

ハブ空港の配置モデル

佐々木 美裕

1. はじめに

「ハブ空港」という言葉を耳にするようになって久しい。10年ほど前までは耳慣れない言葉であったが、日本でも関西空港が開港された1990年代半ばから、マスコミ等でも頻繁に「ハブ空港」という言葉が使われるようになった。

米国では、1940年以来、航空規制緩和が行われるまでの約40年間、CAB（民間航空委員会）が国内航空において絶対的権力を持っていた。その規制の範囲は、新規航空会社の参入から既存会社の新規路線の開設にまで及び、価格競争さえも認められなかった。増便等の非価格競争は認められていたため、各社はサービス向上のために増便を計ったが、結果として非効率な輸送をすることになり、成功には至らなかった。

しかし、1978年に規制が緩和され、CABは事実上解体、同時にその権力も失った。これによって、自由競争の時代に突入し、各社は一斉に独自のハブ空港の設置とそれを中心にした新しいハブ・アンド・スポークネットワークの構築に注目するようになった。

ハブ空港とは、乗り換え空港となる大きな空港のことである。機内誌などに掲載されている航空路線図を見ると、ハブ空港を中心に路線が放射状に描かれているが、この形が自転車の車輪のハブを中心にスポークが広がっている形によく似ていることから、ハブを中心とする形態のネットワークのことを「ハブ・アンド・スポークシステム」または「ハブ・アンド・スポークネットワーク」と呼ぶ。

米国内の航空需要は広範囲に点在しており、この需要を効率よくカバーすることが航空会社にとって重要な課題である。もちろん、すべての需要点（空港）間に直行便を設けることによって全需要をカバーすることもできるが、この場合、運行する路線数が非常に多

くなり、極めて非効率的である。ハブ・アンド・スポークネットワークを構築することにより、広範囲に点在する乗客を効率よく運べるようになることは航空会社にとって大きなメリットである。また、ハブ空港間に乗客が集中するため、単位人数あたりの費用の削減が期待できる¹ことも重要なポイントである。乗客にとっては、乗り換えを余儀なくされるため不便になるように感じられるが、実際は、路線数が減少することによって、逆に1つ1つの路線では便数が増えるため、選択の幅が広がるというメリットがある。

オペレーションズ・リサーチの世界において、ハブ空港配置問題が扱われるようになったのは米国の規制緩和から8年後、1986年のことである。O'Kelly[15]が平面上に1つまたは2つのハブ空港を配置するモデルを定式化したことに始まる。翌1987年には、同じくO'Kelly[16]が、与えられたハブ空港候補から、総輸送費用を最小化する p 個のハブ空港を選択するモデルを提案した。これは、先に提案したモデルの離散版とも言える。彼は、このモデルを2次整数計画問題として定式化し、2つの近似解法を提案した。O'Kellyのこれら2つの論文を皮切りに、ハブ配置問題の研究は発展した。

本稿では、O'Kelly[16]の論文に始まるハブ空港配置モデル²の研究について紹介する。ハブ空港配置モデルの研究は、2つの大きな流れに沿って発展してきた。1つは、O'Kellyのモデルに対する近似解法の提案を軸にする流れであり、もう1つは、O'Kellyのモデルの線形化モデルを考え、線形計画問題を解くことによって厳密解を求めようという流れである。次節以降、ハブ空港配置モデルの説明に引き続き、これまでの研究の概略を紹介し³、今後の課題について考えたい。

¹ これをスケールエコノミーという。

² 平面上のハブ配置問題、通信ネットワークにおけるハブ配置問題等については、Campbell[3]を参照のこと。

³ 詳細については、Bryanら[2]を参照のこと。

2. ハブ空港配置モデルの分類

ハブ空港配置モデルは、ハブでない空港がハブ空港に接続する方法によって、Single Allocation Model と Multiple Allocation Model の2つに大きく分けられる。この節では、それぞれのモデルについて紹介する。

2.1 Single Allocation Model

Single Allocation Model では、ハブでない空港は唯一のハブ空港にのみ接続可能であり、ハブ空港間はずべて直接接続するものとしている(図1)。従って、異なるハブに接続している空港間の移動に際しては必ず2つのハブ空港を経由することになり、同じハブに接続している空港間の移動の場合は、1つのハブ空港を経由して移動することになる。以下に、O'Kelly [16]の総輸送費用の最小化を目的としたモデルを紹介する。

Single Allocation Model:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_i \sum_j W_{ij} \left(\sum_k z_{ik} C_{ik} + \sum_m z_{jm} C_{jm} \right. \\
 & \left. + \alpha \sum_k \sum_m z_{ik} z_{jm} C_{km} \right) \\
 \text{s.t.} \quad & (n-p+1)z_{ij} - \sum_i z_{ji} \geq 0 \quad \forall j \\
 & \sum_k z_{ik} = 1 \quad \forall i \\
 & \sum_k z_{kk} = p \\
 & z_{ik} \in \{0, 1\}
 \end{aligned}$$

ここで、

n : すべての空港数,

p : 選択するハブ空港の数,

α : ディスカウントファクター ($0 \leq \alpha \leq 1$),

W_{ij} : 空港 i, j 間の需要,

C_{ij} : 空港 i, j 間の単位人数あたりの輸送費用,

である。決定変数は、

$$z_{ik} = \begin{cases} 1: \text{空港 } i \text{ がハブ空港 } k \text{ に接続する,} \\ 0: \text{空港 } i \text{ がハブ空港 } k \text{ に接続しない.} \end{cases}$$

$$z_{kk} = \begin{cases} 1: \text{空港 } k \text{ はハブ空港である,} \\ 0: \text{空港 } k \text{ はハブ空港ではない.} \end{cases}$$

である。

ディスカウントファクターとは、ハブ空港間の輸送費用の割引率を表すパラメータであり、いわばスケールエコノミーの程度を表している。ここでは、ハブ空港間を移動する乗客の数に関係なく一定であると仮定している。

このモデルは、 p -メディアン問題[6, 11]によく似ているが、目的関数に2次の項が入っていることが大きな違いである。 p -メディアン問題では、施設の配置が決まれば、各需要点を最も近い施設へ割り当てることによって、総移動距離最小の厳密解が容易に求められる。しかし、Single Allocation Model では、ハブ空港の配置が決まっても、ハブでない空港をどのハブ空港に接続するかを決める問題は、簡単には解くことができない[23]。なぜなら、Single Allocation Model では、ハブでない空港を最も輸送費用の安い空港へ接続したとしても、すべてのルート(出発地から目的地までたどる経路)の輸送費用を最小化することにはならないからである。

ディスカウントファクター α は小さいほどハブ空港間の移動費用の割引率が高くなる。 $\alpha=0$ (ハブ空港間の移動費用がタダ)のときは、目的関数は線形となり、ハブでない空港はすべて最も輸送費用の安いハブ空港へ接続することになる。一方、 $\alpha=1$ のときは、ハブ空港間にはディスカウントがないことを示している。

2.2 Multiple Allocation Model

Multiple Allocation Model では、ハブでない空港は、複数のハブ空港に接続可能である(図2)。そのため、Single Allocation Model に比べると、運行する路線の数は多くなるが、乗客にとっては移動距離

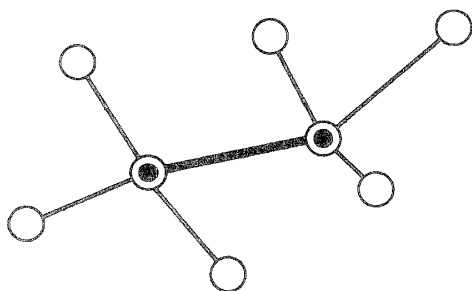


図1 Single Allocation Model

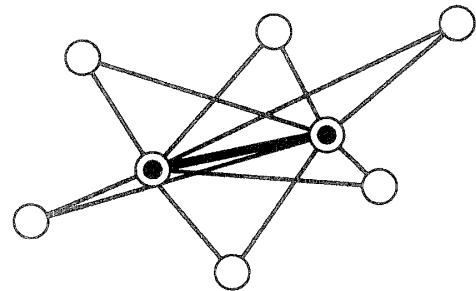


図2 Multiple Allocation Model

(時間) が短くなるという利点がある. Multiple Allocation Model をはじめて提案したのは, Campbell [4] である. 以下に, Multiple Allocation Model を紹介する.

Multiple Allocation Model:

$$\begin{array}{ll}
 \min & \sum_i \sum_j \sum_k \sum_m W_{ij} (C_{ik} + \alpha C_{km} + C_{mj}) x_{ijkm} \\
 \text{s.t.} & \sum_k y_k = p \\
 & \sum_m x_{ijkm} = 1 \quad \forall i, j \\
 & \sum_m x_{ijkm} - y_k \leq 0 \quad \forall i, j, k \\
 & \sum_k x_{ijkm} - y_m \leq 0 \quad \forall i, j, m \\
 & y_k \in \{0, 1\}
 \end{array}$$

記号については, Single Allocation Model と同様である. 決定変数は,

x_{ijkm} : 空港 i から空港 j へ移動する乗客のうち, ハブ空港 k, m を経由する割合,

$$y_k = \begin{cases} 1: \text{空港 } k \text{ はハブ空港である,} \\ 0: \text{空港 } k \text{ はハブ空港ではない.} \end{cases}$$

である.

Multiple Allocation Model では, ハブ空港の配置が決まれば, 各 OD ペア (出発地と目的地のペア) 間の最短 (最小費用) 経路を求める問題になり, 容易に厳密解を求めることができるという点で k -メディアアン問題と似ている. 実際, 1つの OD ペアを k -メディアアン問題におけるノードとみなすと, Multiple Allocation Model は, k -メディアアン問題に帰着できる [4]. このことから, Campbell はこのモデルのことを “ k -hub median problem” と呼び, 今では広くこの名前が用いられている.

$\alpha=1$ の場合, ハブ空港間にディスカウントがないので, 輸送費用間に三角方程式が成り立っていると仮定すると, すべてのルートにおいて, 経由するハブ空港の数が1つとなる [17]. このようなモデルを 1-Stop Model といい, 2-Stop Model (経由するハブ空港の数が最大 2) の特殊ケースであると考えられるが, 1-Stop Model の特徴を利用したモデルも提案されている [24]. また, $\alpha=0$ の場合は, ハブ空港間の輸送費用がタダとなるので, ハブでない空港は, 最も輸送費用の安いハブ空港のみに接続することになり, Single Allocation Model となる.

3. ハブ空港配置モデルの解法

この節では, Single Allocation Model の解法を中心に説明する.

3.1 近似解法

2章で紹介したように, Single Allocation Model は, 目的関数に2次の項を含むために, 問題が難しくなっている. 従って, 初期のころは近似解法の提案が研究の主流であった.

O’Kelly [16] は, このモデルの解法として, 数え上げを基本とした Heur 1 と Heur 2 という2つの近似解法を提案した. どちらの解法においても, 輸送費用は空港間の距離に比例すると仮定している. Heur 1 では, ハブでない空港は最も近いハブ空港に接続するものとし, Heur 2 は, ハブでない空港は1番目と2番目に近いハブ空港のいずれかに接続するとしている. どちらの近似解法においても, 配置するハブ空港の組み合わせについては全列挙している. すなわち, 10個の候補から3つのハブ空港を選択する場合には, ハブ空港の配置を全列挙すると120通りあり, Heur 1 では, この120通りについて, それぞれ, ハブでない空港が最も近いハブ空港に接続した場合の総費用を求め, その中から費用最小の組合せを求めている. Heur 2 では, 7つのハブでない空港それぞれが, 1番目か2番目のいずれかのハブ空港に接続するので, 1組のハブ空港の配置の組合せに対して接続のパターンが128通りとなり, 全部で $120 \times 128 = 15360$ 通りについて総費用を求めることになる. $k=2$ の場合は, Heur 2 では全列挙することになり, 厳密解を求めることができる. O’Kelly は, CAB データ⁴ を用いて, この2つの近似解法を比較した.

Klincewicz [12] は, 距離が近いという基準だけで接続するハブ空港を決めるのではなく, 需要も考慮して決める方法を用いた. さらに, 近似解を改善するために, exchange heuristic と clustering heuristic の2つの解法を提案した. また, Klincewicz [13] では, タブー探索や GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) を用いた近似解法を提案している. 計算機実験の結果, これらの近似解法は, 比較的サイズの大きい問題に対して, 高速に近似解を求めることができるという特徴を持つことが報告され

⁴ CAB が1970年に報告した主要25都市間の航空需要データ, 現在でもベンチマーク用として広く用いられている.

ている。

Campbell[5]は、exchange heuristicを用いて Multiple Allocation Model の近似解を求め、その解を元に Single Allocation Model の解を構成する方法を用いた ALLFLO と MAXFLO と呼ばれる2つの近似解法を提案している。どちらの解法においても、ハブ空港の配置に関しては Multiple Allocation Model の近似解をそのまま用い、ハブ空港への接続についてのみ、近似解から再構成する方法を用いている。

これまで紹介した研究は、ハブ空港の配置よりも、ハブ空港への接続に注目し、接続するハブ空港の決定方法の改善を基本とした近似解法ばかりであった。Skorin-Kapov ら[20]は、接続の決定だけでなく、ハブ空港の配置も同様に重視し、双方にタブー探索を適用した TABUHUB と呼ばれる近似解法を提案した。ベンチマークテストの結果、すべてのテスト問題において、O'Kelly の Heur 1 や Heur 2 よりもよい解を求めることができたと報告している。現在でも、TABUHUB の結果が最もよいとされている。

よりよい上界値を求めようという研究が進む一方、O'Kelly ら[17]は、下界値を計算する新しい方法を提案した。Skorin-Kapov ら[20]が求めた上界値とのギャップを求め、未知である厳密解に近付いていることを示した。

3.2 線形モデルを用いた解法

さまざまな近似解法が提案される一方、ハブ配置モデルにおいて難しさの原因となっている2次の項をなくした線形モデルについて提案する動きがあった。目的関数を線形にし、0-1変数を線形緩和してモデルの厳密解を求めたときに、すべての0-1変数が整数になれば、それは元の問題の厳密解である。線形モデルを解く方法によって大規模な問題の厳密解を求められることが期待された。ただし、整数解が得られなければ意味がないので、なるべく多くの問題で整数解が得られるようなモデルを提案することに関心が集中し、新たな研究の流れがここから始まった。

Campbell[4, 5]は、Single Allocation Model の目的関数を線形関数で表したモデルを提案した。Skorin-Kapov ら[21]は、Campbell のモデルは制約条件が緩いため、線形緩和したモデルを解いても、ほとんどの場合、ハブ空港の配置を表す0-1変数が整数にならないことを指摘し、よりきつい制約を与えた新しいモデルを提案した。CAB のベンチマークテスト

の結果、ほとんどの場合において整数解が得られたと報告している。この研究により、ベンチマークテスト問題の厳密解が求められ、大きな功績となった。さらに、O'Kelly ら[18]は、明らかに不要なルートを事前にモデルから削除するなどの方法を用いてこのモデルを改良し、計算時間の短縮をはかった。

Ernst ら[8]は、1つのノード(空港)からの乗客のフローを1つの品種と見なして多品種流問題風の新しい線形モデルを提案し、SA (Simulated Annealing) に基づく近似解法を提案している。このモデルは、Skorin-Kapov ら[21]のモデルに比べると、制約は緩いが、変数と制約条件の数が少なくなっており、比較的規模の小さい問題に関しては、SA によって高速に厳密解が求められる。Ernst ら[9]では、さらに変数と制約条件の数が少ない線形モデルを提案し、最短路問題を用いた近似解法を提案している。

これまで紹介した解法では、しばしば厳密解が求められるものの、厳密解法を用いていたわけではない。ハブ配置モデルの研究が始まって以来、ほとんど厳密解法については研究されてこなかったが、最近になって、Ernst ら[9, 10]は、分枝限定法による厳密解法を提案している。

4. 拡張モデル

基本的な Single Allocation Model と Multiple Allocation Model の近似解法の開発や新しい定式化の提案が進む一方で、これらのモデルそのものを改良あるいは拡張しようという研究の流れがあった。

Campbell[4]は、ハブ配置モデルを「メディアン型」「センター型」「カバリング型」「容量非制約型」の4つのタイプに分類した。モデルの解法については触れていないものの、それぞれ、Multiple Allocation Model と Single Allocation Model の定式化を与え、さらに、枝(航路)の容量下限制約を加えた拡張モデルも提案している。実際には、その後、メディアン型以外のモデルに関する研究はあまりされていないが、これをきっかけにさまざまなタイプのモデルが提案されるようになった。

Aykin[1]は、ハブでない空港間の直行便も含めたモデルを考え、分枝限定法による厳密解法と SA を用いた近似解法を提案している。直行便を許さない場合の結果との比較を行い、両者のハブ空港の配置の違いについて報告している。

O'Kelly ら[19]は、従来のハブ空港配置モデルにお

けるディスカウントファクターの扱いについて一石を投じた。ハブ空港間のディスカウントファクターは需要量に関係なく一定とされてきたが、実際は需要量によって決まるべきであると主張し、輸送費用が区分線形な凹関数となる新しいモデルを提案した。

Marianovら[14]は、すでにハブ空港を配置している状態を想定し、新たに競合する会社がハブ空港を配置する場合のハブ配置モデルを提案している。比較的単純なモデルではあるが、これが、他社との競争を考慮した最初のハブ配置モデルである。

Eberyら[7]は、容量制約付き Multiple Allocation Model を考えた。容量制約が付くと、Multiple Allocation Model でも、接続するハブ空港を決める問題が簡単には解けなくなるため、問題が難しくなる。彼らは、最短路問題を用いた近似解法と分枝限定法を用いた厳密解法を提案しているが、厳密解法に関しては、規模の小さい問題にしか適用できず、規模の大きい問題を解くことを今後の課題として残している。

ここまで紹介した拡張モデルでは、どれもハブの配置と接続の決定の双方を扱っているが、一方では、ハブの配置は既知とし、接続のみを決定するモデルも提案されている。Sohnら[22]は、2つのハブの配置を既知として、接続のみ決定する問題を扱っている。この問題の線形化モデルにおいて、多面体のすべての端点が整数になっていることを示し、多項式アルゴリズムを提案した。ハブ候補の数を n とすれば、2つのハブの組合せは高々 $(1/2)n(n-1)$ であるので、 $p=2$ であれば、Single Allocation Model を解く多項式アルゴリズムが存在することが示されたことになる。さらに、Sohnら[23]は、ハブの数を3に拡張したモデルを扱い、分枝限定法による厳密解法を提案している。ただし、この解法はハブの数が4つ以上の場合には適用できないので、4つ以上の場合の解法については、今後の課題としている。

5. 今後の課題

この10数年間にわたる研究によって、基本的なハブ配置モデルに対し、ベンチマークテスト問題の厳密解を求めるという1つの目標を達成したこともあり、前節で紹介したように、最近ではさまざまな拡張モデルが注目されるようになってきている。本節では、これらのハブ空港の拡張モデルに残された今後の課題について、筆者の見解も交えて述べる。

本稿では触れなかったが、ハブ配置モデルは、航空

路のハブ以外にも通信ネットワーク上のハブや配送計画問題のデポ（ハブ）の配置にも応用される。これらは、すべて同じ「ハブ配置モデル」として扱われがちであるが、航空路のハブ配置モデルには、他のハブ配置モデルとは大きく異なる点が1つある。それは、運ぶモノに「意志」があるという点である。単純なことではあるが、実用的なモデルを考える上では、問題を難しくする1つの要因であるといえる。運ぶモノがデータや荷物であれば、それらに意志はないので、「このルートで運ぶ」と一方的に決めれば何も問題は起こらない。しかし、航空路のハブを考える場合、「この人はこのルートで目的地へ輸送する」と決めても、運ぶモノに意志がある以上、一方的にルートを決められない状況になりかねない。すなわち、会社側の利便性だけを考えてネットワークを構築した結果、利用者にとって不便なルートになってしまった場合、利用者の意志によって、利用してもらえないかもしれないのである。市場を完璧に独占できると仮定すれば、利用者にも選択肢がないので、このようなことは起きないが、実際そのような状況に置かれることはまれであろう。

ハブ空港の配置モデルを考える上で、実際的なモデルの構築を目指すのであれば、上記の点を考慮し、他社との価格競争や乗客との競争を考慮したモデルを考えることが重要になってくると思われる。そうすることによって、乗客の意志を反映できるようになるだろう。また、他社の存在を考慮したモデルを考えるにあたり、共同運航等、実際に航空会社が行っているサービスも考慮したモデルを考えることも今後の課題として興味深い。

他社との競争を考慮してネットワークを構築する場合、採算の合わない便の運航を中止することも視野にいれるのが自然である。従って、枝（路線）の容量下限制約を設けて、一定の乗客が利用しないものは廃止することを考慮したモデルを考えることも必要になる。枝の容量下限制約付きモデルについては、すでに、Campbell[4]が提案しているが、従来のモデルに比べて0-1変数が非常に多いため、実際には解法の提案はされていない。今後は、解法の構築も視野に入れてモデル化を工夫する必要があるだろう。

費用に関しては、今までは、主に輸送距離に依存した費用のみを考えることが多かった。しかし、実際には、空港への着陸料、駐機料、燃料税等が運航費用に大きな影響を及ぼしているのが現状である。これらの費用も考慮することによって、新たな拡張モデルの構

築が期待できる。

これまで説明したように、新しい制約を付け加えたり、さまざまな要素を盛り込むことによって、モデルの拡張が可能である。しかし、問題がいつそう難しくなり、解くことが困難になる可能性が高いこともまた事実である。航空会社がハブ空港を頻繁に変更することは少ないのが現実であることも考えると、ハブの配置は既知として、接続の決定を考えるモデルについて効率のよい解法を構築することが今後の課題であるといえるのではないだろうか。

6. おわりに

本稿では、ハブ配置モデルの研究について解説した。モデルが提案されてから、この10数年にわたって、2つの大きな研究の流れがあった。1つは、O'Kellyが最初に提案したSingle Allocation Modelに対して、近似解法を開発していく流れである。これは、ハブ配置モデルの研究の初期のころに主流であり、最初にO'Kellyがテストデータとして用いたCABデータを用いた問題をベンチマークとして、よりよい上界値を求める競争が始まった。同時に下界値を求める解法も提案され、その差が縮まるにつれて、研究者たちの興味は未知の厳密解を求めることにうつっていった。その流れを汲んで、90年代後半からは、線形化モデルを用いて厳密解を求めようという新たな試みが注目され、目的関数を線形化したり、きつい制約を加えるなどの工夫を凝らしたモデルが次々と提案された。その結果、ベンチマークテストの大部分の問題の厳密解を得ることに成功し、注目を浴びた。この方法は、必ず厳密解が求められる保証はないという点で、厳密解法とは言えないが、最近では、線形化モデルを基本とした厳密解法の研究もいくつか発表され、計算機実験で非常によい結果を出している。

この10数年間にハブ空港配置モデルの研究は進展し、大きな目標であったO'Kelly[16]のモデルを基本とするモデルに対する解法の面からの研究は、今1つの区切りを迎えているといえるだろう。最近、注目されつつあるさまざまな拡張モデルに関して、今後、どのような流れで研究が進んでいくのか楽しみである。

参考文献

- [1] T. Aykin: "Networking policies for hub-and-spoke systems with application to the air transportation system", *Transportation Science*, 29, pp. 201-221, 1995.
- [2] D. Bryan and M. O'Kelly: "Hub-and-spoke networks in air transportation: an analytical review", *Journal of Regional Science*, 39, pp. 275-295, 1999.
- [3] J. F. Campbell: "A survey of network hub location", *Studies in Locational Analysis*, 6, pp. 31-49, 1994.
- [4] J. F. Campbell: "Integer programming formulations of discrete hub location problems", *EJOR*, 72, pp. 387-405, 1994.
- [5] J. F. Campbell: "Hub location and the p -hub median problem", *Operations Research*, 44, pp. 923-935, 1996.
- [6] M. S. Daskin: *Network and Discrete Location*, Wiley Interscience, New York, 1995.
- [7] J. Ebery, M. Krishnamoorthy, A. Ernst and N. Boland: "The capacitated multiple allocation hub location problem: Formulations and algorithms", *EJOR*, 120, pp. 614-631, 2000.
- [8] A. Ernst and M. Krishnamoorthy: "Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p -hub median problem", *Location Science*, 4, pp. 139-154, 1996.
- [9] A. Ernst and M. Krishnamoorthy: "Exact and heuristic algorithms for the uncapacitated multiple allocation p -hub median problem", *EJOR*, 104, pp. 100-112, 1998.
- [10] A. Ernst and M. Krishnamoorthy: "An exact solution approach based of shortest-path for p -hub median problems", *INFORMS Journal on Computing*, 10, pp. 149-162, 1998.
- [11] S. L. Hakimi: "Optimum distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems", *Operations Research*, 13, pp. 462-475, 1965.
- [12] J. G. Klincewicz: "Heuristics for the p -hub location problem", *EJOR*, 53, pp. 25-37, 1991.
- [13] J. G. Klincewicz: "Avoiding local optima in the p -hub location problem using tabu search and GRASP", *Annals of Operations Research*, 40, pp. 283-302, 1992.
- [14] V. Marianov, D. Serra and C. ReVelle: "Location of hubs in a competitive environment", *EJOR*, 114, pp. 363-371, 1999.
- [15] M. O'Kelly: "The location of Interacting hub facilities", *Transportation Science*, 20, pp. 92-106, 1986.
- [16] M. O'Kelly: "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities", *EJOR*, 32, pp. 393-404, 1987.

- [17] M. O’Kelly, D. Skorin-Kapov and J. Skorin-Kapov: “Lower bounds for the hub location problem”, *Management Science*, 41, pp. 713-721, 1995.
- [18] M. O’Kelly, D. Bryan, D. Skorin-Kapov and J. Skorin-Kapov: “Hub network design with single and multiple allocation: a computational study”, *Location Science*, 4, pp. 125-138, 1996.
- [19] M. O’Kelly and D. Bryan: “Hub location with flow economies of scale”, *Transportation Research*, 32, pp. 605-616, 1998.
- [20] D. Skorin-Kapov and J. Skorin-Kapov: “On tabu search for the location of interacting hub facilities”, *EJOR*, 73, pp. 502-509, 1994.
- [21] D. Skorin-Kapov, J. Skorin-Kapov and M. O’Kelly: “On tabu search for the location of interacting hub facilities”, *EJOR*, 73, pp. 502-509, 1994.
- [22] J. Sohn and S. Park: “A linear program for the two-hub location problem”, *EJOR*, 100, pp. 617-622, 1997.
- [23] J. Sohn and S. Park: “The single allocation problem in the interacting three-hub network”, *Networks*, 35, pp. 17-25, 2000.
- [24] M. Sasaki, A. Suzuki and Z. Drezner: “On the selection of hub airports for an airline hub-and-spoke system”, *Computers & Operations Research*, 26, pp. 1411-1422, 1999.