

特集にあたって

山本 芳嗣 (筑波大学)

1991年に *Journal of Global Optimization* が創刊されて以来、大域的最適化、あるいは非凸最適化が注目を集めて来ていると感じるのは私の偏見ではないと思います。事実、この創刊に相前後して大域的最適化を扱った書籍がたくさん出版され、または版を重ねています。なかでも1990年に初版が出され、現在では第3版となった R.Horst and H.Tuy, *Global Optimization :Deterministic Approaches*, 3rd edition, Springer, Berlin (1996) が、それまでの研究を網羅した教科書的存在であり、現在の大域的最適化研究の進むべき一つの道筋を示したといえるでしょう。

大域的最適化のカバーする分野を見るために R.Horst and P.M.Pardalos eds., *Handbook of Global Optimization*, Kluwer, Dordrecht (1995) の目次を見ますと

- ・ Conditions for Global Optimality
- ・ Complexity Issues in Global Optimization: A Survey
- ・ Concave Minimization: Theory, Applications and Algorithms
- ・ D.C. Optimization: Theory, Methods and Algorithms
- ・ Quadratic Optimization
- ・ Complementarity Problems
- ・ Minimax and Its Applications
- ・ Multiplicative Programming Problems
- ・ Lipschitz Optimization
- ・ Fractional Programming
- ・ Network Problems
- ・ Trajectory Methods in Global Optimization
- ・ Homotopy Methods
- ・ Interval Methods
- ・ Stochastic Methods

といった項目が並んでおり、多岐にわたっています。通常は線形や凸性が想定されているため、非凸問題とは認識されていない問題も含まれていますが、同じ制約でも、ひとたび目的関数の凸性が取り払われれば、非凸の領域に踏み込まざるを得ません。今回の特集はこ

の大域的最適化の宣伝をしようとの試みです。

そこで、5篇の論文を執筆していただきました。久野誉人氏には、非凸計画問題にまつわる、難しくて解けないといった印象を拭い去るような話題を書いていただきました。目的関数が凹関数であっても分離可能な場合には、古くからある分枝限定法の下界値計算に工夫を凝らすことによって、かなりの規模の問題まで解けることが示されています。そこでは下包凸関数やラグランジュ緩和などが活躍します。

矢島安敏氏には、サブセット-サム問題、最大カット問題、グラフ分割問題、最大クリーク問題などの *NP*-困難な組合せ最適化問題が大域的最適化問題に変換できることを紹介してもらった後、その緩和問題として最近話題の多い半正定値計画問題との関連を書いていただきました。以上の理論志向の2篇の論文を読んでいただく準備にと思い、私は大域的最適化の基礎となる算法の紹介を書きました。図をたくさん入れてわかりやすく書いたつもりですので、上の2篇の論文に先だってお読みいただければと思います。

また、今野浩氏には資産運用問題への応用を中心として、これまでのこの分野の研究の成果を解説していただきます。内容は、凹型取引コストのある平均・分散モデル、債権運用モデルでの分数関数の和の最小化問題、さらに、目的関数が線形関数の積として与えられる線形乗法計画問題に対する平均的に多項式時間の解法などに及びます。

最後に、Hoan Duong Tuan, 細江繁幸, Pierre Apkarian の三氏には制御分野からの話題をとりあげていただきました。ロバスト制御問題が、凸関数の差で表される関数（これを Difference of two Convex functions の2文字をとって *DC* 関数といいます）の作る制約の下での凸関数の最小化問題、あるいは凸線形行列不等式制約の下での凹関数の最小化問題に定式化できることを紹介していただいた後、これらの問題を難しくしているのが少数の変数である事実を利用した巧妙な算法を解説していただきます。