ANPを組み込んだAHPの適用：教員の評価を例題として

関谷　和之

1. はじめに

Analytic Hierarchy Process（AHP）は，あいまいで漠然とした意思決定問題や人の主観判断に依存せざるを得ない評価問題に対して，直観による質的情報から定量的な情報を導き出すお手軽な意思決定支援手法である．「AHP」をインターネット検索すれば，それは世の中に広く定着したオペレーションズ・リサーチの手法であることは認知できよう．

近年の経済不況や住民参加の意識向上に伴い公共事業の数値的評価をはじめ，組織体や個人活動に対する評価も広くとり行われている．大学においてもその例外ではない．今後さらに，主観判断，質的情報に頼る評価方法はますます利用されるであろう．そのような評価の場において重要なことは評価方法の透明性，評価結果への説明責任，そしてその評価に関係する者（例えば，評価する側と評価される側）での合意形成である．評価に対する関係者間での合意形成の工夫の一つとしては，相互評価がある．

例えば，教員が学生による授業評価で教育に関する査定を受ける場合を想定しよう．熱心に授業参加した学生からの授業評価と，そうでない学生からの授業評価とを同等視して査定することに対しては，教員は不満を持つであろう．熱心な学生からの評価をそうでない学生からの評価より重要視して査定してもらいたいという本音を教員が抱いてもおかしくはない．評価を受ける側の意見を取り入れるという相互評価導入は，査定される教員からのガス抜き効果をもたらす．それにより査定する側，受ける側の間での合意形成への助けとするのである．

そこで，本稿では，教育に関する教員査定の評価問題を例題として挙げ，AHPの評価プロセスに基づいて査定結果を例示する．ただし，このAHPの評価プロセスには査定される教員の意見を組み込む手続きがあり，その手続きでは，AHPを発展させたAnalytic Network Process（ANP）を利用する．これにより，AHP利用者をANPへ誘うことを本稿の目的とする．なお，AHPの詳細に関する知識は優れた入門書[1～3, 6]があるので，それらを参考にして頂きたい．さらに，AHP，ANPの計算手続きに関するいくつかのトピックスは，本特集号の解説記事で述べる．本稿は，AHP，ANPをいかに適用するかを主眼においた内容であり，それらの評価プロセスを手短く簡潔に紹介する．そのため，AHP，特にANPを本格的に活用されたい方は，文献[6]と解説記事の一読をお勧めする．

せきたに　かずゆき
静岡大学 工学部
〒432-8561 浜松市城北3-5-1

2. 例題とその評価手続き

「学部長が選定した教育活動の評価項目の下で，受講生からの授業評価と教員の意見とを反映させて教員個々の教育活動を学部長が査定する」という例題を用いてAHP，ANPの評価手続きを順に述べる．

まず，教員の教育活動の評価項目を学部長が設定し，それらの評価項目を階層構造として構造化する．さらに学部長の主観判断から各評価項目の相対的重要度（ウェイト）を算出する．ここまでの評価プロセスを節2.1で説明する．一方，学部長本人は個々の教員の教育活動状況を直接見聞きできない．そこで，受講生からの授業評価と教員からの意見から評価項目毎に個々の教員の教育活動状況を評価する．この際にANPを適用する．ANP適用による評価項目毎における教員の個別評価プロセスを節2.2で説明する．そして，各評価項目における個々の教員の教育活動の個別評価を総合化するプロセスを節2.3で説明する．節2.2を除く最終的な査定までの評価全プロセスはAHPに則している．

2.1 階層構造の作成と評価項目の評価

まず，学部長は，教員の教育査定には二つの評価項目「教育への熱意」「教え方の巧さ」で各教員の教育活動を評価するのがふさわしいと判断した．そして，

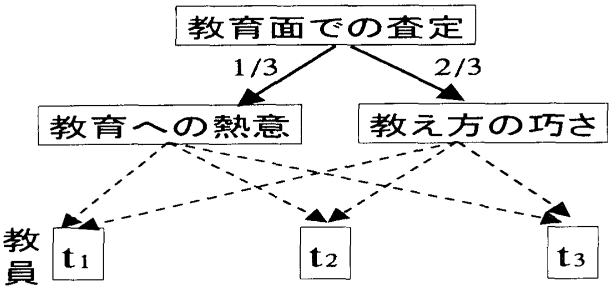

図1　教育面の査定に関する評価の階層構造

これらの二つの評価項目の下で，教員 t_1, t_2, t_3 を相対評価するという評価構造を決定した．これを図1の実線の矢線と破線の矢線とで示す．図1での矢線は枝と呼ばれ，何らかの評価関係が存在することを示す．例えば，「教育面での査定」から「教育への熱意」と「教え方の巧さ」への枝がある．これは，「教育面での査定」において，「教育への熱意」と「教え方の巧さ」がそれぞれどれぐらい重要であるかという評価関係を示す．さらに，「教育への熱意」から教員 t_1, t_2, t_3 への枝は「教育への熱意」の観点から各教員の評価を与えることを意味する．

図1では，「教育面での査定」から「教育への熱意」への実線の枝に1/3，「教え方の巧さ」への枝に2/3という値がある．これらは，「教育面の査定」における「教育への熱意」，「教え方の巧さ」のウエイトを示す．このウエイトは，学部長の主観により決定する．

具体的には，学部長が「教育面の査定」下では，「教育への熱意」の「教え方の巧さ」に対する重要度の程度を自らの感覚で判断し，その判断に合わせて適当に数値に変換する．数値への変換方法の基本原則では，「教育面の査定」下で「教育への熱意」は「教え方の巧さ」より重要であれば，1より大きい数値を，そうでなければ1以下の値を与える．このような一対比較による判断から，「教育面の査定」における一対比較行列（表1）を作成する．表1の1/2の数値は，学部長の判断では「熱意」が「巧さ」より重要でないことを示す．

一対比較の結果全てを集めた一対比較行列から各項目のウエイトを算出するためには，この一対比較行列の固有方程式

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

から最大固有値とその固有ベクトル（主固有ベクトル）を求め，その成分和が1である主固有ベクトル[1]

表1　教育面の査定に関する一対比較行列

	熱意	巧さ
熱意	1	1/2
巧さ	2	1

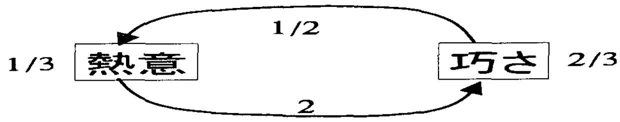

図2　「査定」の下での「熱意」と「巧さ」の相互評価構造

$[w_1, w_2]^\top$ の第1成分 w_1 を「熱意」のウエイト，第2成分 w_2 を「巧さ」のウエイトとして与える．つまり，$[w_1, w_2]=[1/3, 2/3]$ なので，「熱意」のウエイトは1/3，「巧さ」のウエイトは2/3である．

学部長の一対比較による評価をグラフで表現すると図2となる．ただし，一対比較行列の対角成分は全て1であるので，「熱意」(「巧さ」) から出て「熱意」(「巧さ」) に戻る自己ループとなる枝は削除した．図2の「熱意」「巧さ」の横にある数値は，「教育面の査定」における「教育への熱意」，「教え方の巧さ」の解析結果である．図1，2で四角枠$\boxed{}$で囲まれたものをノードと呼び，ノードに与えられた値をポテンシャルと呼ぶ．図2のポテンシャルは図1では，それぞれに対応する枝の値となることに注意する．

2.2　相互評価を利用した教員への評価

評価項目「熱意」と「巧さ」それぞれの観点から教員3人への直接評価を学部長はできないので，「熱意」と「巧さ」に関連する授業評価アンケートの項目を学部長が選択し，その解答結果を利用して評価する．なお，教員3人のそれぞれの担当科目で学生 s_1, s_2 が受講した．したがって，各評価項目での教員3人のウエイトは，図3で示される相互評価構造下で上側のノードのポテンシャルとして決定する．決定された各評価項目における教員3人のウエイトは図1の破線の枝の値である．

では，「熱意」における教員3人の評価手順について説明する．表2左の数値は各教員がそれぞれ受講生 s_1, s_2 からの「熱意」に関する授業評価に対してどれだけ重要視するかを一対比較して節2.1の手順で導出

[1] 一対比較行列の主固有ベクトルの意味付けは本稿の解説記事で簡単に述べる．さらに詳しくは文献[7]を見よ．

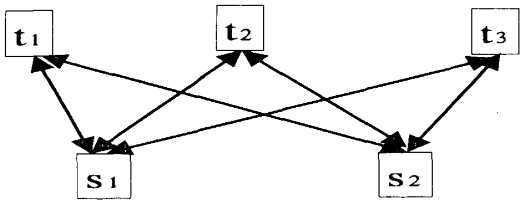

図3　学生と教員の相互評価構造

表2 「熱意」の下での各ウエイト

$t_j \to s_i$	t_1	t_2	t_3
s_1	0.3	0.5	0.5
s_2	0.7	0.5	0.5

$s_j \to t_i$	s_1	s_2
t_1	0.5	0.3
t_2	0.4	0.4
t_3	0.1	0.3

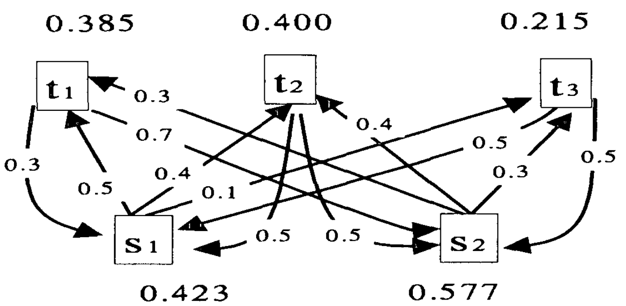

図4 「熱意」の下での教員と学生との相互評価構造

し，一方，表2右の数値は受講生からのアンケートでの該当項目の解答結果を集計し算出することで得られた[2]としよう．表2をグラフ表現すると図4である．

「熱意」に関する各教員のウエイトは図4の上側ノードのポテンシャルに対応する．節2.1と同様に図4のノードのポテンシャルは，表2から生成される行列

$$
\begin{array}{c}
 \\ t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ s_1 \\ s_2
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} t_1 & t_2 & t_3 & s_1 & s_2 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.3 \\
0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.4 \\
0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.3 \\
0.3 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\
0.7 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
\tag{2}
$$

の解析で与えられる．ANPでは，行列(2)を超行列と呼ぶ．超行列の解析は，一対比較行列の解析と同様に，対象となる行列の主固有ベクトルを求めることである(詳しくは文献[6, 8]を見よ)．つまり，超行列式(2)の固有方程式

$$
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.3 \\
0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.4 \\
0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.3 \\
0.3 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\
0.7 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \end{bmatrix}
= \lambda
\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \end{bmatrix}
\tag{3}
$$

から主固有ベクトルを求めて，図4のノードのポテンシャルを与える．したがって，$w_1+w_2+w_3=1$かつ$w_4+w_5=1$である式(2)の主固有ベクトルは$[0.385, 0.400, 0.215, 0.423, 0.577]^T$であるから，教員$t_1, t_2, t_3$のウエイトは，それぞれ0.385，0.400，0.215となる．

ここで，教員からの意見がウエイトw_1, w_2, w_3にいかに反映されたかを簡単に検証しよう．「熱意」における教員のt_1, t_2, t_3のウエイトを単に2人の受講生の平均値として試算[3]すると，それぞれ

$$
1/2\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.4 \\ 0.1 \end{bmatrix} + 1/2\begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \\ 0.2 \end{bmatrix}
$$

である．教員t_1のウエイト$w_1=0.385$が平均値のそれ（0.400）より小さいのは，教員t_1がs_2をs_1よりも高く評価し，他の教員がs_2とs_1を同等視しているからである．実際，ANPの解析結果である受講生s_1, s_2のウエイト$[w_4, w_5]=[0.423, 0.577]$は教員$t_1$が提示したウエイト$[0.3, 0.7]$と教員$t_2, t_3$のそれら$[0.5, 0.5]$との中間にある．さらに

$$
0.423\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.4 \\ 0.1 \end{bmatrix} + 0.577\begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.385 \\ 0.400 \\ 0.215 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}
$$

である．なお，教員t_1の意見の変化によるw_1, w_2, w_3への影響は節3の感度分析で詳しく説明する．

次に，「教え方の巧さ」の下での学生の授業評価および教員の主観判断により，「教え方の巧さ」の下での学生から教員，教員から学生への相互評価によるウエイトは表3として与えられたとする．表3から超行列を生成し，その固有方程式(4)を解析することで，

$$
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.3 \\
0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.2 \\
0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.5 \\
0.3 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\
0.7 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \end{bmatrix}
= \lambda
\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \end{bmatrix}
\tag{4}
$$

3人の教員t_1, t_2, t_3，2人の学生s_1, s_2の各ウエイトは

[2] 評価項目間でのデータの平準化[6]のために，表2右の数値は列和1に正規化したが，その限りではない．非負値で意思決定者の意図に沿えばよい．

[3] 平均値としてウエイトを与えることは，受講生からの教員への評価のみで決定し，さらに2人の受講生を同等視して評価することとして解釈できる．

表3 「巧さ」の下での各ウエイト

$t_j \to s_i$	t_1	t_2	t_3
s_1	0.3	0.5	0.5
s_2	0.7	0.5	0.5

$s_j \to t_i$	s_1	s_2
t_1	0.2	0.3
t_2	0.6	0.2
t_3	0.2	0.5

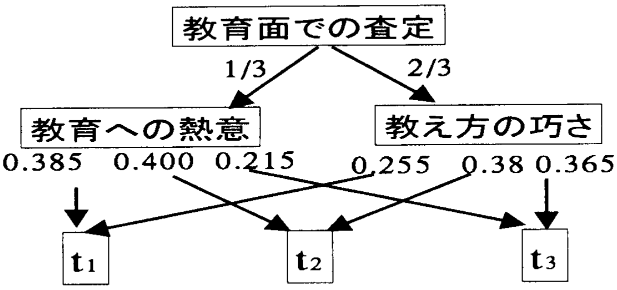

図5 教育面の査定の評価階層構造とウエイト

それぞれ0.255，0.380，0.365，0.449，0.551となる．

以上の解析結果から，図1の全ての枝の値は決定され，その結果をまとめると図5のようになる．

2.3 統合化と評価プロセスの流れ

階層構造に構造化された「教育面での査定」は，学部長，教員，学生の主観判断から各枝の値が算出されて，図5としてまとめられる．この8本の枝の値は

「熱意」のウエイト×「熱意」に関する教員のウエイト

＋「巧さ」のウエイト×「巧さ」に関する教員のウエイト

として統合して，3人の教員の総合評価を行う．したがって，教員の総合ウエイトは，

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{熱意} & & \text{巧さ} & & \text{総合評価} & \\ 1/3 & \begin{bmatrix}0.385\\0.400\\0.215\end{bmatrix} & +2/3 & \begin{bmatrix}0.255\\0.38\\0.365\end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix}0.298\\0.387\\0.315\end{bmatrix} & \begin{matrix}t_1\\t_2\\t_3\end{matrix}\end{array} \tag{5}$$

である．

ここで，教員の総合評価をANPの解析として考えてみよう．まず，図5から超行列

$$\begin{array}{c|cccccc} & \text{査定} & \text{熱意} & \text{巧さ} & t_1 & t_2 & t_3 \\ \hline \text{査定} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{熱意} & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{巧さ} & 2/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_1 & 0 & 0.385 & 0.255 & 0 & 0 & 0 \\ t_2 & 0 & 0.400 & 0.380 & 0 & 0 & 0 \\ t_3 & 0 & 0.215 & 0.365 & 0 & 0 & 0 \end{array} \tag{6}$$

を生成する．図5の各枝の値は対応する超行列(6)の要素に与えられている．そして，(1,1)要素に1の値を与えている．これは，図5のグラフでのノード「教育面の査定」に値1を持つ自己ループを追加したすることに対応し，ノード「教育面の査定」のポテンシャルを基点として他のノードのポテンシャルを決定という計算操作の便宜的処理である．

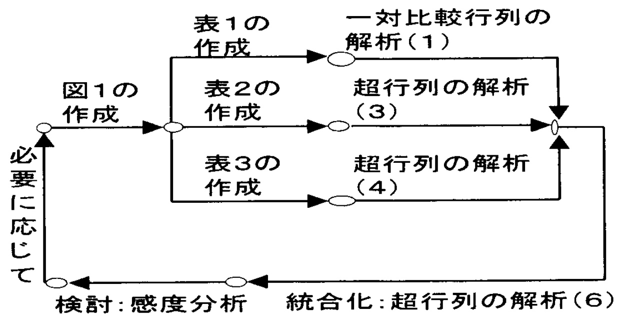

図6 評価プロセスの流れ

式(1)，(3)，(4)と同様に，式(6)の固有方程式

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.385 & 0.255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.400 & 0.380 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.215 & 0.365 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1\\w_2\\w_3\\w_4\\w_5\\w_6 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} w_1\\w_2\\w_3\\w_4\\w_5\\w_6 \end{bmatrix} \tag{7}$$

から主固有ベクトルを求めて，図5の各ノードのポテンシャルを決定する．$w_1=1$, $w_2+w_3=1$, $w_4+w_5+w_5=1$を満たす主固有ベクトルは$[1.00, 0.333, 0.667, 0.298, 0.387, 0.315]^{\mathrm{T}}$であり，3人の教員$t_1, t_2, t_3$の総合ウエイトは，それぞれ0.298，0.387，0.315である．これは式(5)の計算結果と一致する．

教員の総合ウエイトが算出されるまでの評価プロセスを図6にまとめる．表1～3の作成過程で主観，直感の判断を巧みに組み込み，どの解析段階でも，対象となる行列の主固有ベクトルを求める．この解析法を固有ベクトル法と呼ぶ．

実用上で特に大切なことは，感度分析（次節で説明）を利用した検討段階を踏むことであり，必要であれば，この評価プロセスを繰り返す．つまり，図5と超行列式(7)の係数を繰り返し見直し，学部長，教員が納得するまで固有ベクトル法で解析することが重要である．

3. 感度分析

評価プロセスの反復をできるだけ系統立てて分析す

るには，感度分析を利用するとよい．式(7)では教員 t_1, t_2, t_3 の総合評価は 0.298，0.387，0.315 で $t_2 > t_3 > t_1$ の順位であったが，「教育面での査定」から「熱意」，「巧さ」への枝の値が多少変化してもこの順位に変化はないであろうか？

そこで「教育面での査定」から「熱意」，「巧さ」への枝の値を v_1, v_2 とすると，

$$\begin{bmatrix}0.385\\0.400\\0.215\end{bmatrix}v_1+\begin{bmatrix}0.255\\0.380\\0.365\end{bmatrix}v_2$$

が各教員の総合評価である．v_1, v_2 が変化しても，教員 t_2 は二つの評価項目でともに第1位なので総合評価では永遠にトップであることがわかる．一方，v_1, v_2 が変化しても，教員 t_1, t_3 の総合ウエイトの順位の入れ替えは起きないであろうか？　実は，t_1 がビリである $[v_1, v_2]^\top$ の範囲は，同一の制約条件を持つ二つの線形計画問題

$$\begin{aligned}&\max\quad v_1\\&\text{s.t.}\quad 0.385v_1+0.255v_2\leq 0.215v_1+0.365v_2,\\&\qquad v_1+v_2=1,\quad v_1, v_2\geq 0\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}&\min\quad v_1\\&\text{s.t.}\quad 0.385v_1+0.255v_2\leq 0.215v_1+0.365v_2\\&\qquad v_1+v_2=1,\quad v_1, v_2\geq 0\end{aligned}\tag{9}$$

のそれぞれの最適値で与えられる．式(8)，(9)の最適値を求めることで，$0\leq v_1\leq 0.398$ で教員 t_1 はビリであることがわかる．つまり，この範囲では，式(7)から得られた教員順位は維持されるのである．これは，現在の評価結果 $[v_1, v_2]=[1/3, 2/3]$ から「熱意」に対するウエイト (v_1) が大きくなると，現在の順位が変動することを示唆する．したがって，学部長は「巧さ」のウエイトが「熱意」のそれよりも2倍以上であるかどうかを再確認すべきであろう．

一方，「巧さ」からの教員3人に対する枝の値が変化したら，教員の総合ウエイトはどう変化するであろうか．これらの枝の値は学生と教員との相互評価から決定したものだが，相互評価で教員 t_1 がうまく学生を評価することで，「巧さ」からの教員3人に対する枝の値を変動させて，総合ウエイトでビリから脱出できるであろうか？　簡単な分析をしよう．

「巧さ」での教員 t_1 の学生へのウエイトを u_1, u_2 とする．式(4)の行列は非負で全ての列和が1なので，最大固有値は1である．したがって，$u_1+u_2=1, u_1, u_2\geq 0, w_1+w_2+w_3=1$ かつ

$$\begin{bmatrix}0&0&0&0.2&0.3\\0&0&0&0.6&0.2\\0&0&0&0.2&0.5\\u_1&0.5&0.5&0&0\\u_2&0.5&0.5&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w_1\\w_2\\w_3\\w_4\\w_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}w_1\\w_2\\w_3\\w_4\\w_5\end{bmatrix}\tag{10}$$

を満たす $[w_1, w_2, w_3]$ に対して

$$\begin{bmatrix}0.385\\0.400\\0.215\end{bmatrix}v_1+\begin{bmatrix}w_1\\w_2\\w_3\end{bmatrix}v_2\tag{11}$$

が各教員の総合ウエイトである．話を簡単にするために評価項目へのウエイトを $[v_1, v_2]=[1/3, 2/3]$ と固定する．式(10)は変数 w_1 と変数 u_1, u_2 の積を含むが，式(10)を満たす正規化された $[w_1, w_2, w_3]^\top$ は関係式(12)を満たし，それに限ること[9]が知られている．

$$\begin{bmatrix}w_1\\w_2\\w_3\end{bmatrix}=\frac{1}{3.2u_1+2.8u_2+1}\begin{bmatrix}1\\1.88u_1+1.32u_2\\1.32u_1+1.48u_2\end{bmatrix}\tag{12}$$

式(11)，(12)から各教員の総合ウエイトの比は

$$\begin{bmatrix}0.385(3.2u_1+2.8u_2+1)+2\\0.400(3.2u_1+2.8u_2+1)+2(1.88u_1+1.32u_2)\\0.215(3.2u_1+2.8u_2+1)+2(1.32u_1+1.48u_2)\end{bmatrix}\tag{13}$$

である．教員 t_1 の総合ウエイトが教員 t_3 のそれを超えるならば，ビリを脱出できる．したがって，式(13)の第1成分から第3成分の差を非負とする制約式を持つ二つの線形計画問題

$$\begin{aligned}&\max\quad u_1\\&\text{s.t.}\quad -2.096u_1-2.484u_2+2.17\geq 0,\\&\qquad u_1+u_2=1,\quad u_1, u_2\geq 0\end{aligned}\tag{14}$$

$$\begin{aligned}&\min\quad u_1\\&\text{s.t.}\quad -2.096u_1-2.484u_2+2.17\geq 0\\&\qquad u_1+u_2=1,\quad u_1, u_2\geq 0\end{aligned}\tag{15}$$

を解くことで，教員 t_1 が単独第2位以上になる $[u_1, u_2]$ の範囲がわかる．式(14)，(15)を解くことで，$0.809<u_1\leq 1$ であれば教員 t_1 は単独第2位以上である．しかし，式(13)の第1成分から第2成分の差は常に負なので，教員 t_1 は第1位にならない．さらに，任意の評価項目へのウエイト $[v_1, v_2]$ に対して，

$$\begin{aligned}&0.385v_1(3.2u_1+2.8u_2+1)+v_2<\\&0.400v_1(3.2u_1+2.8u_2+1)+v_2(1.88u_1+1.32u_2)\end{aligned}\tag{16}$$

が成立する．$1<1.88u_1+1.32u_2$ なので，式(16)から教員 t_1 は第1位になりえないことがわかる．

4. おわりに

本稿では，AHPの流れにそって，その一部にANPを組み込む例題を示した．フィードバック構造を持つ相互評価導入は，双方向の意見を取り込めることで合意形成を評価決定までのプロセスに練り込むことが可能であることを示した．また，AHPの特徴である一対比較行列からウエイト導出と階層構造上での各ウエイトの統合化は，それぞれANPの特殊形として位置付けられることを述べた．

特に，AHP，ANPには効用理論のようなエレガントさはないが，あいまいで複雑な評価問題，意思決定問題に対して有向グラフと評価行列により視覚に訴えたモデリング可能という長所を持つので，感度分析しながら試行錯誤して数多くの事例に適用されることを期待する．

本稿の草稿を読んで，特集記事と解説記事に分割することを提案して下さった電力中央研究所の大屋先生に感謝します．また，筑波大学の大澤先生，猿渡先生，専修大学の生田目先生には一般の方が読みやすい記事という観点で多くのご助言を頂きました．ここに深く感謝します．

参考文献

[1] 刀根薫："ゲーム感覚意思決定法—AHP入門—"，日科技連出版社，東京，(1986)．

[2] 木下栄蔵："孫子の兵法の数学モデル"，講談社，東京，(1998)．

[3] 木下栄蔵："入門AHP"，日科技連出版社，東京，(2000)．

[4] Saaty, T. L.: "The Analytic Hierarchy Process", RWS Publications, Pittsburgh, (1996).

[5] Saaty, T. L.: "The Analytic Network Process", RWS Publications, Pittsburgh, (1996).

[6] 高橋磐郎："AHPからANPへの諸問題I～VI"，オペレーションズ・リサーチ，43, No. 1-6 (1998)．

[7] Sekitani, K. and Yamaki, N.: "A Logical Interpretation for the eigenvalue method in AHP", Journal of the Operations Research Society of Japan, 42 (1999), 219-232.

[8] Sekitani, K. and Takahashi, I.: "A unified model and analysis for AHP and ANP", Journal of the Operations Research Society of Japan, 44 (2001), 67-89.

[9] 関谷和之："A sensitivity analysis for AHP and ANP"，日本OR学会研究部会「評価のOR」配布資料，(2002, 12)．