大規模多目的ファジィ計画法

坂和　正敏，加藤　浩介

1. はじめに

環境管理計画問題，水資源計画問題，土地開発計画問題，生産管理計画問題などの現実の多数の変数と制約を含む大規模な最適化問題を数理計画問題としてモデル化すれば，しばしば，角型構造とよばれる特殊構造を有する数理計画問題として定式化される．

ところで，このような特殊構造をもつ数理計画問題は，なんらかの工夫により，いくつかの小規模な問題に分割して解くことができれば，計算に必要な時間および記憶容量の削減が期待できる．このような観点から，1960年代のはじめに G. B. Dantzig と P. Wolfe [2] は角型構造の線形計画問題に対する分解原理を提案している．また，角型構造の非線形計画問題に対しては，L. S. Lasdon [11] による双対分解手法や A. M. Geoffrion [3〜5] による主分解手法が提案されている．その後，これを契機として，一目的のみならず多目的をも考慮した，角型構造の大規模数理計画問題に対する数多くの研究が活発に行われるようになってきている [14, 19]．

本稿では，このような大規模計画問題においてよく知られた特殊構造の一つである角型構造に注目し，ファジィ目標を考慮した角型構造の多目的線形計画問題および多目的0-1計画問題について考察する．

2. 大規模多目的ファジィ線形計画法

本稿では，次のような角型特殊構造の多目的線形計画 (block angular multiobjective linear programming : BAMOLP) 問題を考える．

$$
\left.\begin{array}{ll}
\text{minimize} & \boldsymbol{c}_1\boldsymbol{x}=\boldsymbol{c}_{11}\boldsymbol{x}_1+\cdots+\boldsymbol{c}_{1p}\boldsymbol{x}_p \\
 & \vdots \\
\text{minimize} & \boldsymbol{c}_k\boldsymbol{x}=\boldsymbol{c}_{k1}\boldsymbol{x}_1+\cdots+\boldsymbol{c}_{kp}\boldsymbol{x}_p \\
\text{subject to} & A\boldsymbol{x}=A_1\boldsymbol{x}_1+\cdots+A_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_0 \\
 & \quad B_1\boldsymbol{x}_1 \qquad\qquad\qquad \leqq \boldsymbol{b}_1 \\
 & \qquad\qquad \ddots \\
 & \qquad\qquad\qquad\quad B_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_p \\
 & \quad \boldsymbol{x}_j\geqq 0,\ j=1,\cdots,p
\end{array}\right\} \tag{1}
$$

ここで，$\boldsymbol{c}_{ij}$, $i=1,\cdots,k$, $j=1,\cdots,p$ は n_j 次元係数行ベクトル，$\boldsymbol{x}_j$, $j=1,\cdots,p$ は n_j 次元列ベクトルの決定変数である．制約式 $A\boldsymbol{x}=A_1\boldsymbol{x}_1+\cdots+A_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_0$ は m_0 次元ベクトルからなる結合制約で，A_j は $m_0\times n_j$ の係数行列である．さらに，$B_j\boldsymbol{x}_j\leqq \boldsymbol{b}_j$, $j=1,\cdots,p$ は $\boldsymbol{x}_j$ に対する m_j 次元ベクトルからなる制約式で，B_j は $m_j\times n_j$ の係数行列である．簡略化のため，問題(1)の制約領域を X と書き表すことにする．

このような構造の問題はブロック角型構造をもつといわれ，現実の大規模な多変数の多目的線形計画問題にしばしば現れる．例えば，いくつかの事業部をもつ製造会社の利潤のみならず環境汚染などをも考慮した生産計画の問題を多目的線形計画問題として定式化すれば，このような構造になるであろう．というのは，製造会社の各事業部ごとに，それぞれ独自な利用可能な資源の最大量が与えられており，これらの各事業部は，さらに，会社全体としての利用可能な最大量に制限のある共通の資源をわけあって利用しなければならないという制約によって結ばれ，これらの制約のもとで全体の利益を最大にし，汚染物の排出量を最小にするなどの複数の目的が存在しているような状況が，多目的線形計画問題としての定式化に反映されるからである．

このような多目的計画問題の目的関数はベクトル値になり，通常のスカラー値の目的関数をもつ単一目的の場合の最適解と同様に議論することはできないので，ある目的関数の値を改善するためには少なくとも他の

さかわ　まさとし，かとう　こうすけ
広島大学 大学院工学研究科
〒739-8527 東広島市鏡山1-4-1

一つの目的関数の値を改悪せざるを得ないような解の概念が，経済学者 Pareto によって初めて定義され，パレート最適解（Pareto optimal solution）[12, 13]とよばれている．

定義 1（パレート最適解）

$x^* \in X$ に対して $c_i x \leq c_i x^*$, $i=1, \cdots, k$, で，しかもある j について $c_j x < c_j x^*$ となるような $x \in X$ が存在しないとき，x^* をパレート最適解という． ■

定義からも明らかなように，パレート最適解は一般には唯一には定まらず，ある集合となることに注意しよう．パレート最適解は，他より劣っていない解という意味で，非劣解（noninferior solution）ともよばれている．パレート最適解は，通常，多目的線形計画問題を何らかの工夫により単一目的の最適化問題に変換して，その最適解をパレート最適解に対応づけるというスカラー化手法（scalarization method），例えば，(1)重み係数法，(2)制約法，(3)重みづけミニマックス法などにより求められるが，詳細は文献[12, 13]などを参照していただければ幸いである．

ベクトル最小化問題として定式化される角型構造の多目的線形計画問題(1)に対して，意思決定者（decision maker : DM）の人間としての判断のあいまい性を考慮するために，各目的関数に対するファジィ目標を導入すれば，一般化された角型構造の多目的線形計画（generalized block angular multiobjective linear programming : GBAMOLP）問題は次のように表される．

$$\left.\begin{array}{lll} \text{fuzzy min} & c_i x & i \in I_1 \\ \text{fuzzy max} & c_i x & i \in I_2 \\ \text{fuzzy equal} & c_i x & i \in I_3 \\ \text{subject to} & x \in X & \end{array}\right\} \quad (2)$$

ただし，$I_1 \cup I_2 \cup I_3 = \{1, 2, \cdots, k\}$, $I_i \cap I_j = \emptyset$, $i, j=1, 2, 3$, $i \neq j$ である．

ここで，fuzzy min $c_i x$ は「$c_i x$ をだいたいある値以下にしたい」，fuzzy max $c_i x$ は「$c_i x$ をだいたいある値以上にしたい」，fuzzy equal $c_i x$ は「$c_i x$ をだいたいある値ぐらいにしたい」というファジィ目標を表し，それぞれ図 1 のようなメンバシップ関数により規定される．

意思決定者のファジィ目標として fuzzy equal $c_i x$ が含まれる場合には，$c_i x$ の大小関係に基づいて定義されているパレート最適解の概念をそのまま適用することはできない．そこで，目的関数の代わりにメンバシップ関数の大小関係に基づいて定義されるパレート最適解の概念が導入され，特に M-パレート最適解（M-Pareto optimal solution）とよばれている[13]．

定義 2（M-パレート最適解）

$x^* \in X$ に対して $\mu_i(c_i x) \geq \mu_i(c_i x^*)$, $i=1, \cdots, k$ で，しかも，ある j について $\mu_j(c_j x) > \mu_j(c_j x^*)$ となるような $x \in X$ が存在しないとき，x^* を M-パレート最適解であるという． ■

意思決定者が一般化された角型構造の多目的線形計画問題(2)の各目的関数 $c_i x$ に対して，各目的関数の個別の最小値と最大値の範囲内で，自己の満足度を考慮して，主観的にメンバシップ関数 $\mu_i(c_i x)$ を決定すれば，一般化された角型構造の多目的線形計画問題(2)は k 個のメンバシップ関数の多目的最適化問題として，次のように表される．

$$\left.\begin{array}{ll} \text{maximize} & (\mu_1(c_1 x), \mu_2(c_2 x), \cdots, \mu_k(c_k x)) \\ \text{subject to} & x \in X \end{array}\right\} \quad (3)$$

この問題(3)において，R. E. Bellman と L. A. Zadeh[1]のファジィ決定における最大化決定に従えば，解くべき問題は次のように表される．

$$\underset{x \in X}{\text{maximize}} \min_{i=1,\cdots,k} \mu_i(c_i x) \quad (4)$$

この問題は等価的に次のように変換される．

$$\left.\begin{array}{ll} \text{maximize} & v \\ \text{subject to} & \mu_i(c_i x) \geq v,\ i=1, \cdots, k \\ & x \in X \end{array}\right\} \quad (5)$$

ここで，fuzzy min と fuzzy equal の右側の強意単調減少のメンバシップ関数を $d_{iR}(c_i x)$, $i \in I_1 \cup I_3$,

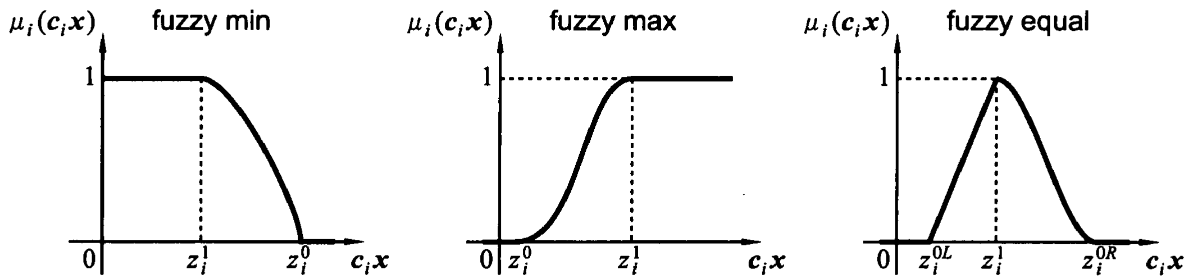

図 1 ファジィ目標を規定するメンバシップ関数

fuzzy max と fuzzy equal の左側の強意単調増加のメンバシップ関数を $d_{iL}(\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}), i\in I_2\cup I_3$ と表して，fuzzy equal に関する制約式をメンバシップ関数の右側と左側に分けて表現すれば，問題(5)は次の問題(6)と等価になる．

$$
\left.\begin{array}{ll}
\text{maximize} & v \\
\text{subject to} & \boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}=\boldsymbol{c}_{i1}\boldsymbol{x}_1+\cdots+\boldsymbol{c}_{ip}\boldsymbol{x}_p \\
& \qquad \leqq d_{iR}^{-1}(v),\ i\in I_1\cup I_3 \\
& \boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}=\boldsymbol{c}_{i1}\boldsymbol{x}_1+\cdots+\boldsymbol{c}_{ip}\boldsymbol{x}_p \\
& \qquad \geqq d_{iL}^{-1}(v),\ i\in I_2\cup I_3 \\
& A\boldsymbol{x}=A_1\boldsymbol{x}_1+\cdots+A_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_0 \\
& \quad B_1\boldsymbol{x}_1 \qquad\qquad \leqq \boldsymbol{b}_1 \\
& \qquad\quad \ddots \\
& \qquad\qquad\quad B_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_p \\
& \qquad \boldsymbol{x}_j\geqq \boldsymbol{0},\ j=1,\cdots,p
\end{array}\right\} \quad (6)
$$

ここで，$d_{iR}^{-1}(\cdot)$ と $d_{iL}^{-1}(\cdot)$ は次のように定義される擬逆関数である．

$$d_{iR}^{-1}(h)=\sup\{y|d_{iR}(y)\geqq h\} \quad (7)$$

$$d_{iL}^{-1}(h)=\inf\{y|d_{iR}(y)\geqq h\} \quad (8)$$

この問題(6)の $\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}$ に関する制約式の右辺は，一般に非線形となるが，v が固定されれば線形となる．さらに，問題(6)の最大の v を求めることは，制約領域が存在する最大の v を求めることと等価である．したがって，2分法(bisection method) と線形計画法の第1段(phase one) に基づくアルゴリズム[12, 13]により解くことができる．ここで，固定された v に対して問題(6)は角型構造の線形制約式となるので，2分法と Dantzig-Wolfe の分解原理[2]に基づく線形計画法の第一段により最大の v を求めることができる．

このようにして得られた問題(6)の最大値 v^* に対して，対応する問題(6)の最適解 $\boldsymbol{x}^*$ を求めるために，便宜上，最も重要と考えられる目的関数（ここでは $\boldsymbol{c}_1\boldsymbol{x}$ とする）を用いて，次の線形計画問題を解く．

$$
\left.\begin{array}{ll}
\text{minimize} & \boldsymbol{c}_1\boldsymbol{x} \\
\text{subject to} & \boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}=\boldsymbol{c}_{i1}\boldsymbol{x}_1+\cdots+\boldsymbol{c}_{ip}\boldsymbol{x}_p \\
& \qquad \leqq d_{iR}^{-1}(v^*),\ i\in I_1\cup I_3,\ i\neq 1 \\
& \boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}=\boldsymbol{c}_{i1}\boldsymbol{x}_1+\cdots+\boldsymbol{c}_{ip}\boldsymbol{x}_p \\
& \qquad \geqq d_{iL}^{-1}(v^*),\ i\in I_2\cup I_3,\ i\neq 1 \\
& A\boldsymbol{x}=A_1\boldsymbol{x}_1+\cdots+A_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_0 \\
& \quad B_1\boldsymbol{x}_1 \qquad\qquad \leqq \boldsymbol{b}_1 \\
& \qquad\quad \ddots \\
& \qquad\qquad\quad B_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_p \\
& \qquad \boldsymbol{x}_j\geqq \boldsymbol{0},\ j=1,\cdots,p
\end{array}\right\} \quad (9)
$$

この問題(6)においても線形性と角型構造が保持されているので，Dantzig-Wolfe の分解原理[2]が適用可能であることに注意しよう．

ここで，問題(6)の最適解，すなわち，問題(9)の最適解 $\boldsymbol{x}^*$ が一意的であれば，$\boldsymbol{x}^*$ が一般化された角型構造の多目的線形計画問題(2)の M-パレート最適解であることは背理法により容易に示される[13]．しかし，問題(9)の最適解 $\boldsymbol{x}^*$ が一意的でなければ，$\boldsymbol{x}^*$ が一般化された角型構造の多目的線形計画問題(2)の M-パレート最適解であるとは限らないので，次の問題を解くことにより，$\boldsymbol{x}^*$ の M-パレート最適性のテストを行う．

$$
\left.\begin{array}{ll}
\text{maximize} & \sum_{i=1}^{k}\varepsilon_i \\
\text{subject to} & \boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}+\varepsilon_i=\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}^*,\ i\in I_1\cup I_{3R} \\
& \boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}-\varepsilon_i=\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}^*,\ i\in I_2\cup I_{3L} \\
& \quad A\boldsymbol{x}\leqq \boldsymbol{b}_0 \\
& \quad B_j\boldsymbol{x}\leqq \boldsymbol{b}_j,\ j=1,\cdots,p \\
& \quad \varepsilon_i\geqq 0,\ i=1,\cdots,k \\
& \quad \boldsymbol{x}_j\geqq \boldsymbol{0},\ j=1,\cdots,p
\end{array}\right\} \quad (10)
$$

ここで，$I_{3R}=\{i|i\in I_3, \mu_i(\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}^*)=d_{iR}(\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}^*)\}$ および $I_{3L}=\{i|i\in I_3, \mu_i(\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}^*)=d_{iL}(\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}^*)\}$ である．

この問題(10)の最適解 $\bar{\boldsymbol{x}}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ に対して，次の定理が成り立つ．

定理1(M-パレート最適性のテスト)

M-パレート最適性のテスト問題(10)の最適解 $\bar{\boldsymbol{x}}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ に対して

(1) $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}=\boldsymbol{0}$ であれば，$\boldsymbol{x}^*$ は一般化された角型構造の多目的線形計画問題(2)の M-パレート最適解である．

(2) $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}\neq\boldsymbol{0}$ のときは，$\boldsymbol{x}^*$ は一般化された角型構造の多目的線形計画問題の M-パレート最適解ではない．このとき，$\bar{\boldsymbol{x}}$ がマックスミン問題(4)に対応した M-パレート最適解となる． ■

この問題(10)に関しても，線形性と角型構造が保持されているので，Dantzig-Wolfe の分解原理[2]の適用により容易に最適解が求められることに注意しよう．

ここまでに述べてきた角型構造の多目的線形計画問題に対するファジィ計画法のアルゴリズムをまとめると次のようになる．

ファジィ大規模多目的線形計画法のアルゴリズム

手順1 問題(1)の与えられた制約領域における各目的関数の個別の最小値 $z_i^{\min}$ と最大値 $z_i^{\max}$ を Dantzig-Wolfe の分解原理の適用により求める．

手順2 意思決定者は，これらの値を考慮して，各目的関数に対する意思決定者のファジィ目標を表すメ

ンバシップ関数を決定する.

手順3 問題(6)を2分法と線形計画法の第1段を用いて,実行可能解が存在する最大の $v=v^*$ を求める.この際,固定された v に対して問題(6)は角型構造の線形制約式となるので,v^* は2分法とDantzig-Wolfeの分解原理に基づく線形計画法の第一段を用いたアルゴリズムにより求めることができる.その後,問題(9)を解いて,この v^* に対応する $\boldsymbol{x}^*$ を一意的に定める.ここで,問題(9)も角型構造の線形計画問題となるのでDantzig-Wolfeの分解原理の適用が可能である.

手順4 得られた最適解 $\boldsymbol{x}^*$ に対するM-パレート最適性のテスト問題(10)をDantzig-Wolfeの分解原理を用いて解き,M-パレート最適解を求める.この解がファジィ目標を考慮した角型構造の多目的線形計画問題に対する意思決定者の満足解となる.

本節では,大規模線形計画問題に対するファジィ計画法について概説してきたが,詳細や具体的な数値例および対話型意思決定やファジィパラメータを含む場合への拡張に関しては坂和らの一連の論文[16〜18, 21]を参照していただければ幸いである.

3. 大規模多目的ファジィ0-1計画法

本節では,角型構造の多目的0-1計画(block angular multiobjective zero-one programming: BAMOZP)問題に対して,分解手続きを含む遺伝的アルゴリズムを用いたファジィ計画法について述べる.

次のような角型構造の多目的0-1計画問題を考えよう.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{minimize} & \boldsymbol{c}_1\boldsymbol{x}=\boldsymbol{c}_{11}\boldsymbol{x}_1+\cdots+\boldsymbol{c}_{1p}\boldsymbol{x}_p \\ & \vdots \\ \text{minimize} & \boldsymbol{c}_k\boldsymbol{x}=\boldsymbol{c}_{k1}\boldsymbol{x}_1+\cdots+\boldsymbol{c}_{kp}\boldsymbol{x}_p \\ \text{subject to} & A\boldsymbol{x}=A_1\boldsymbol{x}_1+\cdots+A_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_0 \\ & \quad B_1\boldsymbol{x}_1 \qquad\qquad\quad \leqq \boldsymbol{b}_1 \\ & \qquad\qquad \ddots \\ & \qquad\qquad\qquad B_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_p \\ & \boldsymbol{x}_j\in\{0,1\}^{n_j},\ j=1,\cdots,p \end{array}\right\} \tag{11}$$

ここで,$\boldsymbol{c}_{ij}, i=1,\cdots,k, j=1,\cdots,p$ は n_j 次元費用係数行ベクトル,$\boldsymbol{x}_j, j=1,\cdots,p$ は0-1決定変数の n_j 次元列ベクトル,$A\boldsymbol{x}=A_1\boldsymbol{x}_1+\cdots+A_p\boldsymbol{x}_p\leqq\boldsymbol{b}_0$ は m_0 次元結合制約,$A_j, j=1,\cdots,p$ は $m_0\times n_j$ 係数行列,$B_j\boldsymbol{x}_j\leqq\boldsymbol{b}_j, j=1,\cdots,p$ は $\boldsymbol{x}_j$ に関する m_j 次元のブロック制約,$B_j, j=1,\cdots,p$ は $m_j\times n_j$ 係数行列である.ここでは,0-1計画問題の中でも代表的なナップサック型の問題に特に焦点をあてるため,A_j, B_j および $\boldsymbol{b}_j$ の各要素はすべて非負であると仮定する.また,簡略化のため,問題(11)の制約領域を X と書き表すことにする.

この問題(11)において,意思決定者の判断のあいまい性を考慮すれば,意思決定者は問題(11)の各目的関数に対してあいまいな目標をもっていると考える方が自然であると思われる.そこで,ファジィ目標を導入すれば,一般化された角型構造の多目的0-1計画(generalized block angular multiobjective zero-one programming: GBAMOZP)問題は次のように表される.

$$\left.\begin{array}{lll} \text{fuzzy min} & z_i(\boldsymbol{x}) & i\in I_1 \\ \text{fuzzy max} & z_i(\boldsymbol{x}) & i\in I_2 \\ \text{fuzzy equal} & z_i(\boldsymbol{x}) & i\in I_3 \\ \text{subject to} & \boldsymbol{x}\in X & \end{array}\right\} \tag{12}$$

ここで $I_1\cup I_2\cup I_3=\{1,2,\cdots,k\}, I_i\cap I_j=\emptyset, i,j=1,2,3, i\neq j$ である.

意思決定者が一般化された多目的0-1計画問題(12)の各目的関数 $\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}$ に対して,各目的関数の個別の最小値と最大値の範囲内で,自己の満足度を考慮して,主観的にファジィ目標を規定するメンバシップ関数 $\mu_i(\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x})$ を決定した後,R. E. BellmanとL. A. Zadeh[1]のファジィ決定における最大化決定に従えば,解くべき問題は次のように表される.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{maximize} & \min\limits_{i=1,\cdots,k}\{\mu_i(\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x})\} \\ \text{subject to} & A\boldsymbol{x}=A_1\boldsymbol{x}_1+\cdots+A_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_0 \\ & \quad B_1\boldsymbol{x}_1 \qquad\qquad\quad \leqq \boldsymbol{b}_1 \\ & \qquad\qquad \ddots \\ & \qquad\qquad\qquad B_p\boldsymbol{x}_p\leqq \boldsymbol{b}_p \\ & \boldsymbol{x}_j\in\{0,1\}^{n_j},\ j=1,\cdots,p \end{array}\right\} \tag{13}$$

ところで,問題(13)は0-1計画問題であるので,問題の規模が大きくなるにつれて,厳密な最適解を求めることは一般に困難となる.

近年,さまざまな種類の組合せ最適化問題に対する有力な近似解法として,J. H. Holland[7]により提案された自然の進化過程を模倣したモデルである遺伝的アルゴリズムが注目されてきている[6, 15, 20].

遺伝的アルゴリズムを最適化問題に適用する際には,図2のように,問題の決定変数ベクトル $\boldsymbol{x}$ と対応づけられた文字列Sを個体と考え,この個体の集合である個体群を進化させていくことにより最終的に近似最適解を得る.個体中の文字 s_j は j 番目の遺伝子で

ある．遺伝子自体は数字や文字を表し，そのとりうる値を対立遺伝子という．また，一般に，個体Sは遺伝子型，対応する$\boldsymbol{x}$は表現型とよばれ，この遺伝子型Sと表現型$\boldsymbol{x}$の対応づけ（コーディングとデコーディング）が遺伝的アルゴリズムの探索能力に大きな影響を与えることに注意しなければならない．

自然界では，増殖・淘汰と染色体の変形を通して生物種は進化していくが，遺伝的アルゴリズムにおいても，図3に示されるような遺伝的操作とよばれる個体に対する操作が用いられ，これらを繰り返し適用することにより個体群を進化させる．

再生　個体群中の各個体の数を，その適合度と呼ばれる評価値に応じて，増減させる．

交叉　個体群中から二つの個体を無作為に抽出し，交叉率と呼ばれる確率p_cで，各個体の一部を他方の一部と交換する．

突然変異　突然変異率と呼ばれる確率p_mで，遺伝子を対立遺伝子に置き換える．

遺伝的アルゴリズムの一般的な手順をまとめると次のようになる．

手順0　あらかじめ定められた個数の個体をランダムに発生させ，初期個体群とする．

手順1　個体群の中の各個体の適合度を計算する．

手順2　終了条件が満たされていれば，手順を終了し，現時点までの最良の個体の表現型を近似最適解とする．そうでなければ，手順3に進む．

手順3　再生の操作を行う．

手順4　交叉の操作を行う．

手順5　突然変異の操作を行った後，手順1へ戻る．

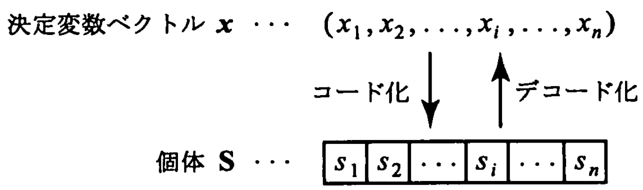

図2　決定変数ベクトルと個体の関係

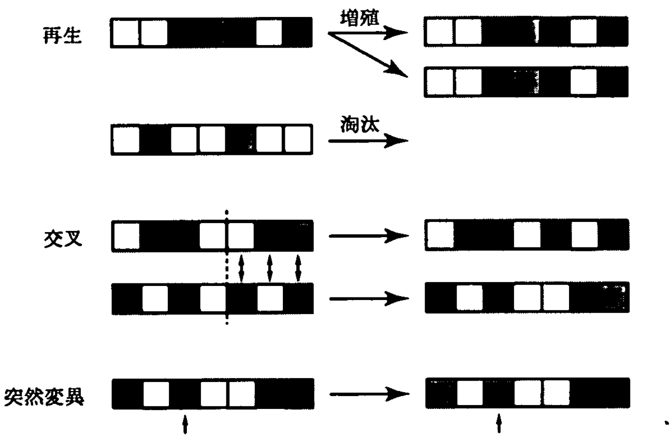

図3　遺伝的操作

最適化問題への遺伝的アルゴリズムの適用においては，その対象とする問題によって，さまざまなコード化およびデコード化，再生，交叉，突然変異の方法が提案されているが，紙数の都合上，詳細は参考書[20]を参照いただければ幸いである．

いま，問題(13)が角型構造を保持していることを考慮すれば，図4のように，個体Sを各ブロック制約$B_j\boldsymbol{x}_j \leq \boldsymbol{b}_j$に対応する部分個体$\mathrm{s}^j, j=1,\cdots,p$の集まりとして捉えるのが自然のように思われる．

このような観点から，加藤ら[8]は，部分個体を図5のような3重構造文字列により表現し，それに対応したデコード化アルゴリズムを用いた遺伝的アルゴリズムによる解法を提案してきている．この手法においては，個体Sの集合である個体群を部分個体$\mathrm{s}^j, j=1,\cdots,p$の集合である部分個体群に分解し，図6に示されるように，これらp個の部分個体群ごとに再生，交叉および突然変異を行うことにより，効率的な解の導出が可能となる．

以下に，3重構造文字列表現を用いた分解手続きを含む遺伝的アルゴリズムの手順を示す．

手順1　初期個体群として，あらかじめ設定されている個数の3重構造文字列型の部分個体をもつ個体を乱数により発生させる．

手順2　各個体（部分個体）の適合度を遺伝子型からデコードされた表現型に基づいて計算し，終了条件

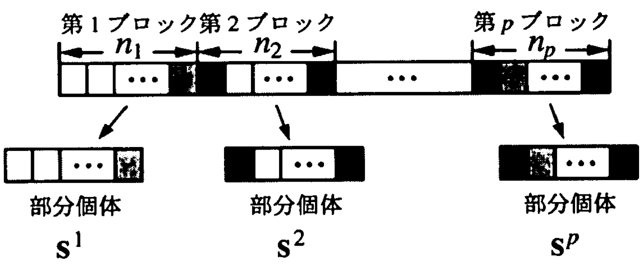

図4　個体表現

	r^j				･･･ブロックの優先順位
$\mathrm{s}^j=$	$\nu^j(1)$	$\nu^j(2)$	･･･	$\nu^j(n_j)$	･･･変数の添字
	$g^j_{\nu^j(1)}$	$g^j_{\nu^j(2)}$	･･･	$g^j_{\nu^j(n_j)}$	･･･変数の値

図5　3重構造文字列

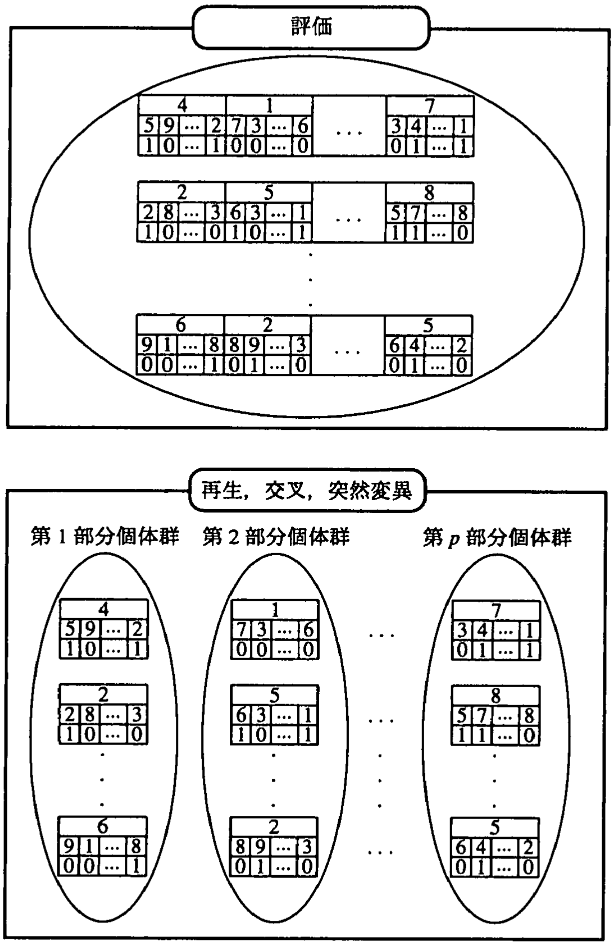

図6　個体群の分解

が満たされていれば，終了（このとき，最大適合度をもつ個体が最適個体とみなされる）．そうでなければ，手順3に進む．

手順3†　部分個体単位で再生を行う．

手順4†　交叉率 p_c にしたがって，部分個体単位で交叉を行う．

手順5†　突然変異率 p_m にしたがって，部分個体単位で突然変異を行う．

手順6　交叉率 p_c にしたがって，個体単位で交叉を行う．

手順7　突然変異率 p_m にしたがって，個体単位で突然変異を行う．その後，手順2に戻る．

上記のアルゴリズムにおいて，†のついた手順は，部分個体単位で独立に実行することができ，効率的な計算が可能となる．ここでは，この3重構造文字列表現を用いた分解手続きを含む遺伝的アルゴリズムの詳細については述べないが，興味のある読者は加藤らの論文[8]を参照いただければ幸いである．

さて，これまでに述べた角型構造の多目的0-1計画問題に対する遺伝的アルゴリズムを用いたファジィ計画法のアルゴリズムをまとめると次のようになる．

遺伝的アルゴリズムを用いたファジィ大規模多目的0-1計画法のアルゴリズム

手順1　問題(11)の与えられた制約領域における各目的関数の個別の最小値 $z_i^{\min}$ と最大値 $z_i^{\max}$ を3重構造文字列表現を用いた分解手続きを含む遺伝的アルゴリズムの適用により求める．

手順2　意思決定者は，これらの値を考慮して，各目的関数に対する意思決定者のファジィ目標を表すメンバシップ関数を決定する．

手順3　問題(13)を解く．この際，問題(13)が角型構造の0-1計画問題であるので，3重構造文字列表現を用いた分解手続きを含む遺伝的アルゴリズムの適用が可能となる．そして，得られた解がファジィ目標を考慮した角型構造の多目的0-1計画問題に対する意思決定者の満足解となる．

本節では，大規模0-1計画問題に対する遺伝的アルゴリズムを用いたファジィ計画法について述べてきたが，詳細や具体的な数値例および対話型意思決定やファジィパラメータを含む場合への拡張に関しては，加藤らの論文[8～10]を参照していただければ幸いである．

4．おわりに

本稿では，大規模多目的ファジィ計画法として，大規模計画においてしばしば見受けられる角型特殊構造を有する多目的線形計画問題と多目的0-1計画問題に焦点をあて，各目的関数に対する意思決定者の人間としての判断のあいまい性を考慮するためのファジィ目標を導入し，Bellman と Zadeh のファジィ決定における最大化決定に基づく解を求めるための問題を定式化したのち，この問題が角型構造を保持していることに注目して，特殊構造を利用した Dantzig-Wolfe の分解手法に基づく解法と分解手続きを含む遺伝的アルゴリズムによる解法について解説した．

参考文献

[1] R. E. Bellman and L. A. Zadeh: Decision making in a fuzzy environment, Management Science, Vol. 17, pp. 141-164 (1970).

[2] G. B. Dantzig and P. Wolfe: The decomposition algorithm for linear programming, Econometrica, Vol. 29, pp. 767-778 (1961).

[3] A. M. Geoffrion: Elements of large-scale mathe-

matical programming—PART I—, Management Science, Vol. 16, pp. 652-675 (1970).

[4] A. M. Geoffrion: Elements of large-scale mathematical programming—PART II—, Management Science, Vol. 16, pp. 676-691 (1970).

[5] A. M. Geoffrion: Primal resource-directive approaches for optimizing nonlinear decomposable systems, Operations Research, Vol. 18, pp. 375-403 (1970).

[6] D. E. Goldberg: *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison Wesley, Massachusetts (1989).

[7] J. H. Holland: *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Michigan (1975).

[8] K. Kato and M. Sakawa: Genetic algorithms with decomposition procedures for fuzzy multiobjective 0-1 programming problems with block angular structure, Proceedings of 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation, pp. 706-709 (1996).

[9] 加藤浩介, 坂和正敏, 池亀敏則: 角型構造の多目的 0-1 計画問題に対する遺伝的アルゴリズムによる対話型ファジー満足化手法, 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J 80-A, No. 7, pp. 1146-1152 (1997).

[10] K. Kato and M. Sakawa: An interactive fuzzy satisficing method for large-scale multiobjective 0-1 programming problems with fuzzy parameters through genetic algorithms, European Journal of Operational Research, Vol. 107, pp. 590-598 (1998).

[11] L. S. Lasdon: *Optimization Theory for Large Scale Systems*, Macmillan, New York (1970); 志水訳: 大規模システムの最適化理論, 日刊工業新聞社 (1973).

[12] 坂和正敏: 経営数理システムの基礎〈線形計画法に基づく意思決定〉, 森北出版 (1991).

[13] M. Sakawa: *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization*, Plenum Press, New York (1993).

[14] M. Sakawa: *Large Scale Interactive Fuzzy Multiobjective Programming*, Phisica-Verlag, Heidelberg (2000).

[15] M. Sakawa: *Genetic Algorithms and Fuzzy Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, New York (2001).

[16] 坂和正敏, 乾口雅弘, 澤田一哉: 角型構造の大規模線形計画問題に対するファジー計画法, 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J 77-A, No. 3, pp. 430-438 (1994).

[17] 坂和正敏, 加藤浩介: ファジィパラメータを含む大規模多目的線形計画問題に対する対話型ファジィ満足化手法, 日本ファジィ学会誌, Vol. 8, No. 3, pp. 547-557 (1996).

[18] 坂和正敏, 加藤浩介, 茂原英樹: 角型構造の大規模多目的ファジィ線形計画問題に対する分解手法の有効性, 日本ファジィ学会誌, Vol. 9, No. 5, pp. 747-754 (1997).

[19] M. Sakawa and F. Seo: Interactive multiobjective decisionmaking for large-scale systems and its application to environmental systems, IEEE Transactions Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-10, pp. 796-806 (1980).

[20] 坂和正敏, 田中雅博: 遺伝的アルゴリズム, 朝倉書店 (1995).

[21] 澤田一哉, 坂和正敏: 角型構造の大規模多目的線形計画問題に対する対話型ファジィ満足化手法, 日本ファジィ学会誌, Vol. 6, No. 4, pp. 669-678 (1994).