解説

離散最適化とその応用

第6回　区割画定問題のモデル化と最適区割の導出

根本　俊男，堀田　敬介

1. はじめに

日本の衆議院議員選挙は1994年に法改正がなされ小選挙区比例代表並立制により実施されている．小選挙区制実施に必要な300小選挙区の良い区割を見つける問題を**小選挙区区割問題**と呼ぶことにする．この問題の良い区割は，**1票の格差**，つまり，全選挙区中で最も人口の多い選挙区の人口と最も人口の少ない選挙区の人口の比が2倍未満と特徴付けられる．よって，この問題は1票の格差を2倍未満にする300地区への地域分割を見つける数理モデルと大局的に捉えられる．ただし，都道府県をまたぐ選挙区設定は制度上想定されていないので，各都道府県での地域分割と捉えるほうが適切だろう．この場合は，各都道府県に何議席を配分すべきかという**定数配分問題**と，与えられた議席数から選挙区をどのように設定するかの**区割画定問題**の二つが絡む問題として少なくとも認識しなくてはならない．

前者の定数配分問題に対しては，ORや公共政策の分野等で様々な観点から取り組まれ，多くの知見が得られている[1，12]．一方，後者の区割画定問題に関しての数理的な知見は少ない．そのためか，小選挙区区割問題に対する議論の多くが定数配分問題に偏り，区割画定問題に対する理論的な基盤整備を行わなければ，バランスの良い制度発展が望めない状況である．

なぜ，区割画定問題に対し数理的な取り組みが少なかったのだろうか．原因は様々考えられるが，主に二つの困難性を指摘できる．一つは，実際の区割作成では原則的な方針のみで行われ，ルールの曖昧さが数理モデルとの溝を作っている点である．この曖昧な部分を，政治的・制度的な解釈を確認しながら恣意性のない形で明確化していく困難な作業が避けられず，数理的取り組みを遠ざけたのではないだろうか．もう一つは，たとえ適切な数理モデルを作成しても，その最適解導出が困難な点である．これは近似解法での近似解では政治的意味がなく[7]，厳密な意味での最適解の提示が重要との問題固有の背景に起因する．前者の困難性は，モデル化の作業とその適用結果の検証を実験的に繰り返すことで，より適切な方向で解決可能であろう．しかし，この反復に必要な最適解を導出する手軽なツールは存在しない．ただ，最近のいくつかの取り組みによって，技術的な困難性は随分克服されようとしている[11]．結果的に，前者の問題の明確化の作業にも良い影響が出始めている．

ここでは，区割画定問題をどのように捉え，技術的な面の困難性をどのように乗り越えようとしているのかのアイディアを中心に解説してみたい．

2. 数理モデル化

初めに，区割画定問題を明確化し，それを基に二つの数理モデルを紹介する．

2.1 区割画定問題

まず，区割画定問題を把握しよう．区割画定の作業は，法律により設置された衆議院議員選挙区画定審議会が**区割案の作成方針**に則り行う（[9]参照）．その主な方針は以下の通りである．

方針(1) 1票の格差は2倍未満が基本．

方針(2) 市区郡は分割しない．

方針(3) 選挙区内で飛び地を作らない．

方針(4) 地域のつながりを考慮する．

他にも，1選挙区に許容される人口の上下限制約や一つの市区郡を分割する場合の方針などもある．この作成方針にはあいまいな点が見受けられる．そこでまずは単純に問題を把握し，それを適切なものへ段階的に修正する手法を採る．ここでは，最も単純な形での問題把握を紹介する．

まず，区割画定問題に議論を集中させるために各都

ねもと　としお，ほった　けいすけ
文教大学 情報学部
〒253-8550 茅ヶ崎市行谷1100

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

道府県への定数配分数は与えられたと仮定し，方針(1)を次の目的に読み替える．

目的(1)′ 都道府県内で，1票の格差を最小．

この読み替えにより，与えられた定数配分の下で1票の格差が最小の区割を求めることになる．それが2倍未満であれば方針(1)とは矛盾しない．次に方針(2)は，市区郡を一つの要素として扱えば自ずと満たされる．方針(3)は，各市区郡間に行政界での隣接関係を定め，選挙区は連結な市区郡で構成すると読み替えればよい．さいごに，方針(4)は，地勢，交通，歴史的沿革などの自然的社会的条件を総合的に考慮すると政治的に解釈される．しかし，ここでは方針(3)で方針(4)も満足させたと捉え，島のように行政界の隣接だけでは説明不足が生じる場合に限り交通のつながりを補完的に隣接とみなし地域のつながりとした．さらに選挙制度の基本的な設定を加味し，都道府県毎の区割画定問題は次のように記述できる．

入力：市区郡集合 $V=\{v_1, \cdots, v_n\}$，市区郡の隣接関係 $E=\{\{v_i, v_j\} | \text{市区郡 } v_i \text{ と } v_j \text{ は隣接}\}$，各市区郡の人口 $p_i\,(i=1, \cdots, n)$，選挙区数 $m\,(<n)$.

出力：1票の格差が最小の区割.

制約1：選挙区は連結な市区郡で構成する.

制約2：すべての市区郡は唯一つの選挙区に属す.

制約3：選挙区数は m.

2.2 様々なモデル表現

この問題を表現する数理モデルは複数考えられる．今までにも，いくつかのモデル化とその解法が提案されているので紹介しよう．

まず，集合分割問題としての古典的なモデル化がある[5]．ただし，最適解導出は実際には難しいだろう．次に，最小 m 全域森問題[3]やグラフ頂点分割問題[10]としてのモデル化がある．いずれも分枝限定法で最適解導出を試みているが，たかだか5選挙区までが限界であった．また，いずれのモデル化でも選挙区の中心市区郡を事前に指定する恣意性が存在し不満である．ニューラルネットワークを利用した取り組みがあるが[6]，近似解法である．上記で紹介した取り組みはすべて解法の性能評価の一環である．区割画定問題に正面から向かった研究としては，コンパクト性という選挙区の形状制限を導入し，列生成法を用いて解を導出するというアメリカでの取り組みが興味深い[2]．しかし，区割線をある程度自由に設定可能というアメリカの制度を本質的に利用しているため，日本には適さない．日本の小選挙区区割への取り組みは，坂口・和田が最初だろう[7]．区割画定問題の重要性を指摘し，選挙区数の少ない県での最適区割を提示した．最近，モデル化が明確な24県に議論を絞り，選挙区の形状を制限する手法での区割も導出している[8]．ただし，この制限のため，最適性の保障はない．

過去の取り組みを参考に，新たにいくつかのモデル化を考えてみた．その中で実験的に良い結果を出した**集合 m 分割型モデルとグラフ分割型モデル**の二つをここでは採り上げる．どちらも組合せ最適化問題として表現している点で共通している．しかし，制約1の選挙区内の連結性を入力段階で強制するか，制約条件として強制するかの点で大きく異なる．

2.3 集合 m 分割型モデル

初めに，集合分割問題[5]を基にした集合 m 分割型モデルを示そう．まず，制約1を満たす市区郡の集合を**ブロック**と名付ける．つまりブロックは選挙区の候補である．すべてのブロックの集合を $\mathcal{B}$ で表す．ブロック集合 $\mathcal{B}$ から選んだ m 個のブロックが制約2を満たすと，実行可能な区割となる．その中で1票の格差が最小な区割を見つけるのが集合 m 分割型モデルである．

入力データ：市区郡集合 V，選挙区数 m，ブロック集合 $\mathcal{B}$ を表す行列 $[b_{ij} | i \in N,\ j=1, \cdots, |\mathcal{B}|]$：市区郡 v_i がブロック j の構成要素のとき $b_{ij}=1$；そうでないとき $b_{ij}=0$，ブロック j の人口 $q_j=\sum_{i \in N} b_{ij} p_i\ (j=1, \cdots, |\mathcal{B}|)$.

変数：一つの選挙区の人口上限を示す変数 u，下限を示す変数 l，$\{0, 1\}$-変数 $x_j\,(j=1, \cdots, |\mathcal{B}|)$：区割にブロック j を使用するとき $x_j=1$；しないとき $x_j=0$.

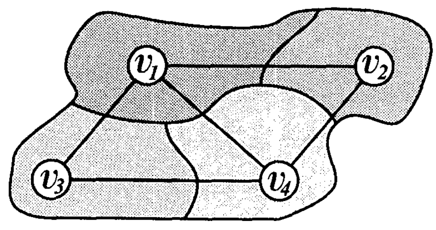

図1　4市区郡の例とそのグラフ表現 (V, E)

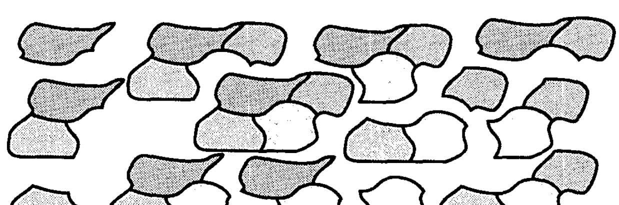

図2　例に対するブロック集合 $\mathcal{B}$

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

定式化：

$$\min.\quad u/l \tag{1}$$

$$\text{s.t.}\quad q_j x_j \leq u \quad (j=1,\cdots,|\mathcal{B}|) \tag{2}$$

$$\alpha(1-x_j)+q_j x_j \geq l \quad (j=1,\cdots,|\mathcal{B}|) \tag{3}$$

$$\sum_{j=1,\cdots,|\mathcal{B}|} b_{ij} x_j = 1 \quad (i \in N) \tag{4}$$

$$\sum_{j=1,\cdots,|\mathcal{B}|} x_j = m \tag{5}$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad (j=1,\cdots,|\mathcal{B}|) \tag{6}$$

ここで，α は十分大きな定数，$N=\{1,\cdots,n\}$ とする．

さて，条件式(4)～(6)は制約２と３を表現している．すべてのブロックは制約１を満たしているので，実行可能解 x から導かれる m 個のブロックは実行可能な区割である．条件式(2)，(3)は使用するブロックの人口上・下限制約なので，目的関数式(1)は，１票の格差を示し，区割画定問題を表現している．

このモデルの長所は，表現が容易な点と，$\mathcal{NP}$ 困難のクラスに属す問題であるが，実際には中規模サイズ程度なら最適解を発見しやすい点である[4]．一方，短所は，各都道府県においてブロック数 $|\mathcal{B}|$ が大きな数になりやすい点である．例えば，49 市区郡を持つ神奈川県では少なくとも 21 億個以上のブロックが存在する．

2.4 グラフ分割型モデル

次に，グラフ上にフローを流すことで制約１を満足させるモデルを提案する．まず，モデルの基になるネットワークを定義したい．市区郡集合 V とその隣接関係 E のペア (V,E) は無向グラフである．このグラフの無向枝を互いに逆向きの２本の有向枝に置き換えた有向グラフを (V,A) とする．この有向グラフを m 個複製し，各々を $(V^k,A^k)=(\{v_i^k|i\in N\},\{a^k|a\in A\})$ $(k\in M)$ と表す．ここで，$M=\{1,\cdots,m\}$ である．また，これとは別に点集合 $S=\{s^k|k\in M\}$，枝集合 $A_{sk}=\{(s^k,v_i^k)|i\in N\}$ $(k\in M)$ と，点集合 $T=\{t_i|i\in N\}$，枝集合 $A_{it}=\{(v_i^k,t_i)|k\in M\}$ $(i\in N)$ を準備する．これらを，点集合 $\bar{V}=\cup_{k\in M}V^k\cup S\cup T$，枝集合 $\bar{A}=\cup_{k\in M}(A_{sk}\cup A^k)\cup\cup_{i\in N}A_{it}$ とまとめ，拡大有向グラフ $(\bar{V},\bar{A})$ を定める．さて，この拡大有向グラフを基に，各枝の容量は十分大きいという情報を付したネットワーク $\mathcal{N}$ を定め，次のようにモデル化を行う．

入力データ：ネットワーク $\mathcal{N}$，市区郡の人口 p_i $(i\in N)$，十分大きな流量 β．

変数：枝 $a\in\bar{A}$ に流れるフロー $f(a)$，$\{0,1\}$-変数 y_{ik} $(i\in N,k\in M)$：枝 (s^k,v_i^k) のフローが正のとき $y_{ik}=1$；0 のとき $y_{ik}=0$，$\{0,1\}$-変数 z_{ik} $(i\in N,k\in M)$：点 v_i^k に流れ込むフローの和が正のとき $z_{ik}=1$；0 のとき $z_{ik}=0$．

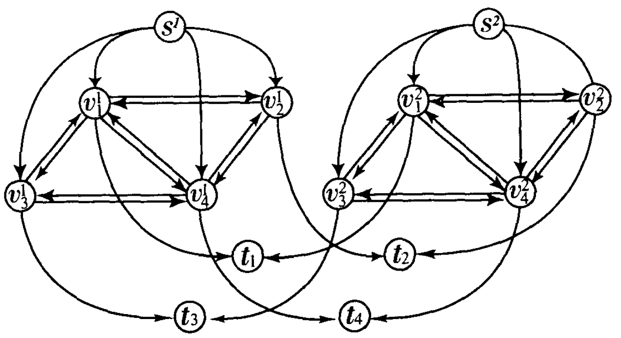

図３　例に対する２選挙区の場合の拡大有向グラフ

定式化：

$$\min.\quad u/l \tag{7}$$

$$\text{s.t.}\quad l \leq \sum_{i\in N} p_i z_{ik} \leq u \quad (k\in M) \tag{8}$$

$$\sum_{a\in\delta^- v_i^k} f(a) = \sum_{a\in\delta^+ v_i^k} f(a) \quad (i\in N, k\in M) \tag{9}$$

$$f(a) \geq 0 \quad (a\in\bar{A}) \tag{10}$$

$$f((s^k,v_i^k)) = \beta y_{ik} \quad (i\in N, k\in M) \tag{11}$$

$$\sum_{i\in N} y_{ik} = 1 \quad (k\in M) \tag{12}$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad (i\in N, k\in M) \tag{13}$$

$$\sum_{a\in\delta^- v_i^k} f(a) \leq \beta z_{ik} \quad (i\in N, k\in M) \tag{14}$$

$$z_{ik} \leq f((v_i^k,t_i)) \quad (i\in N, k\in M) \tag{15}$$

$$\sum_{k\in M} z_{ik} = 1 \quad (i\in N) \tag{16}$$

$$z_{ik} \in \{0,1\} \quad (i\in N, k\in M) \tag{17}$$

ここで，$\delta^+v(\delta^-v)$ は，点 v から出る（に入る）枝集合を示す．

条件式の役割を見てみよう．初めに，条件式(9)，(10)はフロー条件である．各点 s^k から T 側にフローは流れる．続く条件式(11)～(17)で，流れるフローを二つの方針で制御する．まず，条件式(11)～(13)で，グラフ (V^k, A^k) のちょうど１点に s^k から β のフローが流入するよう制御している．次に，条件式(14)～(17)で，点 v_i^k に流入する正の値のフローがあれば，必ず枝 (v_i^k,t_i) にも正の値のフローが流れるように制御している．ただし，条件式(16)により，各枝集合 A_{it} $(i\in N)$ の中でフローが流れるのはちょうど１本ずつである．

ここで，この定式化の実行可能解に対し，点部分集合 $B^k=\{v_i|z_{ik}=1\}$ $(k\in M)$ を定めよう．フローの制御により，集合 B^k は非空で，互いに疎で，$\cup_{k\in M}B^k=V$ なので，区割画定問題の制約２と３を満たす．さらに，条件式(15)よりフローが流入しない点で $z_{ik}=1$ にはならず，隣接関係に沿ってのみフローが流れるの

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

で，集合 B^k は制約1の連結性も満たしている．条件式(8)が各 B^k の人口の上・下限制約になっていることから目的関数は1票の格差を最小にしており，これも区割画定問題の数理モデルとなる．

このモデルの長所は，過去のグラフ利用のモデルでは必要な事前指定の中心市区郡が不要のため恣意性が排除できている点にある．逆に短所は，$\{0,1\}$-整数変数の数が $2mn$ 個と多い点である．素朴に分枝限定法で解こうとすると多くの計算時間を要す．例えば，25市区郡の島根県の最適な3選挙区を見出す比較的小さなサイズの問題でも約37時間を費やした．

3．実際の問題への適用

現実の300小選挙区区割画定に二つの数理モデルを適用したい．ここではその準備に関する取り組みと工夫を紹介する．

3.1 入力データの準備

まず，入力データの準備方法を概説する．区割画定の作業は国勢調査の速報値が発表されたのを受け実施されると定められている．そのため，2000年10月がデータの時間的な基準になる．

市区郡集合と人口：基準時に実在する市区郡（北海道のみ郡ではなく支庁）が要素になる．東京23区に限らず横浜市などの政令指定都市の区も一つの要素とした．ただし，一つの市区郡が地理的に分断されている場合は，各々を別な要素とする．そのため，実際の市区郡数と入力データの市区郡数は一致しない．各要素の人口は区割方針に従い2000年国勢調査の速報値を用いた．

人口の多い市区の分割：方針(2)により基本的に市区郡は分割しない．しかし，一つの市区で都道府県の（または全国の）議員1人当たりの人口（以後，理想人口）の4/3を超える場合は分割を行うとの例外事項がある．判断基準は明確だが，どのように分割するかが問題になる．ここでは，該当市区にまずは理想人口を持つ1選挙区（さいたま市のみ2選挙区）を仮想的に割り当て，該当市区は残りの人口を持つ要素で残した．この方法だと，該当市区は一つの選挙区を他と共有するが，残りの選挙区は独自に持つ．この方法の利点は，分割される部分がどこと選挙区を共有するかに恣意性が入らない点だ．欠点は，事前に割り当てる人口を理想人口と決めている点だ．この欠点は，割当人口をパラメータとしてモデルに導入する方法で対処できる．

人口の少ない選挙区を防ぐための分割：ある市区郡を分割しない限り近隣の選挙区人口が理想人口の2/3を下回る場合も例外事項で分割が許される．これは，上記とは異なり分割をする前の最適区割を見て判断されるべき処置で，最適区割の情報がないときは恣意性が入る余地がある．ここでは，分割前の最適区割を基に千葉県の市川市，松戸市と三重県の四日市市などを該当させた．分割方式は，各市の地区情報を利用する手段もあるが，選挙区を共有すべき市区郡とで理想人口になるように一方を定め，残りの人口を該当市に割り当てた．

隣接関係：市区郡集合の要素の行政界が陸上で隣接している場合に隣接関係をまずは定めた[1]．四つ以上の市区郡が1点で行政界を共有するという事例があるが，その場合は隣接していないとした．陸上以外でも，橋（道路）で結びついている場合は隣接とみなした．島の場合は，飛行機または船での定期的な交通機関が存在する場合にその2市区郡間を隣接とみなした．

3.2 目的関数の変更

区割画定問題では，1票の格差，つまり比の最小を目的としている．一般的に比を最小にする問題の場合には，パラメータを用い子問題を作り，それを何度か解く必要がある．しかし，子問題でも解導出に時間を費やす本問題では困難を生じる．実は，本問題の性質から，最小差を達成する区割が，最小比も達成しているかを判定する条件を導くことができ，最小比でないときに限って，探索範囲を限定した最小差の問題を解き直すアプローチが可能である．そこで，実際には目的関数を最小差：$u-l$ と変更する工夫で困難を回避した．

3.3 ブロックの列挙

集合 m 分割型モデルで用いるブロック集合 $\mathcal{B}$ を準備するには，無向グラフ (V,E) 上で連結な部分グラフを列挙すればよい．列挙は，再帰呼出し型解法で可能である（[4]第14章参照）．しかし，実際に数え上げると市区郡数の少ない県でもブロック数は膨大になる．そこで，入力に用いるブロックの選別を行う．

まず，最適解の最大人口より大きい保障のある上限 U と最小人口より小さいとの保障のある下限 L を定める．これらを定めるには現在の区割や近似解法での解を参考に導出してもよいし，区割方針の分割規定に

[1] 公式な市区郡の隣接関係データは著者が知る限り存在しない．デジタル地図は行政界のずれがあり利用できず，手作業で定めた．

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

ある，上限 U は理想人口の 4/3 倍，下限 L は理想人口の 2/3 倍と定めてもよい．U と L の差は小さいほうが好ましく，様々な工夫が必要な点である．この U と L の間の人口を有するブロックを**第 1 妥当ブロック**と呼ぶ．定義より，入力データを第 1 妥当ブロック集合に制限しても元の問題と最適解は同じである．この選別で，多くの都道府県では数千〜数十万個にブロック数が減少するが，まだその数は多い．

さらに，ブロックに属する市区郡の組合せで選別を行なう．ある第 1 妥当ブロック B とそれに接続する枝をグラフ (V, E) から除くと，残ったグラフが非連結になるときがある．残った連結部分の一つが人口下限 L を下回ると，元のブロック B は実際には実行可能解として利用はできないと判断できる．第 1 妥当ブロック集合からそのようなブロックをすべて除いたものを，**第 2 妥当ブロック集合**と呼ぶ．このアイディアの延長で，人口上限 U を利用した選別方法などもあるが省略する．この選別は有効で，数十〜数万ブロックまで減少する都道府県が出てくる．この程度のブロック数だと，集合 m 分割型モデルで実際に最適解を計算できる段階に入る．

ところで，実際に最適な区割に利用するブロックだけの集合を**妥当ブロック集合**と呼ぼう．妥当ブロック集合を様々な工夫で求めることができれば，相当効果があるという気持ちになってくるが，それは難しい．なぜなら，もし妥当ブロック集合が得られたら，そこから 1 票の格差の最小が計算でき，$\mathcal{NP}$-完全のクラスに属す問題に答えたことになる．妥当ブロック集合を包含し，なるべくサイズの小さいブロックの集合を時間をかけずに見つける程度に努力をとどめておいたほうがよい．

3.4　グラフ分割型モデルでの前処理

グラフ分割型モデルの欠点は $\{0, 1\}$-変数の多さで，計算機実験でも少し大きなサイズの問題になると最適解を出すまでに長時間かかる．そこで，この $\{0, 1\}$-変数のいくつかを事前に 0 か 1 に固定したい．いくつかの固定は簡単である．例えば，グラフ (V^1, A^1) には枝 (s^1, v_1^1) からフローが流れると最適性を失わず仮定できる．この仮定より，$y_{11}=1, y_{1k}=0(k=2, \cdots, m)$ と固定できる．ただし，これ以外の固定は自明ではない．グラフ (V^1, A^1) 以外のグラフではどの点にフローが流入するか定まらないからだ．しかし，グラフ (V^1, A^1) では点 v_1^1 を始点に連結成分を探しているので，もし点 v_1^1 とは同じブロックにはならない点を発見できたら，その点に関しては変数固定作業が可能となる．

では，ある点と同一のブロックにはならない点はどのように探せるだろうか．一つの方法は，グラフ上でその人口の上限以内で到達可能な点集合を限定する方法がある．または，第 2 妥当ブロックの情報を利用する方法も考えられる．

どちらかのモデルでよりよい実行可能解が得られると，それを利用して，第 2 妥当ブロック集合の縮小化とグラフ分割型モデルで固定する変数の数の増加が期待でき，問題が解きやすくなると考えられる．計算機実験では実際に両モデルでの途中の情報を双方で活用し，解導出を高速化した．

4.　全都道府県の最適区割

計算機実験で実際に 1 票の格差が最小になる区割を導いた．最も単純な問題把握での結果ではあるが，全 300 選挙区の最適な区割を導出した初めての結果である．

今回は，区割画定問題にどのような数理的アプローチが適切かに主眼があったので，モデル毎に特化した解法ではなく，ILOG 社のソルバーである OPL-Studio（ver. 3.1）を利用した．使用計算機は PentiumIII 800 MHz，メモリ 512 M である．解導出までの時間制限は CPU 利用時間で 12 時間とし，それ以内で最適解を導出した場合に問題例を解いたと判断した．実際は一度解けば十分なので長時間をかけ判断してもよいが，10 時間程度で解を出さない場合はメモリーのオーバーフローなどハードウェアからの制限で解の導出に失敗することが多かった．

2002 年に改定された実際の区割（2002 年区割）と本実験で求めた区割（最適区割）の都道府県毎の比較を表 1 に示す．表中の「分割」とは，市区郡の分割数である．2002 年区割では全国で 23 市区郡を分割しているが，作成方針に素直に沿った最適区割では 19 市区郡の分割で済んでいる．この差は興味深い．また，表中の「解法」では，時間的に早く求めたモデルを SP（＝集合 m 分割型）と GP（＝グラフ分割型）で示した．各モデルでの最適解導出までの時間は数秒から約 7 時間と幅が広かった．

全国での比較を表 2 で示す．都道府県毎にすべての選挙区人口が等しい区割（理想の状態）は困難なので，現在の定数配分で 1.778 倍を下回る区割はありえない．2002 年区割の 1 票の格差は 2 倍を超え問題とされて

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

表1 都道府県毎の1票の格差：2002年区割と最適区割との比較

県名	市区郡数	人口	選挙区数	理想人口	2002年区割				最適区割				
					最大人口	最小人口	1票の格差	分割	最大人口	最小人口	1票の格差	分割	解法
北海道	63	5682950	12	473579	547931	357860	1.531	-	526639	359526	1.465	-	SP
青森県	20	1475635	4	368909	440232	306507	1.436	-	402408	331999	1.212	-	GP
岩手県	30	1416198	4	354050	387811	325128	1.193	-	356696	350520	1.018	-	SP
宮城県	31	2365204	6	394201	508847	289877	1.755	-	429750	351141	1.224	-	SP
秋田県	18	1189215	3	396405	469672	336584	1.395	-	420746	382840	1.099	-	GP
山形県	24	1244040	3	414680	444542	383531	1.159	-	415552	413565	1.005	-	GP
福島県	27	2126998	5	425400	542573	325422	1.667	-	436690	412832	1.058	-	SP
茨城県	43	2985424	7	426489	513647	292777	1.754	-	438192	378631	1.157	-	SP
栃木県	23	2004787	5	400957	494447	307100	1.610	-	443787	382598	1.160	-	GP
群馬県	27	2024820	5	404964	485045	353001	1.374	1	423106	394737	1.072	-	SP
埼玉県	60	6938004	15	462534	533254	390968	1.364	1	474223	430912	1.101	1	SP
千葉県	48	5926349	13	455873	550079	374264	1.470	2	464418	443979	1.046	3	SP
東京都	56	12059237	25	482369	551364	376789	1.463	5	536000	421504	1.272	5	SP
神奈川	49	8489932	18	471663	538502	338895	1.589	1	528821	417838	1.266	1	SP
新潟県	48	2475724	6	412621	527271	363043	1.452	-	527271	388198	1.358	-	SP
富山県	17	1120843	3	373614	478756	316394	1.513	-	381907	363538	1.051	-	GP
石川県	18	1180935	3	393645	456434	334780	1.363	-	456434	334780	1.363	-	GP
福井県	18	828960	3	276320	278754	273700	1.018	-	278754	273700	1.018	-	GP
山梨県	19	888170	3	296057	308132	280331	1.099	-	296643	295714	1.003	-	GP
長野県	40	2214409	5	442882	536492	317922	1.687	-	443547	442346	1.003	-	SP
岐阜県	36	2107687	5	421537	508662	361557	1.407	-	431628	417842	1.033	-	SP
静岡県	39	3767427	8	470928	555997	394127	1.411	2	512807	443878	1.155	1	SP
愛知県	66	7043235	15	469549	539164	328877	1.639	-	482687	460403	1.048	-	SP
三重県	32	1857365	5	371473	405472	295836	1.371	1	379355	353176	1.074	1	SP
滋賀県	21	1342811	4	335703	365234	284170	1.285	-	349980	324384	1.079	-	GP
京都府	36	2644331	6	440722	539209	333621	1.616	-	442941	437779	1.012	-	SP
大阪府	64	8804806	19	463411	540057	376428	1.435	1	515055	376428	1.368	1	SP
兵庫県	53	5550742	12	462562	558947	392322	1.425	-	505892	419842	1.205	-	SP
奈良県	19	1442862	4	360716	373107	345046	1.081	-	366196	357309	1.025	-	GP
和歌山	16	1069839	3	356613	389519	293819	1.326	-	386501	327477	1.180	-	GP
鳥取県	11	613229	2	306615	328711	284518	1.155	1	307014	306215	1.003	1	SP
島根県	25	761499	2	380750	402319	359180	1.120	-	380877	380622	1.001	-	GP
岡山県	32	1950656	5	390131	442154	351781	1.257	1	430239	377590	1.139	1	GP
広島県	43	2878949	7	411278	480070	383451	1.252	1	427485	404818	1.056	-	SP
山口県	30	1528107	4	382027	447897	344572	1.300	-	386749	379745	1.018	-	SP
徳島県	15	823997	3	274666	280273	271132	1.034	1	279701	271132	1.032	-	GP
香川県	16	1022843	3	340948	372585	312484	1.192	-	372585	327195	1.139	-	GP
愛媛県	28	1493126	4	373282	473397	317655	1.490	-	479737	328647	1.460	-	GP
高知県	19	813980	3	271327	271944	270743	1.004	2	271344	271293	1.000	2	GP
福岡県	57	5015666	11	455970	521113	342052	1.523	-	465803	437601	1.064	-	SP
佐賀県	21	876664	3	292221	296774	288940	1.027	1	306629	283683	1.081	-	GP
長崎県	22	1516536	4	379134	450080	276098	1.630	-	450080	317646	1.417	-	GP
熊本県	24	1859451	5	371890	458483	318321	1.440	1	396596	318321	1.246	1	GP
大分県	27	1221128	3	407043	436490	386266	1.130	-	436490	389220	1.121	-	GP
宮崎県	20	1170023	3	390008	422157	370788	1.139	-	392845	387415	1.014	-	GP
鹿児島	35	1786214	5	357243	413406	321725	1.285	1	366697	340165	1.078	1	SP
沖縄県	21	1318281	4	329570	353686	315800	1.12	-	344405	321131	1.072	-	GP

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

表2　全国人口格差：2002年区割と最適区割の比較

	理想の状態	2002年区割	最適区割
最大人口	482369	558947	536000
最小人口	271327	270743	271132
1票の格差	1.778	2.064	1.977

いるが，最適区割から2倍未満が達成できることが明らかになった．2002年区割が2倍未満を達成できなかったのは定数配分のまずさが原因との多くの主張は数理的に正しくはないことが確認できる．

5. おわりに

ここでは離散最適化の手法を用いて，300選挙区すべての区割を求めるまでの流れを説明した．全都道府県での最適区割の導出に成功したポイントは，一つのアプローチにこだわらず様々なモデル化を採用し，ハイブリッドに用いた点にある．逆に，一つの手法ですべての都道府県の解を導出することは現在の技術段階ではまだ難しい気がする．従来の取り組みでは一つの解法にこだわっていた点が小選挙区の区割画定問題の解決を遅らせたのかもしれない．ただし，現在の離散最適化の手法の進展は目覚しく，強力な手法が登場する可能性は強いだろう．

最適区割の導出という点では一つの階段を上ったが，区割画定問題の数理的なアプローチとしてはまだ入口に立っただけである．政治的・制度的な観点から数理モデルの適切さを追求する必要がある．そのためには，条件を変えたモデルでの計算機実験の高速化が望まれる．グラフの平面性など問題の持つ特殊性をまだ利用してなく，各モデルに特化した解法の提案で高速化の余地はかなりある．また，区割の画定がスムーズにサポートできれば，区割情報を基にした定数配分方式が考えられる．小選挙区区割問題への新しい切り込みも可能だろう．この研究に興味を持っていただき，力を貸していただければ幸いである．

謝辞　本研究の取り組みを迅速に公表する機会を与えて下さった毛利裕昭氏（早稲田大学），および原稿に対し有益なコメントを寄せていただいた塩浦昭義氏（東北大学），宇野毅明氏（情報学研究所）に感謝します．

参考文献

[1] M. L. Balinski and H. P. Young: *Fair Representation 2nd ed.*, Brookings, (2001).

[2] A. Mehrotra, E. Johnson and G. L. Nemhauser: An optimization based heuristic for political districting, *Management Science*, 44-8 (1998), 1100-1114.

[3] T. Yamada, H. Takahashi and S. Kataoka: A branch-and-bound algorithm for the mini-max spanning forest problem, *European Journal of Operational Research*, 101 (1997), 93-103.

[4] 久保幹雄，田村明久，松井知己編：応用数理計画ハンドブック，朝倉書店，(2003).

[5] 今野浩，鈴木久敏編：整数計画法と組合せ最適化，日科技連，(1982).

[6] 斎藤孝之，武藤佳恭：小選挙区区割り問題，*Bit*, 28-7 (1996), 88-91.

[7] 坂口利裕，和田淳一郎：選挙区割りの最適化について，三田学会雑誌，93-1 (2000), 109-137.

[8] 坂口利裕，和田淳一郎：選挙区割り問題，オペレーションズ・リサーチ，48-1 (2003), 30-35.

[9] 田中宗孝：政治改革6年の道程，ぎょうせい，(1997).

[10] 鳥井修：グラフ上の頂点分割問題，東京大学修士論文，(1995).

[11] 根本俊男，堀田敬介：区割画定問題に対する数理的アプローチ，2002年日本OR学会春季研究発表会アブストラクト集，(2002), 58-59.

[12] 大和毅彦：議員定数配分方式について―定数削減，人口変動と整合性の観点から―，オペレーションズ・リサーチ，48-1 (2003), 23-29.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．