移動時間コスト関数を考慮した時間枠つき配送計画問題に対する局所探索法

橋本　英樹
(京都大学工学部情報学科　現所属・同大学大学院情報学研究科数理工学専攻修士課程)
指導教官　茨木俊秀 教授

1. はじめに

配送計画問題は，様々な制約条件の下で，複数の車両を用いて全ての客をちょうど1回ずつ訪問するような経路の中で，コストが最小のものを求める問題である．この問題はNP困難であるため，現実的な方法として種々の近似解法が提案されている[1]．通常，制約条件として各車両の容量制約と時間枠制約が取り扱われる．容量制約とは，客の要求量の総和が車両の容量を超えてはいけないというもので，時間枠制約とは，客が指定する時間枠内にサービスを開始しなければならないというものである．本研究では，さらに移動時間を考慮制約として考える．すなわち，現在の客から次の客への移動時間を変数と考えて，移動時間に対するコスト関数を導入する．移動時間には，荷おろしなど，客にサービスを行う時間も含まれる．本研究の狙いは，移動時間を変数と考えることで，移動で多少無理をしても，他の重要なコストを大幅に削減できるような柔軟性の高い配送計画を可能にすることにある．

2. 問題定義

節点集合 $V=\{0,1,\cdots,n\}$ と枝集合 $E=\{(i,j)|i,j\in V, i\neq j\}$ をもつ完全有向グラフ $G=(V,E)$ と車両集合 $M=\{1,2,\cdots,m\}$ を考える．ここで節点0はデポと呼ばれる特殊な節点であり，また，他の節点はサービスを受ける客を表す．客 $i\in V$，車両 $k\in M$，枝 $(i,j)\in E$ には以下のデータが与えられる．

- 各 $i\in V\backslash\{0\}$ のサービス要求量 $a_i(\geq 0)$，およびサービス開始時刻 t に対する時間枠コスト関数 $p_i(t)(\geq 0)$．
- 車両 k の容量 $u_k(\geq 0)$．
- 枝 (i,j) の距離 $d_{ij}(\geq 0)$，および移動時間 t に対する移動時間コスト関数 $q_{ij}(t)(\geq 0)$．

時間枠コスト関数 p_i と移動時間コスト関数 q_{ij} は共に区分線形関数とし，また，$t<0$ では $p_i(t)=+\infty$ と $q_{ij}(t)=+\infty$ を仮定して，各客のサービス時刻は0以降で，移動時間は0以上であるとする．区分線形関数の各区分の情報は入力データとして明示的に与えられる．また本研究では，特に断らないかぎり q_{ij} は凸関数であるとする．目的関数は，車両の移動距離，時間枠コスト，車両の容量超過量，および移動時間コストの重みつき和である．

ここで，車両 k が訪問する客数を n_k，車両 k のルート内の客の順列を $\sigma^k=(\sigma^k(1),\sigma^k(2),\cdots,\sigma^k(n_k))$ と記し，全車両のルートを $\boldsymbol{\sigma}=(\sigma^1,\sigma^2,\cdots,\sigma^m)$ で表す．さらに，s_i を客 i でのサービス開始時刻，s_k^{a} を車両 k がデポに帰還する時刻とし，$\boldsymbol{s}=(s_1,s_2,\cdots,s_n,s_1^{\mathrm{a}},s_2^{\mathrm{a}},\cdots,s_m^{\mathrm{a}})$ とする．すべての車両は時刻0にデポを出発するものとし，便宜上 $s_0=0$ と定義する．以上を用いて，配送スケジュールは $(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{s})$ で与えられる．

3. 最適サービス時刻決定問題

本研究では，車両のルート $\boldsymbol{\sigma}$ を4節で述べる局所探索法で探索するが，車両のルート $\boldsymbol{\sigma}$ が決まっても，さらに各客のサービス時刻を最適化する問題を解かなければならない．この問題は車両ごとに独立である．各車両 $k\in M$ に対し，

$$p_{\mathrm{sum}}^k(\boldsymbol{s})=\sum_{h=1}^{n_k}p_{\sigma^k(h)}(s_{\sigma^k(h)})+p_0(s_k^{\mathrm{a}})$$

$$q_{\mathrm{sum}}^k(\boldsymbol{s})=\sum_{h=0}^{n_k-1}q_{\sigma^k(h),\sigma^k(h+1)}(s_{\sigma^k(h+1)}-s_{\sigma^k(h)})+q_{\sigma^k(n_k),0}(s_k^{\mathrm{a}}-s_{\sigma^k(n_k)})$$

を定義する．車両 k に対する最適サービス時刻決定問題は，

$$\begin{array}{ll}\text{minimize} & p_{\mathrm{sum}}^k(\boldsymbol{s})+q_{\mathrm{sum}}^k(\boldsymbol{s})\\ \text{subject to} & \boldsymbol{s}\in\boldsymbol{R}^{n+m}\end{array}$$

と定義される（$\boldsymbol{R}$ は実数集合）．

本研究では，まず理論的結果として，移動時間コスト関数 $q_{ij}(t)$, $(i,j)\in E$ と時間枠コスト関数 $p_i(t)$, $i\in$

Vが一般である場合，最適サービス時刻決定問題はNP困難であることを示した．しかし，移動時間コスト関数 q_{ij} が凸の場合は，$p_i(t)$ が一般であっても，動的計画法に基づいて多項式時間で解くことができる．NP困難性の証明は省略するが，以下に動的計画法の概要を紹介する．

車両 k が時刻 t に客 $\sigma^k(h)$ のサービスを行うとして，それ以前の客 $\sigma^k(0), \sigma^k(1), \cdots, \sigma^k(h)$ をすべてサービスするのにかかる移動時間コストと時間枠コストの総和の最小値を $f_h^k(t)$ と定義し，前向きコスト最小関数と呼ぶ．また，簡単のため $p_h^k(t)=p_{\sigma^k(h)}(t)$，$q_h^k(t)=q_{\sigma^k(h),\sigma^k(h+1)}(t)$ と記す．$f_h^k(t)$ は漸化式

$$f_0^k(t)=\begin{cases}+\infty, & t\neq 0\\ 0, & t=0\end{cases}$$

$$f_h^k(t)=p_h^k(t)+\min_{t'}\{f_{h-1}^k(t')+q_{h-1}^k(t-t')\}$$

$$1\leq h\leq n_k+1,\ -\infty<t<\infty$$

によって計算できる．これらを用いると，ルート σ^k の時間枠コストと移動時間コストの総和の最小値は $\min_t f_{n_k+1}^k(t)$ によって得られる．

4. 局所探索法

局所探索法は，現在の解 $\boldsymbol{\sigma}$ の近傍内に $\boldsymbol{\sigma}$ より良い解があればそれに置き換える，という操作を反復するものである．本研究では近傍として，クロス交換近傍，2-opt* 近傍，およびルート内挿入近傍の3つを組合せて用いる．まずクロス交換近傍であるが，これは，異なる2つのルートそれぞれからパスを選び，それらを互いに交換することによって得られる解集合である．2-opt* 近傍は，異なる2本のルートそれぞれを前半と後半の2つのパスに分け，後半のパスを交換することにより得られる解集合である．最後にルート内挿入近傍とは，ルート内の部分パスを同一ルートの他の位置へ挿入することによって得られる解集合である．本研究では，局所探索法を基本動作とする反復局所探索法を用いている．

5. 計算実験

本研究のアルゴリズムに対して行った計算実験の結果を述べる．用いた問題例は，Solomonのベンチマーク問題[2]の一部である．このベンチマーク問題では，容量制約と時間枠制約は絶対制約として扱われ，できるだけ少ない車両数を用いて総移動距離を最小化することが目的である．

表1 これまでの最良解との比較

問題タイプ	d_{sum}	P	Q	目的関数	最良解
R101	1616.54	0.58	0.12	1623.52	1645.79
R102	1422.78	0.73	1.54	1445.47	1486.12
R103	1174.57	3.23	1.42	1221.16	1292.68

本研究のアルゴリズムをこのベンチマーク問題に適用するために，時間枠コスト関数 $p_i(t)$ と移動時間コスト関数 $q_{ij}(t)$ を

$$p_i(t)=\begin{cases}10(e_i-t), & t<e_i\\ 0, & e_i\leq t\leq l_i\\ 10(t-l_i), & l_i<t\end{cases}$$

$$q_{ij}(t)=\begin{cases}+\infty, & t<0.9t_{ij}\\ 10(t_{ij}-t), & 0.9t_{ij}\leq t<t_{ij}\\ 0, & t_{ij}\leq t\end{cases}$$

と定めた．車両数はこれまでの最良解の値に設定した．

表1は，このベンチマーク問題の最良解との比較である．d_{sum} は総移動距離，P は時間枠からのずれの総和，Q は移動時間の短縮量の総和である．容量超過量については，すべて満たしたので省略した．本来の時間枠制約と移動時間制約を若干破っているが，移動距離は最良解よりも小さい解が見つかっている．違反量 P, Q の値はスケジュール全体から比べれば十分小さいにも関わらず，これまでの最良解からの改善量は十分に大きく，本論文が提案した柔軟性の高い定式化の効果の大きさを示しているといえよう．

6. まとめ

本研究では，従来の時間枠制約と容量制約に加えて，あらたに移動時間も考慮制約として定式化を行った．各客の最適サービス時刻を決定する動的計画法のアルゴリズムを部分アルゴリズムに用いて局所探索法に基づく一つのメタ解法を提案した．計算実験の結果では，従来より柔軟性の高い配送計画が得られることが観測され，本定式化の有効性が確認できた．

参考文献

[1] T. Ibaraki, S. Imahori, M. Kubo, T. Masuda, T. Uno and M. Yagiura : "Effective Local Search Algorithms for Routing and Scheduling Problems with General Time Window Constraints", *Transportation Science*, to appear.

[2] M. M. Solomon : "The Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints", *Operations Research*, Vol. 35, No. 2, pp. 254-265, 1987.