

論文誌掲載論文概要

JORSJ

Vol. 43, No. 1

数理計画特集号

最大フローアルゴリズムの最近の研究動向

浅野 孝夫 (中央大学)

浅野 泰仁 (東京大学)

残余容量ネットワークからレベルネットワークを求めて、レベルネットワークのブロックフローに基づいて最大フローを求める Dinic のアルゴリズムは、残余容量ネットワークの辺の長さを 1 と見なしているが、辺の長さとして 0 も認めて、0, 1 の値をとる長さ関数を用いて最大フローを求めるアルゴリズムが最近 Goldberg と Rao によって提案されている。それは、従来のパス分解法の障壁を大幅にクリアする高速性を実現している。

本論文では、このような長さ関数から得られる距離関数の性質を検討し、その性質を利用して、従来の代表的な最大フローアルゴリズムを系統的に概観する。特に、パス分解法の障壁をクリアした Goldberg と Rao のアルゴリズムに重点をおいて、原論文にはないコメントを加えながら詳説する。また、無向単位容量ネットワークの最大フローを求める最近の Karger-Levine のアルゴリズムと関連する話題を体系的に解説し、最近の研究動向を議論する。これらのアルゴリズムの基礎になっている永持-茨木の連結度を保存する辺数の少ない(疎な)グラフを求める方法も概説する。

相補性問題に対する平滑化法とその応用：サーベイ

陳 小君 (島根大学)

相補性問題に対する平滑化法とその応用を簡単に紹介する。まず相補性問題に対する平滑化法の特徴を論じる。そしてアルゴリズムとその収束性を概説する。最後に変分不等式、半無限計画、制約条件付最適化問題および均衡制約計画に対する平滑化法についての短いレビューを与える。

制御系設計における最適化

藤岡 久也, 若佐 裕治, 山本 裕 (京都大学)

本論文では、i) H^∞ 制御理論を概説し、ii) LMI (線形行列不等式) および BMI (双線形行列不等式) に関する最近の最適化手法が H^∞ 制御理論とどのように関連するかを解説する。まず、 H^∞ 制御問題の典型的な問題である感度最小化問題を取り上げ、Nevalinna-Pick の補間定理と Nehari の定理による解法をそれぞれ述べる。後者の解法から Riccati 方程式が導かれ、これが等価な LMI として表現されることを示す。つぎに、より一般的な設定で H^∞ 制御問題に対する LMI アプローチを述べる。最後に、いくつかの重要な制御問題を解くために BMI の求解が必要であることを述べ、BMI を解くための二つのタイプの大域的最適化アルゴリズム (分枝限定アルゴリズム、主緩和双対アルゴリズム) を紹介する。

重み付き多数決ゲームにおける投票力指数の計算について

松井 知己 (東京大学)

松井 泰子 (東海大学)

投票力指数は、議会などで投票による決定を行う際、各投票主体が決定にどれだけの影響力を持つかを評価する尺度の一つである。投票力指数としてしばしば用いられるものには、Shapley-Shubik 指数、Banzhaf 指数、Deegan-Packel 指数等がある。本稿では、重み付き多数決ゲームの投票力指数を計算する問題の複雑さ、効率よく計算するための方法について議論する。

本稿の構成は以下のとおりである。初めに重み付き多数決ゲームの定義を行い、本稿で扱う投票力指数、すなわち Shapley-Shubik 指数、Banzhaf 指数、Deegan-Packel 指数を定義し、アメリカ合衆国の大統領選挙における各指数の計算例を紹介する。続いて各投票力指数計算の複雑さについて議論する。本稿の後半部分では、投票力指数の計算法に触れる。まず動

的計画法を用いた算法を紹介し、次に列挙算法を用いた算法を提案する。そしてモンテカルロ法に基づいた Shapley-Shubik 指数の最尤推定法について議論する。

点列的不動点近似法とその応用

高橋 渉 (東京工業大学)

この論文では、凸最小化問題や制約可能性問題などとの関係のある非拡大写像または非拡大写像族の不動点近似法とその応用について議論している。初めに非拡大写像または非拡大写像族の不動点定理をいくつか述べる。特に、1989年、フランスでの不動点理論とその応用の国際会議で問題になった定理について述べる。つぎに、非拡大写像の非線形半群の平均収束定理について議論する。ここでは、1975年、Baillonによって証明された非線形エルゴード定理から始まり、1999年、Lau-塩路-高橋によって証明された非線形非可換写像族の平均エルゴード定理までを述べる。平均収束定理のあとは、Mannによって始められた不動点の点列的近似法について議論する。彼によって提案された近似法は一つの写像に対する不動点近似法であったが、ここでは、それを非拡大写像族のそれにまで発展させる。Mannの近似法は弱収束を主に議論するものであったが、Halpernによって提案された不動点近似法は点列の強収束が議論できる。ここでは一つの写像から始まり、写像族の共通不動点近似法までを議論している。最後に、これらの近似法を凸関数の最小値問題の解や制約可能性問題の解の近似法に応用する。ここでは Rockafellar の定理の拡張などが議論される。

資源総量に二重制約をもつ凹最大化問題

宝崎 隆祐, 飯田 耕司 (防衛大学校)

本論文は、2次元離散空間において次の意味で資源総量に二重に制約のある凹最大化問題を扱っている。例えば地理空間と時間空間をもつ空間を考えれば、各時点において地理空間全体に配分可能な局所的資源総量に制限があると同時に、すべての時点、地理空間における資源の全体総量にも上限がある。このような重層を成す線形制約の下で一般的な狭義凹関数を最大化する資源配分を求めるのがここでの問題である。論文ではラグランジュ乗数を含んだ形で最適解の必要十分条件を求め、これらの最適乗数と局所および全体の資源総量との単調な関係を明らかにするとともに、2つの最適解法を提案している。どちらの解法とも、この単調な関係を利用して、ラグランジュ乗数を調整しな

がら実行可能解を最適解に収束させる数値解法であり、アルゴリズムの妥当性についても証明している。この問題は凹関数最大化問題であるため、非線形計画法のよく知られた解法が適用できるが、提案した解法と勾配射影法及び乗数法とを比較した数値実験の結果、やや大きなサイズの問題に対し、提案した解法の方が常に10倍から100倍早い計算速度を記録している。

枝のコストがファジィランダム変数であるボトルネック型スパニングツリー問題

片桐 英樹, 石井 博昭 (大阪大学)

本論文ではボトルネックスパニングツリー問題において枝に付随するコストがファジィランダム変数である場合を取り扱う。コストが不確実または不確定である場合については従来、確率計画法またはファジィ数理計画法を基礎とした意思決定法が考えられ、多項式時間で解く効率的なアルゴリズムが与えられてきた。これまでは、確率的な意味での不確実性と人間の言葉や知識、経験から得られる曖昧な値に含まれる不確実性が別々に扱われてきたが、現実にはそれら2つが同時に存在する場合もある。本論文では、確率的でかつ曖昧な情報を含む枝のコストを表すために、ファジィランダム変数を導入する。まず最適化の基準として、確率測度とファジィ理論における可能性測度を用い、可能性測度に関する機会制約条件下で可能性測度と確率測度を同時に最大化するスパニングツリー問題として定式化する。次に問題を等価確定問題に変換した後、その問題を解くための補助問題を導入する。さらに元の問題と補助問題との関係を示し、その関係を利用した効率的なアルゴリズムを構築する。

凸ファジー集合の順序づけについて — 簡単な概説と新しい結果

蔵野 正美, 安田 正實, 中神 潤一 (千葉大学)

吉田 祐治 (北九州大学)

ファジー決定理論において、ファジー数の順序づけの問題は基本的かつ重要である。本論文は、まず、1985年に Ramík and Řimánek によって導入された半順序 (partial order) である“ファジーマックス順序 (fuzzy max order)”に関連する \mathbb{R} 上の1次元ファジー数の順序づけについて、いくつかの研究論文とその結果を紹介しながら、古川の L-R-ファジー数を中心としての簡単な概説を与えた。

次に本論文は、 \mathbb{R} 上のファジーマックス順序を \mathbb{R}^n

上の n 次元ファジー数 (凸ファジー集合) の順序づけに拡張するため, \mathbb{R}^n 上の擬順序 (pseudo order) である新しい順序の定義を行った。この順序は \mathbb{R}^n 上の凸錐 K で定義され, 双対な凸錐 K^+ への射影 (スカラー化) で特徴づけられる。 K が凸多角形の場合, この順序は K を構成するベクトルと同数の 1 次元ファジーマックス順序の組と同値になる。特に, 矩形状の凸ファジー集合に対して, この順序は格子構造をつくるためファジー最適化問題への応用が容易となる。

主双対対称なピボット・ルールを用いたネットワーク単体法について

村松 正和 (上智大学)

主双対対称なピボット・ルールを用い, ネットワーク単体法を構成するのが本論文のテーマである。ここで使われるピボット・ルールは 1993 年に Chen, Pardalos, Saunders によって一般の線形計画問題に対し提案されたものである。

主な成果は次の 3 つである。まず, 最小費用流問題にこのピボット・ルールを適用したときに擬多項式時間でアルゴリズムが収束することを示す。次に, 一般にこのピボット・ルールでは, 初期許容解にある強い仮定を置くことが必要であったが, これをネットワーク的構造を保ったまま取り除くことができることを示す。これにより, 提案したアルゴリズムは任意の主双対初期許容解より出発して最適解を得ることができる。最後に, 最短経路問題にこのピボット・ルールを適用したときに, 強多項式時間でアルゴリズムが収束することを示す。ここで得られる結果は, 最短経路問題に対するネットワーク単体法に関して現在知られている最良の結果とほとんど同じである。

三角化双向グラフ上の一般化安定集合問題を解く線形時間算法

中村 大真 (電気通信大学)

田村 明久 (京都大学)

頂点重み付き無向グラフが与えられたとき, 最大重みの安定集合を求める問題を安定集合問題と呼ぶ。この問題は NP 困難であるが, グラフが三角化グラフ (長さ 4 以上の閉路が全て弦を持つグラフ) の場合には, 線形時間で解く算法が開発されている。また Balas と Yu は, 任意の無向グラフ上の安定集合問題を解くために, 三角化グラフである部分グラフに対して線形時間算法を適用する分枝限定法を提案している。

一方, 頂点重み付き双向グラフが与えられたとき, 最大重みの解を求める問題を一般化安定集合問題と呼ぶ。この問題は安定集合問題の一般化であり, n 個の 0-1 変数について, 2 変数に関する m 本の制約の下で線形関数を最大化する問題と同値である。

本論文では, 無向グラフ上の算法を拡張して, 三角化双向グラフに対する一般化安定集合問題が線形時間で解けることを示す。またこの算法を使って, 任意の双向グラフ上の一般化安定集合を解く分枝限定法を提案する。一般化安定集合問題は数々の組合せ最適化問題を含んでおり, いろいろな応用が考えられる。

最適配置問題に対する最短経路重み解析法

大山 達雄 (政策研究大学院大学)

本論文では, グラフ中のそれぞれの枝が当該グラフに含まれる任意の 2 つの頂点間の最短経路のうちの何組の最短経路に含まれるかを数え上げるという, いわゆる最短経路数え上げ問題とその最適配置問題に対する応用について考える。最短経路数え上げ問題については, 著者らがいくつかの特殊なグラフに対して理論的な結果を得ているが, 本論文では, グラフ中の各枝に対する最短経路の数え上げ値を最短経路の重みとして定義した上で木構造, 格子状, 扇形状, 等の特殊なグラフに対する理論的な結果を示し, それらを特殊なグラフに対するメディアン, センター配置問題に応用する。次に 2 つのグラフを 1 本あるいは 2 本の枝によって連結するというグラフ連結問題に対して, 最短経路の重み最小化という観点から論じる。最後に, 本論文で得られた種々の結果に対して実際の道路交通量評価問題, 道路建設選択問題, 最適配置問題等における意味づけ, 解釈を与える。

車両経路問題のための路交換型局所探索アルゴリズムの高速探索手法

朴 成浩 (東京大学)

岡野 裕之 (日本アイ・ピー・エム)

今井 浩 (東京大学)

車両経路問題とは, 1 つの拠点から出発する複数の車両によって, 複数の顧客に対してそれぞれ決められた量の物品を配達する時に, 長さの総和が最小になるような経路集合を求める問題である。本論文は, 車両経路問題の解法に用いる路交換型局所探索アルゴリズムの高速探索手法を提案する。本手法は, 経路間の路移動・路交換というよく知られた近傍操作に対して,

探索半径を限定し、見込みのある近傍だけを探索することで処理を高速化するものである。ランダムに生成した10,000点までのインスタンス、および公開されているベンチマーク・データを用いた実験により、本手法を実装した局所探索と、巡回セールスマン問題に用いられる k -Opt アルゴリズムを比較した。さらに、一方が拠点に隣接している路に限定した特殊な路交換を適用することによる性能の違いを調べた。その結果、筆者らのアルゴリズムは3-Opt よりも高速に、4-Opt と同等の解を生成することがわかった。また、特殊な路交換を用いることで、通常の路交換における路の最大長を5程度伸ばすことと同等の効果があることがわかった。

分数型損失関数を持つ2人零和ゲーム

沢崎 陽一, 木村 寛, 田中 謙輔 (新潟大学)

本論文では、2人零和ゲームの均衡点の特徴を対象に研究をまとめている。この分野で研究されて来た従来のモデルでは、ゲームの損失関数または利得関数が1人のプレイヤーの変数(戦略)に関しては凸関数であり、他のプレイヤーの変数(戦略)に関しては凹関数である場合が多く取り扱われて来ている。ここでは、2つの関数の分数型で表されている損失関数を持つゲームの均衡点の特徴を研究対象としている。この研究で問題となるのは、分子を表す関数及び分母を表す関数の凸性や凹性から分数関数型損失関数の凸性や凹性が、特殊な場合を除いて成立しないことである。このために、分数型損失関数を持つゲームを直接解析することは、一般に難しい問題となる。そこで、本論文ではパラメータを含む分数型ではない損失関数をもつゲ

ームの均衡点の特徴を調べ、このゲームのパラメータに分数型損失関数を持つゲームを埋め込む方法で分数型ゲームにおける均衡点の特徴を、比較的無理なく論じることが出来る新しい方法を提案している。

採用が不確実な秘書問題の一般化について

玉置 光司 (愛知大学)

大野 勝久 (名古屋工業大学)

通常の秘書問題においては、応募者は雇用者から採用の申し出があった場合、必ずそれを受け入れるが、本論文ではそれを拒否する可能性がある問題を扱う。応募者の総数が n で、彼女等には良さの順に従って1から n まで順位が付けられ、順位 j の者は採用の申し出を確率 q_j , $1 \leq j \leq n$ で拒否するものとする。 n 人の出現順序はランダムで、雇用者は毎時、応募者を面接して彼女の相対順位を観測し、それに基づいて採否を決める(真の順位は観測できない)。雇用者の目的は順位1の応募者を採用することであり、誰かが実際に採用されるかあるいは応募者が出現しなくなるまで面接は続けられる。拒否確率が順位に依存しない場合、すなわち、 $q_j = q$ の場合は既にSmithによって解かれているが、一般の場合、問題は格段に難しくなる。この問題を扱いやすくするために、ここでは、 $q_{m+1} = q_{m+2} = \dots = q_n$ と仮定した問題(これを m -問題と呼ぶ)を考えた。0-問題はSmithの問題であり、 $(n-1)$ -問題は本来の問題である。すなわち、 m は問題の難しさを示すパラメータと考えられる。我々は、1-問題と2-問題を明示的に解いた。3-問題については数値計算により、最適方策の複雑性を示した。