時間枠制約付き配送計画問題に対する局所探索法の適用について

増田　友泰

（京都大学工学部情報学科　現所属・同大学院情報学研究科数理工学専攻）

指導教官　茨木俊秀 教授

1. 序論

配送計画問題 (vehicle routing problem, VRP) は, 代表的な組合せ最適化問題の一つで, 実用性の高い問題であり, 郵便・新聞・宅急便配達, チェーン店の商品配達, 廃棄物収集, 石油運搬やスクールバスのスケジューリングなど広い応用を持つ. この問題はNP困難であることが知られており, 大規模な問題例に対して厳密な最適解を求めることは現実的に極めて困難であると考えられている. そのため, 配送計画問題に対する現実的方策として, 近似解法が近年盛んに研究されている. 本研究では, 時間枠制約付きの配送計画問題に対し, 局所探索法に基づくアルゴリズムを提案する. このアルゴリズムは複数の時間枠が扱えるため, 時間枠が一つしか扱えない従来のものと比べて汎用性のある解法である. 複数の時間枠を扱うために, 与えられた時間枠に対する各客の最適なサービス開始時刻を求める動的計画法を内部に組込んでいる. 最後に, 代表的なベンチマーク問題に対する計算実験を通して, 提案手法の有効性を確認する.

2. 問題定義

節点集合 $V=\{0,1,...,n\}$ に対する完全有向グラフ $G=(V,E)$ と車両集合 $M=\{1,...,m\}$ を考える. ここで節点0は“デポ”と呼ばれる特殊な節点であり各車両はこの点から出発しこの点へ戻る. 他の節点はサービスを受ける客を表す. 各客 i $(i=0,1,...,n)$ には, サービスの要求量 q_i (ただし $q_0=0$), サービス開始時刻に対するペナルティ関数 $p_i(t)$, サービス時間 u_i (ただし $u_0=0$) が与えられ, 各車両 k $(k=1,2,...,m)$ には, 処理できる要求量の上限 Q_kとデポを出発する時刻 e_0が与えられる. さらに, 節点対間の非対称距離行列 (d_{ij}) と非対称移動時間行列 (t_{ij}) が与えられる. サービス開始時刻のペナルティ関数 $p_i(t)$ は区分線型関数とする. ただし, 非凸, 不連続であっても良い.

各車両 kの客の訪問順序をσ^kとし, $\boldsymbol{\sigma}=(\sigma^1,...,\sigma^m)$ とする. ただし, 客の訪問順序を決定する際には以下の制約条件が付く.

- 各車両 k $(k=1,...,m)$ はデポを出発し, デポに帰還する.
- 各客はちょうど1回だけある車両によりサービスされる.

このとき, 全ルートの距離の総和を $D(\boldsymbol{\sigma})$, 各客のサービス時刻に対するペナルティの総和を $T(\boldsymbol{\sigma})$, 容量超過量の総和を $Q(\boldsymbol{\sigma})$ とすると, 上述の2つの制約条件を満たした上で最小化すべき目的関数は以下のようになる.

$$cost(\boldsymbol{\sigma})=D(\boldsymbol{\sigma})+T(\boldsymbol{\sigma})+\alpha Q(\boldsymbol{\sigma}). \tag{1}$$

ただし, αは, 容量制約違反のペナルティに対する重み係数である.

3. 局所探索法

局所探索法は, 適当な解から始め, 現在の解$\boldsymbol{x}$の近傍$N(\boldsymbol{x})$ 内に$\boldsymbol{x}$よりも良い解$\boldsymbol{x}'$があれば$\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{x}'$とする操作を近傍内に改善解がなくなるまで反復する方法である. ここで, 近傍 $N(\boldsymbol{x})$ は$\boldsymbol{x}$に多少の変形を加えることにより得られる解集合であり, この設計は局所探索法の開発において極めて重要である.

本研究で扱う近傍には, これまで時間枠付き配送計画問題に対して提案されてきた様々な近傍の中から, クロス交換近傍, 2-opt*近傍, およびルート内挿入近傍の3つを選び, 組合せて用いている. クロス交換近傍は, 異なる2つのルートからそれぞれ長さ L^{cross} (パラメータ) 以下のパスを選び, それらを互いに交換することにより得られる解集合である. 2-opt*近傍は, 異なる2つのルートからそれぞれ1本ずつ枝を取り除くことで, 各ルートを前半と後半の2つのパスに分け, 後半のパスをルート間で互いに交換することにより得られる解集合である. 最後に, ルート内挿入近傍は, 1つのルートから長さ L^{intra}(パラメータ) 以下のパスを取り除き, それを同一ルートの他の位置へ挿入することにより得られる解集合である. 以上の3つのうち, 通常, クロス交換近傍が最も位数が大きく, 近傍探索に手間がかかるので, 他の2つの近傍を優先的に用いるなどの工夫を加え, 計算効率の向上を図っている. また, 近傍内で, 改善の見込みがないことがあらかじめ結論できる解を組織的に求め, 探索の候補から外すことによる高速化も行っている.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

表 1: 文献 [2] の手法と提案手法による最良解の平均の比較

問題タイプ	[2] による平均コスト	提案手法の平均コスト	同精度以上の問題例数	問題タイプ	[2] による平均コスト	提案手法の平均コスト	同精度以上の問題例数
r1*	1244.39	1267.45	0	r2	964.03	994.07	1
c1	828.31	828.31	8	c2	589.86	591.57	7
rc1*	1266.45	1421.47	0	rc2	1093.49	1133.18	2

各問題タイプはそれぞれ 8 つの問題例を含む. また, *がつく問題タイプのいくつかの問題例に対しては, 時間枠制約を完全に満たす解が得られなかったため, 車両が運行する全時間に対して最大で 1.8%程度の制約違反を含む.

4. 最適サービス時刻の決定法

近傍の探索において新しい解$\boldsymbol{\sigma}$を評価する際, 各車両のルートが定まると, 目的関数 (1) における $D(\boldsymbol{\sigma})$ と $Q(\boldsymbol{\sigma})$ は容易に定まる. しかし, $T(\boldsymbol{\sigma})$ については, これを最小にするように各客のサービス開始時刻を決定しなければならない. 本研究では, この問題が動的計画法を用いて $O(n\delta)$ 時間で効率よく解けることを示した. ただし, n は客数, δは各客のペナルティ関数 $p_i(t)$ の区分数の合計である. 以下にそのアルゴリズムを示す.

車両 k が h 番目に処理する客が i であるとき, $\sigma^k(h) = i$ と記す. 以下では, ルートσ^kの各客における最適サービス時刻の決定を考える. ルートσ^k内の客数を n_k, ペナルティ$p_i(t)$ の区分の数を, 車両 k が処理する全ての客 i について和をとったものをδ_kとする. また, 便宜上, $\sigma^k(0) = 0, \sigma^k(n_k + 1) = 0$ とおく. 関数 $f_h^k(t)$ を, ルートσ^kにおける h 番目の客のサービス開始時刻が t 以前であるときのペナルティの最小値と定義する. また, 便宜上, $p_h^k(t)$ を車両 k が h 番目に処理する客の時間枠に対するペナルティ関数, τ_h^kを車両 k の h 番目の客から $h+1$ 番目の客までの移動時間と h 番目の客のサービス時間の和とする.

このとき, $f_h^k(t)$ は, 漸化式

$$f_0^k(t) = \begin{cases} +\infty, & t \in (-\infty, e_0) \\ 0, & t \in [e_0, +\infty) \end{cases}$$

$$f_h^k(t) = \min_{t' \le t} \left(f_{h-1}^k(t' - \tau_{h-1}^k) + p_h^k(t') \right), \quad 1 \le h \le n_k + 1$$

により計算される. ルート全体のペナルティの最小値は $\min_t f_{n_k+1}^k(t)$と定まる. 各客の最適サービス時刻 $s_{\sigma^k(h)}, h = 1, ..., n_k$と車両 kがデポに帰還する時刻 s^k は上記の漸化式で求めた $f_h^k(t)$ $(h = 1, ..., n_k + 1)$ を用いて, 漸化式

$$s^k = \min \arg \min_t f_{n_k+1}^k(t)$$

$$s_{\sigma^k(h)} = \min \arg \min_{t \le s_{\sigma^k(h+1)} - \tau_h^k} f_h^k(t), \quad 1 \le h \le n_k$$

により計算される. なお, 漸化式中では, $s_0 = s^k$と解釈する.

5. 反復局所探索法

局所探索法を一回適用しただけでは, 得られる解の精度が不十分である場合が多いので, メタ戦略の中から基本的なものとして, 反復局所探索法 (iterated local search, ILS 法) を試みた. これは局所探索法を反復して用いる手法であるが, 初期解の生成において, 以前の解の情報を用い, 各反復の良い解が存在すると思われる領域を集中的に探索するという方法である.

6. 計算実験

ILS 法の効果を計算実験により確認した. 問題例は, Solomon によるベンチマーク問題 (http://dmawww.epfl.ch/˜rochat/rochat_data/solomon.html)[1] を利用した. 客数 100 までを扱っている. これらの問題例では, 時間枠制約は各客に対して 1 つだけ与えられており, 絶対制約とされている. 表 1 に, Taillard ら [2] の手法と本論文の提案手法のそれぞれによって得られた解の平均コストと, 提案手法によって文献 [2] に報告されている解以上の精度が得られた問題例の個数を示す. Taillard ら [2] の計算結果と比較すると, 計算時間はやや多く要するものの, 掲載されているそれまでの最良解と比べて同程度の精度の解を多数得ることができた. 特に, 48 問中 3 問に対しては, 最良値を更新することができた. 本研究の手法は従来の手法と比較して時間枠制約の扱いにおいてより汎用性が高い. それにもかかわらず, 限定された問題に対して従来の方法に匹敵する性能を持つことが確認できたことは, 十分意義のある成果といえる.

参考文献

[1] Solomon M. M.: "The Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints", *Operations Research*, Vol.35, No.2, 254–265 (1987).

[2] Taillard E., Badeau P., Gendreau M. and Potvin J. Y.: "A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows", *Transportation Science*, Vol.31, No.2, 170–186 (1997).

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.