【著書紹介】

「経営科学のニューフロンティア」シリーズ—9

小島政和/土谷　隆/水野眞治/矢部　博　著

内点法

朝倉書店（285 頁）

20 世紀半ばに提案された線形計画法とその解法である単体法により，数理計画法の歴史が始まった．それ以来，コンピュータ技術の進歩と歩調を合わせ，数理計画法は着実に進歩してきたが，20 世紀の終わりの 15 年間に飛躍的に進歩した．その原動力の 1 つとなったのが，1984 年に提案された Karmarkar 法を契機として急速に発達してきた内点法である．内点法は，多くの研究者の努力により着実な進歩を遂げ，1990 年代には大規模な線形計画問題を高速に解くアルゴリズムとして単体法を凌ぐほどに成長した．

現在では内点法は数理計画の幅広い分野に大きな影響を及ぼしている．特に，一般の凸計画問題，とりわけ，半正定値計画問題へ内点法が拡張された意義は大きい．さらに，半正定値計画緩和の組合せ最適化問題への応用は，現在，脚光をあびているホットなテーマである．

第 1 章では，内点法の立場から数理計画法を概観している．前半は数理計画法について，後半ではより一般的な立場から数理計画法で内点法の果たしている役割についてふれる．本章を読むだけで内点法の大まかな数理計画法での役割が把握できる．

第 2 章では，簡単な線形計画問題の例から始めて，線形計画問題の基本的な性質である双対性および相補性，さらに，単体法および内点法の基本的な考え方を説明する．線形計画法に関しては多くの参考書が出版されているが，そのほとんどが単体法中心であるのに対して，この章は内点法を強く意識したものになっており，線形計画法についてご存知の方も本章を読むことで新たな発見がある可能性がある．また，本章は 3 章以降の理解の助けとなる．

線形計画問題に限っても多くの種類の内点法が提案されており，大きく第 3 章で扱う主内点法と第 4 章で扱う主双対内点法の 2 つに分類できる．第 3 章では，Karmarkar 法，アフィンスケーリング法，ポテンシャル減少法，パス追跡法，解析的中心追跡法が紹介されている．これらは総て，主問題のみの情報で探索方向を生成する主内点法である．第 4 章では，アフィンスケーリング法，パス追跡法，ポテンシャル減少法などの主双対内点法が紹介される．主双対内点法は，2 章で紹介された線形計画問題の基本的な性質である双対性と相補性から得られる情報を主問題に追加して解く方法である．これにより，内点法は理論的にも実用的にも大幅に強化され，大規模な線形計画問題を高速に解くことが可能になった．4 章の章末で紹介する内点法のソフトウェアでも主双対内点法が採用されている．

第 5 章以降の 4 章では非線形計画問題への拡張について述べている．内点法の非線形計画法への拡張は大きく分けて，線形計画問題，凸 2 次計画問題，線形相補性問題（第 5 章），一般の非線形計画問題（第 8 章）という流れと，線形計画問題，凸計画問題および凸錘上の線形計画問題（第 6 章，第 7 章）という流れの 2 つの流れがある．前者の流れでは非線形計画問題最適性条件が相補性問題として記述できることが基本的な役割を果たす．後者の流れは，Nesterov と Nemirovskii による凸計画問題および凸錘上の線形計画問題に対する多項式内点法の基礎理論を背景としている．

第 8 章の章末では実用化されたソフトウェアを紹介し，その計算実験が報告されている．従来の逐次 2 次計画法や乗数法と遜色ない性能が達成されていることが示されており，より大規模な非線形計画問題への適用が期待される．

本書は，世界的にも第一線の内点法の研究者である 4 人の著者により書かれている．その 4 人による力作である本書を読むだけで，内点法についてその全体像が良くわかるようになっている．本書全体を通じて，技術的な細部に踏み込むことなく内点法の本質が読者に伝わるようになっている．各章はかなり独立しているので，線形計画法および内点法に触れたことがあれば，第 3 章以降の興味のある章だけ読むこともできる．

（大屋　隆生）