の2種類があり、前者は気温の分布に正規分布などの確率分布を当てはめる手法であり、後者は、過去にどれほど気温が変動して、それによりどれだけ支払いが発生したか計測する方法である。ここでは、節2.1で示した商品例のケースを取り上げて、評価法を示す。

2.3.1 確率分布適合法

- (1) 過去の各年（例えば1961年から2000年の40年間）における1月の累積気温を求める。被説明変数として、累積気温を説明変数として年を採用した線形回帰により、累積気温のトレンドを除去する。トレンドを除去したデータに対して、正規分布等の確率分布を適合する。適合した累積気温の分布に基づいて、累積HDDの分布、さらに $\text{Max}(0, 400 - \text{累積HDD})$ の分布を導出し、その期待値（平均支払金額）と標準偏差を求める。
- (2) (1)で求めた期待値に、リスク・バッファ（リスク量の上乗せ分、保険でいえば安全率）として標準偏差の定数倍（通常0.3~0.5）を加えて評価する。

2.3.2 Burning Cost 法

評価の枠組みは、確率分布適合法と同じであるが、確率分布を適合せずに過去の累積気温の分布を用いて導出した $\text{Max}(0, 400 - \text{累積HDD})$ の分布に基づき評価する方法である。

3. 気温パスをモデル化した評価法

気温デリバティブを複製ポートフォリオで構築することができないため、現状、金融デリバティブの評価におけるリスク中立評価法のような数学的に厳密に確立した評価法は見当たらない。本節では、(1)気温パスのモデル化にどのようなものがあるかを概観し、(2)金融デリバティブ評価におけるリスク中立評価法のポイントを述べ、(3)金融デリバティブ評価のリスク中立変換に相当する部分が、気温デリバティブ評価においてどのように扱われているかを確認する。

3.1 気温パスのモデル化

気温パスのモデル化に際して、まず、金融資産のモデル化との違いを述べると、金融資産の価格変動を決定論的に予測することは不可能であるが、気温変動は物理現象であるために技術の進歩と共に決定論的な予測精度を高めることができる。つまり、気温予報を気温パスモデルに取り込むようなモデルの精緻化が可能となる。この点に関しては、土方[2]を参照されたい。気温パスをモデル化した気温デリバティブの評価法に、(1)Dischel[7]、(2)Cao and Wei[9]、(3)矢萩・宮崎[6]、(4)Brody, Syroka and Zervos[8]、(5)宮崎[3]がある。(1)~(3)は、気温パスを主に自己回帰モデルを用いて記述している。(2)は(1)を精緻化したモデルであり、(3)は、(2)において温暖化トレンドを適切にモデル化したものである。(4)、(5)は、それぞれ、気温パスをフラクタルブラウン運動、マルコフ連鎖型モデルでモデル化している。

(1) Dischel[7]

Dischel[7]は、ある k 日の気温 $T(k)$ を三つのファクター、 $\Theta(k)$ (対象日 k の過去数年間の平均気温)、 $T(k-1)$ (対象日 k の前日の気温)、 ΔT (ある確率分布に従って現れる前日との気温差)、を用いて次のように表現した。

$$T(k) = \alpha \cdot \Theta(k) + \beta \cdot T(k-1) + \gamma \cdot \Delta T(k)$$

$$\Theta(k) = \frac{\sum_{yr} T_{yr,k}}{\#yr}, \Delta T(k) = T(k) - T(k-1),$$

$$\alpha = (1 - \beta),$$

ここで、 $T_{yr,k}$ は yr 年 k 日の気温、 $\#yr$ は和をとった年の数である。このような気温パスのモデル化により、「観測期間における気温の日々の変動範囲」や「特定日の気温分布」をシミュレートすることができ、パス依存性な気温デリバティブの評価が可能となる。

(2) Cao and Wei[9]

Dischel モデルが、気温そのものを確率過程でモデル化したのに対し、Cao and Wei モデルでは、対象日 t 日の気温を当該日の過去の平均気温と平均気温からの残差とに分離してモデル化している。この残差部分に自己回帰モデルを適用している。具体的には、 yr 年 t 日の気温を $Y_{yr,t}$ 、 t 日の yr 年から過去 20 年間の平均を $\bar{Y}_{yr,t}$ 、温暖化の影響を調整した平均気温を $\hat{Y}_{yr,t}$ とし、次式でモデル化される。

$$Y_{yr,t} = U_{yr,t} + \hat{Y}_{yr,t}$$

$$\forall yr = 1, 2, \dots, 20 \ \& \ t = 1, 2, \dots, 365,$$

ここで、気温残差 $U_{yr,t}$ は次の k -lag 自己回帰モデルにより記述される。

$$U_{yr,t} = \sum_{i=1}^k \rho_i U_{yr,t-i} + \sigma_{yr,t} * \xi_{yr,t} \quad (1)$$

$$\forall \sigma_{yr,t} = \sigma - \sigma_1 |\sin(\pi t / 365 + \phi)|,$$

$$\xi_{yr,t} \sim i.i.d.N(0, 1),$$

$$yr = 1, 2, \dots, 20; \ \& \ t = 1, 2, \dots, 365,$$

$\xi_{yr,t}$ には、配当プロセスとの相関も考慮されている。残差のボラティリティ $\sigma_{yr,t}$ に季節依存性がある点が、一定のボラティリティ γ を用いる Dischel モデルとは異なっている。

($\hat{Y}_{yr,t}$ の導出)

1. t 日の気温の yr 年から過去 20 年間の平均気温 $\bar{Y}_{yr,t}$ を算出する。 t 日が属する月を m として、 $\bar{Y}_{yr,t}$ に基づき月ごとの平均気温 $\bar{Y}_{yr,m}$ を算出する。
2. 気温デリバティブを評価する時点から最も近い年を yr 年とし、 yr 年 m 月の平均気温 $\bar{Y}_{yr,m}$ を算出する。
3. $\bar{Y}_{yr,t}$ と $\bar{Y}_{yr,m}$ の差を温暖化調整分 $\tilde{Y}_{yr,m}$ とし、 $\tilde{Y}_{yr,m} = \bar{Y}_{yr,t} - \bar{Y}_{yr,m}$ と表す。
4. 最後に、 $\tilde{Y}_{yr,t}$ を用いて $\hat{Y}_{yr,t} = \bar{Y}_{yr,t} + \tilde{Y}_{yr,m}$ とする。

(3) 矢萩・宮崎[6]

Cao and Wei モデルにおける $\hat{Y}_{yr,t}$ の導出部分を改良したモデルである。Cao and Wei モデルでは、 $\hat{Y}_{yr,t}$ の導出において、気温デリバティブを評価する時点から最も近い年の情報だけに基づいて温暖化の調節を行っているうえに、年ごとの変動を表す標準偏差 $\left(\varphi_{yr,t} = \sqrt{\frac{1}{20} \sum_{yr=1}^{20} (Y_{yr,t} - \bar{Y}_t)^2}\right)$ にも温暖化トレンドが含まれてしまう問題がある。矢萩・宮崎[6]では、節 2.3.1 確率分布適合法においてトレンドを除去したよ

うに、線形回帰モデルや二次回帰モデルを用いて年ごとの変動を表す標準偏差に温暖化トレンドが入り込まないようにしている。また、この手法では温暖化を調節した平均気温 $\hat{Y}_{yr,t}$ が、気温デリバティブを評価する時点から最も近い年の情報のみに影響されることなく、回帰直線（曲線）を延長することにより素直に得られる利点もある。

(4) Brody, Syroka and Zervos[8]

気温パスに長期記憶性が見られることをモデルに組み込むために、フラクタルブラウン運動を用いた平均回帰過程によりモデル化を行っている。t日における平均気温 X_t は、次の確率微分方程式に従う。

$$dX_t = \kappa_t(\theta_t - X_t)dt + \sigma_t dW_t^H, X_0 = x.$$

ここで、 W^H は、フラクタルブラウン運動、 κ_t は平均回帰係数、 σ_t は気温のボラティリティ、 θ_t は平均気温の長期的な期待値である。フラクタルブラウン運動と長期記憶性との関係については、矢島[4, 5]を参照のこと。

(5) 宮崎[3]

気温変動には短期的な素早い動きと季節間のゆっくりとした動きがあることに着目して、まず、それらをマルコフ連鎖で表現する。次に、両者を組み合わせることにより、気温パスをモデル化している。このモデル化は、金融デリバティブの評価におけるラティスマデルの範疇にはいる点で、上記の(1)~(4)のモデル化とは異なる。

3.2 金融デリバティブの評価におけるリスク中立評価法

金融デリバティブの評価（簡便のためヨーロッパ型かつ無リスク金利は一定であるケースを記述する）の手順（二項モデル用いた節3.2.2の場合を括弧内に付す）は、(1)金融資産の価格変動を確率過程により記述する（二項モデルを選択する）、(2)確率過程にリスク中立変換を施す（ $p = \frac{1+r-d}{u-d}$ を導出する）、(3)満期時におけるペイオフの期待値をリスク中立確率から求める（ $pC_u + (1-p)C_d$ を求める）、(4)(3)で求めた満期時における期待値を無リスク金利で評価時点まで割引く（ $C = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{1+r}$ と評価する）、である。まず、新井、渡辺、太田[10]にある簡単な例をとりあげ考え方を紹介する。次の設定の下で、取引①、取引②を比較する。

3.2.1 簡単な例

設定

今、1,000円の株価は一年後上昇（1,100円）と下落（900円）のいずれかとする。借入金利は5%とする。

二つの取引

取引①

一年後に株式1,000株分1,000円で買う権利（コールオプション）を、価格（ ）円で購入。

取引②

実際の株式500株を、71,428円の手元資金と428,572円の借入により購入。

1年後の価値

ケース1 株価が1,100円に上昇

取引①の価値

$$1,000 \times (1,100 - 1,000) = 100,000 \text{ 円}$$

取引②の価値

$$500 \times 1,100 - 428,572 \times 1.05 = 100,000 \text{ 円}$$

ケース2 株価が900円に下落

取引①の価値

$$0 \text{ 円}$$

取引②の価値

$$500 \times 900 - 428,572 \times 1.05 = 0 \text{ 円}$$

コールオプション価格

両取引の1年後の価値は、株価がどちらに動いても同じであるから、無裁定条件（リスクを取ることをなしに収益は生まれないとする条件）を満足するためには、初めに必要なコストも同じでなければならない。よって、コールオプションの価格は、71,428円となる。

3.2.2 コールオプションの評価とリスク中立確率

「簡単な例」で述べたアイデアを数式で表現すると次のようになる。括弧内は、例のなかで、何に相当するかを示した。コールオプションの価格 C とリスク中立確率 p を二項モデルから求める。

保有株数 Δ (500株)、貸付金額 B (-428,572円) について、

$$\begin{cases} uS \cdot \Delta + (1+r)B = C_u \\ dS \cdot \Delta + (1+r)B = C_d \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 uS (1,100円)、 dS (900円)、 r (0.05)、 C_u (100,000円)、 C_d (0円)である。これを解いて、

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{(u-d)S}, B = \frac{u \cdot C_d - d \cdot C_u}{(u-d)(1+r)}$$

を得る。これを構築コスト $C = \Delta S + B$ に代入、整理して、

$$C = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{1+r} \quad \text{ただし, } p = \frac{1+r-d}{u-d}$$

を得る。ここで、 $u > 1+r > d$ の場合、 $p > 0$ 、 $(1-p) > 0$ であり、 p は確率であることがわかる。コールオプションの価格 C は、確率 p によって期待値計算したうえで、無リスク金利 r で割引くと得られる。

3.2.3 天候デリバティブの評価にリスク中立評価法が利用できない理由

「簡単な例」のように原資産が金融資産の場合には、無裁定条件式(2)が意味を持つが、原資産 S が気温の場合には、式(2)の左辺の uS や dS が金額とはならないため、無裁定条件式(2)は意味を持たない。これが、節1で述べた「天候デリバティブにおいては、原資産に相当する天候の変動自体を売買することはできないために天候の変動に依存したキャッシュフローを生成することができず、デリバティブの売り手はそのリスクをヘッジすることができない」理由である。

3.3 気温パスモデルに基づく気温デリバティブの評価

気温パスモデルに基づく気温デリバティブの評価を示す。気温デリバティブ評価における金融デリバティブ評価のリスク中立変換に相当する部分がどのように取り扱われているかについても、気温モデルごとに検討する。ただし、Dischel[7]では、この部分に関する記述がないので省略する。

(1) Dischel[7]

省略する。

(2) Cao and Wei[9]

Cao and Wei モデルでは、均衡アプローチを用いた評価法を採用している。これは、Lucasの純粋な交換経済モデルを拡張したもので、エージェント（投資家の代表を想定）が資産ポートフォリオへの投資から得られる収益を消費するときに、生涯にわたる期待効用を最大にする最適な投資戦略をとることを仮定したモデルである。均衡状態では投資家の資産ポートフォリオの価格ベクトル X_t は、時刻 τ における効用と時刻 t における効用との比を時刻 τ における配当ベクトル D_τ に乗じたものの τ に関する無限和に一致する。

$$X_t = E_t \left(\sum_{\tau=t+1}^{\infty} \frac{U_c(c_\tau, \tau)}{U_c(c_t, t)} \times D_\tau \right) \quad (3)$$

ここで、効用関数 $U(c_t, t)$ は、

$$U(c_t, t) = e^{-\rho t} \frac{c_t^{\gamma+1}}{\gamma+1}, \quad (4)$$

ただし、 $\rho > 0$ は無リスク金利、 $\gamma \in [-1, 0]$ はリスク

パラメータ。

均衡においてエージェントの消費は、資産ポートフォリオの総配当によりファイナンスされるため、均衡においては $c_t = \delta_t$ 、 $c_\tau = \delta_\tau$ が成り立つ。したがって、満期 T においてのみ支払い q_T 、配当が δ_T が発生するデリバティブの価格 $F(t, T)$ は、式(3)において $\tau = T$ の場合 $D_\tau = q_T$ 、 $\tau \neq T$ の場合 $D_\tau = 0$ とおいた次式で評価される。

$$F(t, T) = E_t \left(\frac{U_c(\delta_T, T)}{U_c(\delta_t, t)} \times q_T \right). \quad (5)$$

$$\forall t \in (0, T)$$

総配当プロセス δ は、

$$\ln \delta_t = \alpha + \mu \ln \delta_{t-1} + \sigma_\delta \varepsilon_t, \quad \forall \mu \leq 1 \quad (6)$$

に従うものとする。ただし、 $\alpha, \mu, \sigma_\delta$ はパラメータであり、 ε_t は i.i.d. $\sim N(0, 1)$ に従う攪乱項である。具体的に、HDD 累積期間の開始時を T_1 、終了時を T_2 とし、行使価格が X の $HDD(T_1, T_2)$ のヨーロッパン・コールオプションの時刻 t における価格 $C_{HDD}(t, T_1, T_2, X)$ を考える。コールオプションのペイオフ $q_T = \max[HDD(T_1, T_2) - X, 0]$ と式(4)で与えられる効用関数の具体形を式(5)に代入して次の評価式を導くことができる。

$$C_{HDD}(t, T_1, T_2, X) = e^{-\rho(T_2-t)} \times E_t \left(\frac{\delta_{T_2}^{\gamma}}{\delta_t^{\gamma}} \max[HDD(T_1, T_2) - X, 0] \right) \quad (7)$$

ここで、評価式(7)を節3.2で述べた金融デリバティブの評価法と比較しておく。金融デリバティブの評価法における(1)は、節4.1の気温パスのモデル化が対応している。(2)と(3)の部分については、 $E_t \left(\frac{\delta_{T_2}^{\gamma}}{\delta_t^{\gamma}} \cdot \bullet \right)$ が対応している。(4)の部分は、 $e^{-\rho(T_2-t)}$ が対応している。よって、均衡モデルにおいては、金融デリバティブの評価におけるリスク中立変換の対応物として、オプションのペイオフに、オプション満期時における配当とオプション評価時における配当との比をリスクパラメータだけべき乗したものを乗じるという変換が採用されている。

(3) 矢萩・宮崎[6]

(2)Cao and Wei[9]に同じ。

(4) Brody, Syroka and Zervos[8]

Brody, Syroka and Zervos[8]では、期待割引価値法を採用している。この評価法では、期待価値を与えられた期間における気温の関数として、エンピリカルな確率測度で評価するものである。彼等は、ペイオフ

が将来の時間 $[T-S, T]$ における累積 HDD に比例するような気温デリバティブの評価を以下の $v(T, x)$ で与えている。

$$v(T, x) = E \left[e^{-(\rho+\eta)T} \int_{T-S}^T (18 - X_t)^+ dt \right], \quad (8)$$

ここで、 $(\rho+\eta)$ は、金利 ρ と市場リスクプレミアム η の合計を説明するために選ばれる正の定数である。期待値計算は、エンピリカルな確率測度に関して行う。具体的に一つ気温デリバティブの価格が与えられると、式(8)から $(\rho+\eta)$ が一つ求められ、他の気温デリバティブもこの $(\rho+\eta)$ を用いて評価できることになる。

評価式(8)を均衡モデルの評価式(7)式と比較しておく。比較に際して、オプション評価時点が(7)では t 、(8)では 0、HDD 累積期間の開始時点が(7)では T_1 、(8)では $T-S$ 、終了時点が(7)では T_2 、(8)では T であることを注意しておく。評価式(8)の記法を評価式(7)の記法に揃えたものを次の(8)'とする。

$$v(t, T_1, T_2) = E \left[e^{-(\rho+\eta)(T_2-t)} \int_{T_1}^{T_2} (18 - X_t)^+ dt \right] \quad (8)'$$

また、評価式(7)は、次の式(7)'に変形可能である。

$$C_{HDD}(t, T_1, T_2, X) = E_t \left(\exp \left(- \left(\rho + \ln \left(\frac{\delta_{T_2}}{\delta_t} \right)^{\frac{\gamma}{T_2-t}} \right) (T_2 - t) \right) \times \max[HDD(T_1, T_2) - X, 0] \right) \quad (7)'$$

よって、Brody, Syroka and Zervos が、市場リスクプレミアムを説明するために利用した定数 η は、Cao and Wei モデルにおける $\ln \left(\frac{\delta_{T_2}}{\delta_t} \right)^{\frac{\gamma}{T_2-t}}$ (これは確率変数であることを注意) に相当する。

(5) 宮崎[3]

気温パスを記述する推移確率行列の各推移確率に一定確率 γ を調整したりリスク回避度修正済み推移確率行列を導入し、観測可能な天候デリバティブ価格から一定確率 γ (リスク回避度修正済み推移確率行列) を推定して、観測可能でない天候デリバティブを評価した。そこで導入された一定確率 γ が、市場リスクプレミアム (Cao and Wei モデルの $\ln \left(\frac{\delta_{T_2}}{\delta_t} \right)^{\frac{\gamma}{T_2-t}}$ や Brody, Syroka and Zervos の η) の生成源になっている。

4. 数値例

気温パスをモデル化した評価法を用いて、日本における気温デリバティブを評価した数値例はほとんど見当たらない。ここでは、矢萩・宮崎[6]に沿って、東京の気温に関する気温デリバティブの数値例を紹介する。気温データは気象業務支援センターから入手した東京の、1961~2000年の過去40年間の日次気温データを用いた。エージェントが得る総配当 δ の推定には、1980~2000年までの日経225の日次リターンを用いた。気温残差プロセス(1)のパラメータ推定結果は表1に示した。配当プロセス(6)のパラメータ α, μ は共に0、 σ_δ は0.013となった。無リスク金利 ρ は2003年10月現在の日本の金利を反映させて0.01、リスク回避係数は $\gamma = -0.5$ 、気温と配当の相関関係 ϕ は、無相関 ($\phi = 0$) とした。

東京における1981~2000年までの7月の平均気温に基づき線形回帰と2次回帰を行った結果を図2に示した。図2の線形回帰直線や二次回帰曲線を見ると、温暖化トレンドを適切に捉えている。Cao and Wei [9]の温暖化の調整分 $\tilde{Y}_{yr,m} = \hat{Y}_{yr,m} - \bar{Y}_{yr,m}$ は、図2におけるグラフの2000年に該当する気温と平均気温との差である。本研究では、回帰直線を1年延長した2001年の推定気温と平均気温との差となっている。表2には東京のフォワード、オプション価格としてI~IIIの3通りの手法に基づく価格を示した。I, IIは矢萩・宮崎の手法で、それぞれ線形回帰、二次回帰を用いたもの、IIIはCao and Weiの手法である。表2には、HDD, CDDシーズンにおけるフォワード価格とオプション価格を示した。フォワード価格、オプション価格共に、概してCao and Weiの手法による価格の方が、大きくなっていることがわかる。Cao and Weiの手法では、 $\hat{Y}_{yr,t}$ の導出において、気温デリバティブを評価する時点から最も近い年の情報だけに基づいて温暖化の調節を行っていること、平均気温の標準偏差 $\left(\sigma_{yr,t} = \sqrt{\frac{1}{20} \sum_{yr=1}^{20} (Y_{yr,t} - \bar{Y}_t)^2} \right)$ に温暖化トレンドが入り込み標準偏差が過大に見積もられていること等が要因と考えられる。他の主要都市を含んださらに詳細な数値例に関しては矢萩・宮崎[6]を参照され

表1 気温残差プロセスのパラメータ推定値

σ	$\sigma 1$	ϕ	$\rho 1$	$\rho 2$	$\rho 3$	対数尤度関数
1.13	-0.43	16.75	0.74	-0.13	0.08	-18912.72

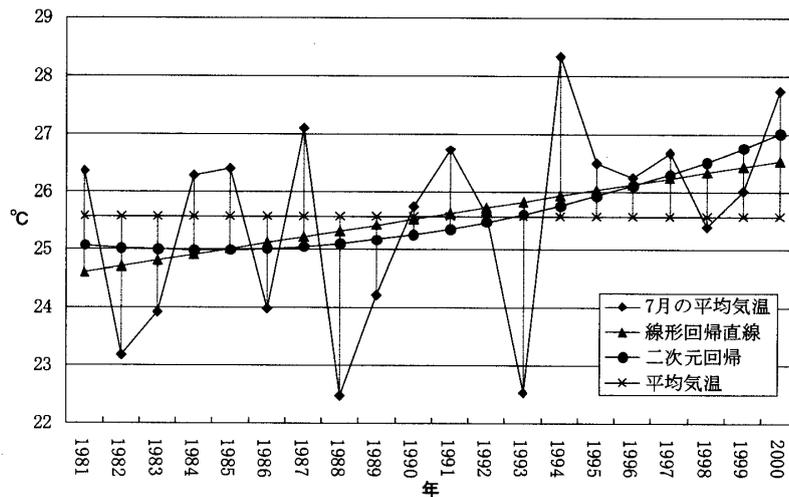


図2 回帰分析結果

表2 東京の気温を原資産とするフォワードとオプション価格

	Forward		Call Option		Put Option	
	HDD	CDD	HDD	CDD	HDD	CDD
	東京					
I 線形回帰	1320.5	923.0	42.3	38.0	41.2	37.3
II 二次元回帰	1379.7	968.8	38.3	38.3	38.3	38.2
III Cao and Wei	1360.9	1012.2	49.8	46.2	49.9	47.0

たい。

5. まとめと結語

本稿では、企業財務リスクをコントロールして企業価値を最大化するための手段として、天候デリバティブは従来の金融デリバティブと同じ役割を担うこと、両者の違いは、その価格評価手法において現れることを指摘した。天候デリバティブに関する主な評価法をいくつか紹介し、金融デリバティブの評価法と比較して評価法の相違点を明らかにした。現状、天候デリバティブの価格評価においては、リスクプレミアムの評価が含まれるため、金融デリバティブにおけるリスク中立評価法のような厳密に正当化された評価法は存在しない。今後、天候デリバティブが上場されるなど市場が発展する過程で、多数の市場参加者により決定されるリスクプレミアムが得られ評価法もさらに洗練されたものとなる。また、天候デリバティブのポートフォリオにおける地域分散効果や天候から大きく影響を受ける商品を生産するデリバティブを用いたヘッジ手法などを十分に検討していく必要があると考えられる。

参考文献

[1] 土方薫編：“天候デリバティブ”，シグマベイスキャピ

タル，2000。

- [2] 土方薫：“総論 天候デリバティブ—天候リスクマネジメントのすべて”，シグマベイスキャピタル，2003。
- [3] 宮崎浩一：“天候デリバティブにおけるマルコフ連鎖型モデルに基づく評価法の提案”，オペレーションズ・リサーチ誌（3月号），pp. 218-230，2003。
- [4] 矢島美寛：“Long-memory モデルとその性質”，日本統計学会誌，第19巻，pp. 209-216，1989。
- [5] 矢島美寛：“時系列解析における長期記憶モデルについて”，応用統計学，第23巻，第1号 pp. 1-19，1994。
- [6] 矢萩一樹，宮崎浩一：“温暖化傾向のモデル化と気温デリバティブの評価”，電気通信大学，ワーキングペーパー，2003年10月。
- [7] B. Dischel：“The D1 Stochastic Temperature Model for Valuing Weather Futures and Options”，Applied Derivatives Trading (<http://www.wxpx.com/>)，1999。
- [8] J. Syroka, D. C. Brody and M. Zervos：“Dynamical pricing of weather derivatives”，submitted to Quantitative Finance。
- [9] M. Cao and J. Wei：“Equilibrium valuation of weather derivatives”，1999。
- [10] 新井富雄，渡辺茂，太田智之：“資本市場とコーポレート・ファイナンス”，中央経済社，1999。