P-ノードセンター問題の新解法：アルゴリズムと計算結果

Mark S. Daskin（訳：鈴木　勉）

要　約

P-ノードセンター問題は，需要ノードとノードが割り当てられる施設の間の最大距離を最小にするように，ネットワークのノード上に*P*個の施設を配置する問題である．この論文の目的は，最大距離についてバイナリ探索を行うことによってこの問題をどのように解くことができるかを概説することにある．それぞれの最大距離について，（部分的に）最大被覆問題を解くのである．ノード数100〜900，施設数5〜200の規模の40通りの標準的テストケースについて計算結果を提示する．計算時間は全て25分以下であり，23分を超える1つの例を除けば平均計算時間は1分に満たない．本論文は，これらのテストケースに対する*P*-ノードセンター問題の最適解に関する最初の報告である．

1.　はじめに

施設配置問題は，元来，戦略的なものである．配置された施設は，公共部門であれ民間部門であれ，何年もの間使用される可能性が高い．したがって，施設を配置する際には，様々な目的と投資者の利益が考慮される必要がある．

施設配置の目的は大きく分けて2種類のものがある．旧来の配置研究の多くは，需要ノードとその配分先である施設の間の**平均距離**もしくは**総距離**の関数を最小化することに焦点を当てている．この種の伝統的なモデルは，需要ノードとそれらに最も近い施設との間の需要重み付き総距離を最小にする，*P*個の容量制約のない施設配置を求める*P*-メディアン問題（*P*-median problem）と呼ばれるものである．距離は，それぞれのノードにおける需要によって重み付けされている．Hakimi (1965) は，この問題に対する少なくとも一つの最適解が，ネットワークのノード上の配置だけからなることを示した．この拡張の一つが，容量制約付き/容量制約なしの予算制約付き施設配置問題である（Erlenkotter, 1978；Van Roy, 1986）．総距離あるいは平均距離を最小にするモデルは，総コストが商品を配送するのに必要な総距離と直接関係していることの多い民間部門の施設配置問題に最も適合している．これは特にトラック輸送の経営においてそうである．トラック積載量以下の出荷をも考慮するため，さらに複雑な配置・経路モデル（location/routing model）が必要とされている（Perl and Daskin, 1985；Laporte, Nobert, and Taillefer, 1988；Tazun and Burke, 1999）．

配置問題のもう一つの種類は，需要ノードと需要が割り当てられる施設の間の**最大距離**に着目したものである．このようなモデルはしばしば被覆モデル（covering model）と呼ばれ，最大距離は被覆距離（covering distance）と呼ばれる．中でも最も単純なモデルは，特定の被覆距離すべての需要ノードをカバーするために必要な最小数の施設の配置を探すことを目的とする集合被覆モデル（set covering model）である（Toregas, *et al.*, 1971）．集合被覆モデルは需要の大きいノードと需要の小さいノードを区別できない．すなわち，全てのノードは単に被覆距離以内で覆われていなければならないだけである．したがって，特定の距離以内に全ての需要をカバーするために必要な施設数は多過ぎることがある．このような場合，全ての需要が被覆距離以内でカバーされるという必要条件を緩めて，被覆距離以内でカバーされる需要の数を最大にするような予め決められた数（これを*P*とする）の施設を配置することを考えることができる．これが最大被覆問題（maximal covering problem）である（Church and ReVelle, 1974；Megiddo, Zemel, and Hakimi, 1983）．その代わりに，被覆距離を緩めて，

Department of Industrial Engineering and Management Sciences
Northwestern University
Evanston, IL 60208
（翻訳）すずき　つとむ　筑波大学　社会工学系
〒305-8573 つくば市天王台1-1-1

内生的に決定された被覆距離を最小にするP個の施設を配置することもできる．これがP-センター問題である（Hakimi, 1964；Minieka, 1970；Minieka, 1977；Garfinkel, Neebe, and Rao, 1977）．被覆モデルは，公共部門（Flynn and Ratick, 1988）や緊急施設配置（Kolesar and Walker, 1974；Walker, 1974；Plane and Hendrick, 1977；Belardo, *et al.,* 1984；Eaton, *et al.,* 1985；Batta and Mannur, 1990）の文脈でしばしば使われる．Schilling, Jayaraman, and Barkhi（1993）は被覆モデルについて明快なレビューを行っている．

本論文の焦点であるP-センター問題には2つの異なる形式がある．P-絶対センター問題（absolute P-center problem）は，ネットワークのリンク上のどこにでも施設が立地してもよいとするのに対し，P-ノードセンター問題（vertex P-center problem）は，ネットワーク上の離散点上（典型的にはノード上）にしか立地してはいけないとするものである．P-絶対センター問題の最適解に対する目的関数値は少なくとも2つのノードから等距離にある施設によって定義されているはずなので，nをネットワークのノード数とすれば，ネットワークのノードの集合に，$O(n^2)$のノードのペアのそれぞれから等距離にある点を$O(n^2)$のリンク上について，計$O(n^4)$の点を追加することにより，P-絶対センター問題を同等のP-ノードセンター問題に書き変えることが原則的に可能である．どちらの場合も，被覆距離でバイナリ探索を行うことによって最適解を求めることができる．それぞれの被覆距離について集合被覆問題を解き，もし必要とされる施設数がPかそれ以下であるなら，次に試す被覆距離（整数距離の場合，1を加える）は目的関数値の新しい限界値になる．Handler and Mirchandani（1979), Handler（1990), Daskin（1995）は，ノードの部分集合とリンク上のローカルなセンターだけを考慮することによって，P-絶対センター問題が解けることを概説している．

本論文は，以下，次のように構成されている．2章では，P-ノードセンター問題を解くには集合被覆問題よりもむしろ最大被覆問題が使えることを示す．3章では，アルゴリズムを用いた計算結果を，今まで求められたことのない40のテストケースに対するP-ノードセンター問題の最適解として示す．徹底的な議論のために，類似のコードを使うことによって，これらのテストケースに対するP-メディアン問題の計算結果も同様に示す．最後に4章で，結論と将来の展開について概説する．

2. 問題の定式化とアルゴリズムの記述

まずP-ノードセンター問題を整数計画問題として定式化することにしよう．そのために，ここで次のような記号を定義する．

入力・パラメータ：

I＝需要ノードの集合

J＝施設立地候補地点の集合

d_{ij}＝ノード$i \in I$と候補地点$j \in J$の間の距離

h_i＝ノード$i \in I$の需要

P＝配置する施設数

決定変数：

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{施設を候補地点 } j \in J \text{ に配置する場合} \\ 0 & \text{配置しない場合} \end{cases}$$

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ノード } i \in I \text{ の需要を候補地点 } j \in J \text{ の施設に割り当てる場合} \\ 0 & \text{割り当てない場合} \end{cases}$$

W＝需要ノードと割り当てられる施設との間の最大距離

これらの記号を用いて，P-ノードセンター問題は次のように定式化できる．

$$\text{Minimize } W \tag{1}$$

$$\text{Subject to } \sum_{j \in J} Y_{ij} = 1 \qquad \forall i \in I \tag{2}$$

$$Y_{ij} \le X_j \qquad \forall i \in I;\ \forall j \in J \tag{3}$$

$$\sum_{j \in J} X_j = P \tag{4}$$

$$W \ge \sum_{j \in J} d_{ij} Y_{ij} \qquad \forall i \in I \tag{5}$$

$$X_j \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in J \tag{6}$$

$$Y_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in I;\ \forall j \in J \tag{7}$$

目的関数(1)は，需要ノードとそれが割り当てられる施設との間の最大距離を最小にすることを意味している．制約条件(2)はそれぞれの需要ノードがいずれかの施設に割り当てられることを保証するものである．制約条件(3)は，需要ノードが，施設が配置された場合のみその施設に割り当てられ得ることを規定している．制約条件(4)は，正確にP個の施設が配置されることを表している．制約条件(5)は，割り当て変数Y_{ij}に関して最大距離を定義するものである．最後に，制約条件(6)および(7)は，標準的な整数制約である．

上に示したように，この問題は一般的にWの値に関してバイナリ探索を行うことによって解くことができる．この場合，Wのそれぞれの値について，集合

被覆問題が解かれる．しかし，これから概説するアプローチでは，集合被覆問題の代わりに最大被覆問題をサブルーチンとして用いる．アルゴリズムは次の通りである．

[最大被覆問題をサブルーチンとした整数距離による P-ノードセンター問題のアルゴリズム]

ステップ1：$D^{hi}=D^{hi}_{initial}$, $D^{low}=D^{low}_{initial}$ とする．ただし，$D^{low}_{initial}<D^{hi}_{initial}$。

ステップ2：$D=D^{hi}$ とする．

ステップ3：被覆距離 D で最大被覆問題を解く．もしカバーされた需要が全需要に等しいならばステップ4へ．さもなければ，$D^{low}=D^{hi}$ とし，D^{hi} を2倍にし（すなわち $D^{hi}=2D^{hi}$ とする），ステップ3へ．

ステップ4：$D=D^{low}$ とする．

ステップ5：被覆距離 D で最大被覆問題を解く．もしカバーされた需要が全需要より少なければステップ6へ．さもなければ，もし $D^{low}>0$ ならば $D^{hi}=D^{low}$ とし，D^{low} を半分にした（すなわち $D^{low}=[D^{hi}/2]$ とする。ただし，$[x]$ は x 以下の最大の整数とする）上で，ステップ4へ．もし $D^{low}=0$ ならば $W=0$ として終了（全ての需要が距離0でカバーできる）．

ステップ6：$D=\left[\dfrac{D^{low}+D^{hi}}{2}\right]$ とする．

ステップ7：被覆距離 D で最大被覆問題を解く．もしカバーされた需要が全需要に等しいならば $D^{hi}=D$ とする。さもなければ，$D^{low}=D+1$ とする．

ステップ8：もし $D^{hi}=D^{low}$ ならば，$W=D^{hi}$ として終了．さもなければ，ステップ6へ．

変数 D^{low} と D^{hi} は，W の値の下界値と上界値の推定値を記録追跡するために用いられている．それらをステップ1で何らかの初期値で初期化し，値を入力する．ステップ2からステップ5までは，全ての需要が距離 D^{hi} でカバーされ，かつ，全ての需要が距離 D^{low} でカバーされないことを保証するか，あるいは $D^{low}=0$ で全ての需要がカバーされることを保証するようになっている．後者のケースでは，アルゴリズムは終了し，P-ノードセンター問題に対する最適値は0となる．もし全ての需要が距離 D^{hi} でカバーできなければ，D^{low} が D^{hi} に設定され，D^{hi} はステップ3で2倍される．ステップ5で，もし全ての需要が距離 $D^{low}(D^{low}>0)$ でカバーされ得るならば，D^{hi} が D^{low} と等しく設定され，D^{low} は半減される．

ステップ6からステップ8までは，W の最適値についてのバイナリ探索である．D^{low} と D^{hi} の値の（切り下げ）平均である被覆距離 D を次の試行被覆距離として選ぶ．もし試行被覆距離以内でカバーされ得る総需要が全需要と等しいならば，W の値についての新しい上界値が試行被覆距離になる．さもなければ，整数値の距離を仮定しているので，新しい下界値が試行被覆距離に1を加えた値になる．下界値と上界値（D^{low} と D^{hi}）が等しくなったとき，アルゴリズムは終了する．

Daskin (1995) で述べられているように，最大被覆アルゴリズムはラグランジュ緩和法を用いて解かれる．ラグランジュ・プロシジャは，まだ分枝していない，大部分の需要をカバーする施設配置を分枝する分枝限定アルゴリズムに埋め込まれている．ここで，正確に最大被覆問題を解く必要がないことに注意しなければならない．上界値によってカバーする需要が全ての需要を下回るとすぐに，そのノード又はそれより下の木のノードの全ての需要をカバーすることができるわけではないことがわかるので，分枝限定木のノードを推測することができる．

分枝限定木のルートノードにおいて，ラグランジュ・プロシジャ終了後，Teitz and Bart (1968) によって概説されている P-メディアン問題のものと同様に交換探索を行うことにより，下界値の改善を試みる．これが終了した後，次の規則による可変強制プロシジャを用いる．

規則1：もしノード j がその時点での最良の実行可能解の一つでなく，$UB-LS+V_j<LB$ ならば，ノード j を解から強制的に除くことができる．

規則2：もしノード j がその時点での最良の実行可能解の一つであり，$UB-NS+V_j<LB$ ならば，ノード j を解に強制的に入れる．

ここで，

UB＝既知の最良上界値

LB＝既知の最良下界値

V_j＝解に候補地点 j を加えたときの値

LS＝ラグランジュ関数に加えられた V_j の最小値（最後の値）

NS＝ラグランジュ関数に加えられなかった V_j の最大値

これらの規則が分枝限定木の任意のノードにおいて適用されたが，我々はルートノードにおいてのみ実行された．多くの場合，これは解の中にノードを入れ込んだり排除したりするのに非常に効果があることが分かる．それらの値は，ルートノードにおいてどれだけ

表1　P-センター問題用のSITATIONのラグランジュ設定

P-CENTER LAGRANGIAN SETTINGS	
Branch and Bound	ON
Substitute at End	ON
Exclude Dominated Nodes	ON
Depth of Branch and Bound Tree	-1
Critical Percentage Difference	0.001
Number of Iterations	400
Number of Iterations at Root Node	1200
Minimum Alpha Value Allowed	0.00000001
Number of Failures Before Changing Alpha	4
No Failures Before Changing Alpha at Root Node	36
Crowder Damping Term	0.3
Restart Failure Count on Improved Solution	ON
Exchange Search on Improved Solution	OFF
Best LB in Stepsize	OFF
Lagrangian LB in Stepsize	ON
Constant	1
Slope	0.5
Display Lagrangian Progress	ON

厳しい下界値と上界値を持つかに依存する．つまり，ルートノードにおいてできる限り上下界値を改善すべく追加的にラグランジュ反復を実行するよう，最大被覆サブルーチンを実行したのである．

3．計算結果

アルゴリズムはSITATIONの拡張バージョンに実装されている．最新バージョンは著者のWebサイト(1)から利用可能である．コードはDelphi 5.0で書かれており，RAM 128 MB，650 MHz　Pentium　IIIのDELL Latitude CPx上で実行した．

anonymous FTP(2)によって利用可能なP-メディアン問題（Beasley，1985,1990）のために定義された，40個のテストケースを使って計算を行った．問題の大きさは，ノード数100～900，施設数5～200の範囲に及ぶものである．

表1は，SITATIONでP-センター問題用に使われたラグランジュ設定の値を示している．SITATIONは$D^{hi}_{initial}$および$D^{low}_{initial}$の値を必要とすることに注意していただきたい．これらの値は全ての問題に対して，それぞれ50と0に設定された．表2はP-センター問題の結果を示している．最初の列は問題あるいはファイルの名称であり，次の4列は問題環境を記述している．すなわち，第2列がオリジナルデータセットのノード数，第3列がリンク数である．距離行列の算出には全て標準的な最短路アルゴリズムが使われた．第4列は施設数，第5列はノード間の最大距離である．最後の4列は計算結果を示している．第6列はP-センターの目的関数値，第7列はラグランジュ反復数，第8列は評価された分枝限定ノード数である．どのような問題であっても，目的関数の初期の上下界値間の差を解決するために，少なくとも7回は分枝限定ノードが評価されなくてはならないことに注意していただきたい．最後に，第9列が計算時間(秒)を示している．

ノード数400以下の問題は全て1分未満のCPU時間で解かれた．解くのに23分以上を必要としたPMED 32の問題を除いて，残る39の問題の平均実行時間は1分未満であった．11個の問題が1分以上のCPU時間を必要としたが，4分以上必要としたのは4個だけであった．その内一つの問題（PMED 32）はノード数700，二つ（PMED 35，PMED 36）はノード数800，残る一つ（PMED 39）はノード数900である．このように，大規模なP-ノードセンター問題を解くには，このアプローチが効率的であるようである．

比較のために，表3および表4にP-メディアン問題用のSITATIONパラメータ設定を，そして同じ40個のテストケースの計算結果を示す．前と同様，31分を要した1つの問題（PMED 36）を除けば，残る39個の問題の平均実行時間は1分未満であった．また，同じく11個の問題が1分以上を要したが，4分以上必要としたのは2個だけであった．これらの問題はそれぞれノード数800（PMED 36）あるいは

表2　P-センター問題の計算結果

ファイル	ノード数	リンク数	センター数	最大距離	目的関数	ラグランジュ反復数	分枝限定ノード	CPU時間[秒]
Pmed1	100	200	5	299	127	9,753	38	5.77
Pmed2	100	200	10	316	98	4,531	15	2.69
Pmed3	100	200	10	388	93	3,923	9	2.20
Pmed4	100	200	20	335	74	4,286	9	2.36
Pmed5	100	200	33	312	48	121	8	0.16
Pmed6	200	800	5	198	84	5,358	13	14.78
Pmed7	200	800	10	184	64	5,416	10	9.83
Pmed8	200	800	20	220	55	9,535	45	10.76
Pmed9	200	800	40	215	37	3,967	8	3.62
Pmed10	200	800	67	169	20	4,405	8	3.90
Pmed11	300	1800	5	134	59	2,461	12	17.08
Pmed12	300	1800	10	167	51	3,305	9	20.27
Pmed13	300	1800	30	150	36	3,824	9	9.22
Pmed14	300	1800	60	179	26	6,401	8	9.34
Pmed15	300	1800	100	136	18	3,968	8	4.83
Pmed16	400	3200	5	107	47	2,415	7	35.05
Pmed17	400	3200	10	105	39	3,915	9	39.21
Pmed18	400	3200	40	141	28	4,083	10	16.64
Pmed19	400	3200	80	101	18	2,693	8	6.86
Pmed20	400	3200	133	113	13	4,816	8	8.90
Pmed21	500	5000	5	91	40	3,838	8	86.95
Pmed22	500	5000	10	113	38	1,855	10	38.61
Pmed23	500	5000	50	94	22	59,572	366	211.03
Pmed24	500	5000	100	100	15	3,702	8	9.88
Pmed25	500	5000	167	102	11	2,509	8	6.26
Pmed26	600	7200	5	87	38	2,466	9	93.87
Pmed27	600	7200	10	91	32	2,568	8	87.17
Pmed28	600	7200	60	110	18	2,859	9	24.39
Pmed29	600	7200	120	88	13	5,098	8	23.56
Pmed30	600	7200	200	96	9	2,501	7	8.56
Pmed31	700	9800	5	65	30	3,711	8	191.09
Pmed32	700	9800	10	124	29	49,148	329	1,402.52
Pmed33	700	9800	70	74	15	4,067	10	39.65
Pmed34	700	9800	140	98	11	2,803	8	24.88
Pmed35	800	12800	5	74	30	3,657	8	246.23
Pmed36	800	12800	10	87	27	8,693	49	441.82
Pmed37	800	12800	80	78	15	3,987	9	58.66
Pmed38	900	16200	5	84	29	214	8	102.27
Pmed39	900	16200	10	115	23	2,623	9	252.05
Pmed40	900	16200	90	69	13	4,025	9	89.09

900（PMED 38）であった．14個の問題がルートノードにおけるラグランジュ反復1200回の後に解かれた．これらの場合，ラグランジュ・プロシジャ後に見つかった最良解の改善のために使われる交換ヒューリスティクス（Teitz and Bart, 1968）が，下界値の1ユニット以内の解を見いだす．全ての需要が整数（実際には全て1）であり，全ての距離が整数であるので，求められた解は最適であることが立証できる．更に3個の問題がそれよりも少ないルートノードにおけるラグランジュ反復数で解かれている．このように，分枝限定は全体の57.5%のみで必要とされたに過ぎない．

最後に，表5にノード数と施設数に対するCPU時間の回帰結果を示す．使用したモデルは以下の通りである．

$$TIME = \alpha\, NODES^{\beta}\, FACILITIES^{\gamma} \qquad (8)$$

ここで，α, β, γはそれぞれ(8)の自然対数をとって，線形回帰により推定した．P-センター問題とP-メディアン問題それぞれ2つずつ，計4モデルの結果が示

表3　P-メディアン問題用のSITATIONのラグランジュ設定

P-MEDIAN LAGRANGIAN SETTINGS	
Branch and Bound	ON
Do Root Node Forcing	ON
Substitution Options at End of Lagrangian	Exchange
Depth of Branch and Bound Tree	-1
Critical Percentage Difference	0.001
Number of Iterations	400
Number of Iterations at Root Node	1200
Minimum Alpha Value Allowed	1E-08
Number of Failures Before Changing Alpha	36
No Failures Before Changing Alpha at Root Node	36
Crowder Damping Term	0.3
Restart Failure Count on Improved Solution	ON
Neighborhood Search on Improved Solution	ON
Constant	0
Slope	0
Average	10
Demand	0
Weight on Dist > Coverage Distance	0
Display Lagrangian Progress	ON

されている．それぞれ第一の回帰結果は全ての40個のテストケースについての結果であり，第二の回帰結果は最も長い計算時間を要した外れケースを除外した場合の結果である．表には回帰係数の推定値をp値とともに示している．2つのP-メディアンモデルにおける施設数のべき数を除き，回帰係数は全て非常に有意である．P-センター問題については，実行時間は概してノードの数の2乗に比例し，施設数の平方根に反比例する．一方，P-メディアン問題については，実行時間は（P-センター問題の場合より緩やかであるが）ほぼノードの数の2乗に比例し，施設数についてはほぼ独立である．

4．結論と研究の展望

本論文では，サブルーチンとして最大被覆問題を用いるP-ノードセンター問題を解くための新しい方法を概説した．これは集合被覆モデルを用いる伝統的な方法とは対照的なものである．このアプローチが，ノード数100～900，施設数5～200の範囲に及ぶ40個のテストケースについて試された．解を求める平均実行時間はおよそ1.5分であったが，23分を超える1ケースを除けば，平均1分以下であった．4分以上を要したのは4ケースのみであり，同様の結果がP-メディアン問題に対しても得られた．

今後の研究課題としては，以下の3つのことが考えられるであろう．まず第一に，分枝限定ノードの数と実行時間は，目的関数の上下界値の初期値の正確さに依存している．これらの上下界値の改善は計算時間を減少させる．大きな問題については被覆リストを計算して支配的なノードを識別することにかなりの計算手間のオーバーヘッドを要するので，これは特に大規模な問題について言えることである．これは新しい被覆距離ごとに実行されなくてはならないので，アルゴリズムはこれらの上下界値のより良い推定を与える効率的なヒューリスティクス（例えばCaruso, Colorni, and Aloi, 2000）と結びつけられるかもしれない．

第二に，可変強制の規則はルートノードにおいてだけ実行されたことについてである．分枝限定木のそれぞれのノードにおいてこれらの規則を実行することによって，より改善された結果が達成される可能性が高い．

最後に，これら全ての問題で需要は1であったことについてである．このことは，需要ノードの如何が良い配置を求める解法に対しどのような影響を与えるかについて，あまり示唆を与えていないことを意味している．したがって，ノードにランダムな需要を割り当てた場合について実験することは意味があるであろう．PMED 32のケースでは，1,400秒以上から280.4秒へと1,120秒（約19分）も実行時間を減少させた．しかしながら，このアプローチは常に実行時間の改善をもたらすわけではない．PMED 36の問題に適用する場合，ランダムな需要を用いると442秒から958秒

表4　*P*-メディアン問題の計算結果

ファイル	ノード数	リンク数	センター数	最大距離	目的関数	P-median 反復数	分枝限定ノード	P-median CPU 時間
Pmed1	100	200	5	299	5,819	197	1	0.44
Pmed2	100	200	10	316	4,093	3,379	9	7.52
Pmed3	100	200	10	388	4,250	2,696	7	5.93
Pmed4	100	200	20	335	3,034	1,200	1	2.69
Pmed5	100	200	33	312	1,355	1,200	1	2.70
Pmed6	200	800	5	198	7,824	5,758	19	13.13
Pmed7	200	800	10	184	5,631	1,035	1	2.31
Pmed8	200	800	20	220	4,445	1,200	1	4.18
Pmed9	200	800	40	215	2,734	4,981	15	23.83
Pmed10	200	800	67	169	1,255	1,200	1	7.36
Pmed11	300	1800	5	134	7,696	1,754	3	6.15
Pmed12	300	1800	10	167	6,634	5,794	19	19.89
Pmed13	300	1800	30	150	4,374	1,200	1	7.20
Pmed14	300	1800	60	179	2,968	1,747	3	14.00
Pmed15	300	1800	100	136	1,729	1,200	1	13.89
Pmed16	400	3200	5	107	8,162	8,374	29	46.58
Pmed17	400	3200	10	105	6,999	9,032	29	48.33
Pmed18	400	3200	40	141	4,809	1,200	1	11.97
Pmed19	400	3200	80	101	2,845	1,200	1	18.18
Pmed20	400	3200	133	113	1,789	2,401	5	49.92
Pmed21	500	5000	5	91	9,138	238	1	1.87
Pmed22	500	5000	10	113	8,579	13,380	39	93.76
Pmed23	500	5000	50	94	4,619	1,200	1	15.82
Pmed24	500	5000	100	100	2,961	3,995	10	83.65
Pmed25	500	5000	167	102	1,828	4,721	11	141.65
Pmed26	600	7200	5	87	9,917	5,271	15	48.83
Pmed27	600	7200	10	91	8,307	2,855	7	23.89
Pmed28	600	7200	60	110	4,498	1,200	1	23.34
Pmed29	600	7200	120	88	3,033	1,200	1	37.95
Pmed30	600	7200	200	96	1,989	2,001	4	113.92
Pmed31	700	9800	5	65	10,086	6,327	19	76.45
Pmed32	700	9800	10	124	9,297	3,072	7	32.46
Pmed33	700	9800	70	74	4,700	1,200	1	36.36
Pmed34	700	9800	140	98	3,013	1,200	1	62.56
Pmed35	800	12800	5	74	10,400	9,403	31	134.95
Pmed36	800	12800	10	87	9,934	139,729	437	1,859.77
Pmed37	800	12800	80	78	5,057	5,754	14	178.01
Pmed38	900	16200	5	84	11,060	17,817	57	309.73
Pmed39	900	16200	10	115	9,423	21,859	65	215.55
Pmed40	900	16200	90	69	5,128	1,200	1	55.31

表5　CPU 時間のノード数・施設数に対する回帰結果

モデル	定数	ノード数	施設数	R^2
P-センター (Pmed32 を含む)	0.000334 *3.64E-09*	2.198 *5.90E-15*	−0.626 *1.05E-07*	0.831 *5.22E-15*
P-センター (Pmed32 を除く)	0.000480 *4.15E-10*	2.104 *5.27E-16*	−0.585 *2.54E-08*	0.857 *6.12E-16*
P-メディアン (Pmed36 を含む)	0.000373 *4.58E-06*	1.842 *6.53E-09*	0.049 *7.18E-01*	0.611 *2.60E-08*
P-メディアン (Pmed36 を除く)	0.000692 *2.74E-06*	1.694 *4.59E-09*	0.106 *3.83E-01*	0.638 *1.13E-08*

へと，実行時間は8.6分増加した．このように，アルゴリズムに埋め込まれている最大被覆問題を解くことにおいて，均等な需要を用いる方がよい条件と，均等でない需要を用いる方がよい条件を見い出すには，さらなる計算実験作業が必要とされる．

謝辞　この研究は，全米科学財団からの助成金（交付金番号 DMI-9812915）によって行われた成果の一部である．ここに感謝の意を表する．

注 記

(1) http://users.iems.nwu.edu/~msdaskin/

(2) http://mscmga.ms.ic.ac.uk/info.html

参考文献

Batta, R. and N. Mannur, 1990, "Covering-Location Models for Emergency Situations That Require Multiple Response Units", *Management Science,* 36, 16-23.

Beasley, J. E., 1985, "A Note on Solving Large p-Median Problems", *European Journal of Operational Research,* 21, 270-273.

Beasley, J. E., 1990, "OR-Library: Distributing Test Problems by Electronic Mail", *Journal of the Operational Research Society,* 41, 1069-1072.

Belardo, S., J. Harrald, W. A. Wallace and J. Ward, 1984, "A Partial Covering Approach to Siting Response Resources for Major Maritime Oil Spills", *Management Science,* 30, 1184-1196.

Caruso, C., A. Colorni and L. Aloi, 2000, "Dominant, and Algorithm for the P-Center Problem", working paper, CESI, Environmental Business Unit, via Rubattino, 54, Milano, Italy.

Church, R. L. and C. ReVelle, 1974, "The Maximal Covering Location Problem," *Papers of the Regional Science Association,* 32, 101-118.

Daskin, M. S., 1995, Network and Discrete Location: *Models, Algorithms and Applications, John Wiley,* NY.

Eaton, D., M. S. Daskin, D. Simmons, B. Bulloch and G. Jansma, 1985, "Determining Emergency Medical Service Vehicle Deployment in Austin, Texas," *Interfaces,* 15 (1), 96-108.

Erlenkotter, D., 1978, "A Dual-Based Procedure for Uncapacitated Facility Location," *Operations Research,* 26, 992-1009.

Flynn, J. and S. Ratick, 1988, "A Multiobjective Hierarchical Covering Model for the Essential Air Services Program," *Transportation Science,* 22, 139-147.

Garfinkel, R. S., A. W. Neebe and M. R. Rao, 1977, "The m-Center Problem: Minimax Facility location," *Management Science,* 23, 1133-1142.

Hakimi, S. L., 1964, "Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph," *Operations Research,* 12, 450-459.

Hakimi, S. L., 1965, "Optimum Distributions of Switching Centers in a Telecommunication Network and Some Related Graph Theoretic Problems," *Operations Research,* 13, 462-475.

Handler, G. Y., 1990, "p-Center Problems," in Discrete Location Theory, P. B. Mirchandani and R. L. Francis (eds.), John Wiley Inc., N. Y., Chapter 7, 305-347.

Handler, G. Y. and P. B. Mirchandani, 1979, Location on Networks, M. I. T. Press, Cambridge, MA.

Kolesar, P. and W. E. Walker, 1974, "An Algorithm for the Dynamic Relocation of Fire Companies," *Operations Research,* 22, 249-274.

Laporte, G., Y. Nobert and S. Taillefer, 1988, "Solving a Family of Multi-Depot Vehicle Routing and Location-Routing Problems," *Transportation Science,* 22, 161-172.

Megiddo, N., E. Zemel and S. L. Hakimi, 1983, "The Maximum Coverage Location Problem," *SIAM Journal of Algebraic and Discrete Methods,* 4, 253-261.

Minieka, E., 1970, "The m-Center Problem," *SIAM Review,* 12, 138-139.

Minieka, E., 1977, "The Centers and Medians of a Graph," *Operations Research,* 25, 641-650.

Perl, J. and M. S. Daskin, 1985, "A Warehouse Location-Routing Model," *Transportation Research,* 19 B, 381-396.

Plane, D. R. and T. E. Hendrick, 1977, "Mathematical Programming and the Location of fire Companies for the Denver fire Department," *Operations Research,* 25, 563-578.

Schilling, D. A., V. Jayaraman and R. Barkhi, 1993, "A Review of Covering Problems in Facility Location," *Location Science,* 1, 25-55.

Tazun, D. and L. I. Burke, 1999, "A Two-Phase Tabu Search Approach to the Location Routing Problem," *European Journal of Operational Research,* 116, 87-99.

Teitz, M. B. and P. Bart, 1968, "Heuristic Methods for Estimating Generalized Vertex Median of a Weighted Graph," *Operations Research,* 16, 955-961.

Togeras, C., R. Swain, C. ReVelle and L. Bergman, 1971, "The Location of Emergency Service Facilities,"

Operations Research, 19, 1363-1373.
Van Roy, T. J., 1986, "A Cross Decomposition Algorithm for Capacitated Facility Location," *Operations Research,* 34, 145-163.
Walker, W. E., 1974, "Using the Set Covering Problem to Assign Fire Companies to Fire Houses," *Operations Research,* 22, 275-277.