素材メーカにおける生産計画問題への取り組み

谷　茂

1．はじめに

当社のような素材メーカにとって，スケジューリング問題（配台計画　production scheduling）や板取り問題（スリット計画　cutting stock problem）といった生産の計画立案に関わるテーマは極めて重要である．この分野ではこれまでも多くの研究成果が報告されている．しかし，これらの解法は，現在までのところ現場での作業性の重要さ・設備制約の複雑さ・需要の不確定といった素材メーカが直面する現実的課題を必ずしも十分考慮できていない．本報告ではこれらの観点を考慮したスケジューリング問題と板取り問題の解法の例をそれぞれ1つ紹介する．これらの例をもちいて，現状どこまで解決できているかを明らかにする．

2．生産計画問題への取り組み

生産計画問題とは与えられたオーダ（品種，生産要求量，納期）を満足し，できるだけ効率的に設備を稼働させるよう工場設備や原料（中間製品）の利用方法を決定することである．特に，スケジューリング問題では，工場設備の日程計画に重点が置かれる．板取問題では板状の中間製品から決まった形状の最終製品を切り出すため製品の並べ方に重点が置かれる．素材メーカでの生産計画問題の多くは以下のような特徴を持っている．

2.1　作業性の重要さ

段取り替え（生産設備での品種の変更）は，一般的に原料と時間のロスを生む．しかし，これらのロスよりむしろ段取り替え時のオペレータの作業負担が問題視されている．労働時間短縮や作業環境の改善といった要望に応えるため，1日あたりの段取り替え回数を一定回数以下にする，あるいは月間の段取り替え回数を最小にするといった配慮が必要である．さらに，24時間連続運転されている工程では，段取り替えが日勤時間中にできる計画を要求される場合もある．

2.2　設備制約の複雑さ

どのような生産計画問題でも，設備の生産能力や工程間の物量バランス・時間の前後関係など基本的な制約条件を持っている．しかし，これ以外にいくつもの現実的な制約条件がある．連続プロセスに特徴的な制約として，たとえば以下の4つがあげられる．

(1) 工程間の同期

中間在庫の保有可能量に上限がある場合，各製品について，上流工程・下流工程の時間当りの生産量について制約が生じる．たとえば，上流工程でのある品種が下流工程での複数品種の生産に使われる場合，下流工程でのこれらの品種の時間当り生産量を上流工程での品種の時間当り生産量の和に一致させなければならない．さらに，両工程でのこれらの品種の生産開始終了は同期しなければならない．どちらかの工程での段取り回数が多くなると，両工程間の能力バランスがくずれ，中間在庫に過不足を生じることもあり得る．

(2) 設備間の影響

複数の生産設備が駆動系や原料供給配管を共有している場合，ある設備である品種を生産することが，他の設備で生産できる品種と生産期間を制約する．

(3) 設備以外の資源に関する制約

利用可能な副原料の供給装置や治具の数に上限がある場合，設備が利用可能でも実際は生産できないことがある．

(4) 生産順序に関する制約

段取り替えの容易さや品質確保の点から，同一設備上での品種の生産順序が制約されることがある．

たに　しげる　東レ株式会社
〒279-8555　浦安市美浜1-8-1

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

2.3 需要の不確定さ

素材の多くは，生産時に顧客との契約が確定していない，いわゆる見込み生産体制をとっている．そのため，生産品種と生産量は需要予測と製品在庫をもとに決定される．需要予測をできるだけ的確にやらなければならないという問題はあるが，生産計画にとってはこの点は自由度の増加につながっている．すなわち，製品在庫が適正な範囲にある限り，生産量と生産時期は自由に決めてよい．要するに，この自由度を最大限に生かすことにより，複雑な制約を満足し作業性を最大限改善した生産計画を作成することが課題である．

3．スケジューリング問題の一例

3.1 スケジューリング問題の従来解法

現実の大規模な問題に関して，これまでに紹介したすべての課題を解決するような解法は，今のところ知られていない．そこで，まず線形計画法などを用いて各設備で各生産品種の生産量を決め（第1段階：資源配分），次に各設備の中での各品種の生産順序を決める（第2段階：順序づけ）簡便なやり方でスケジューリングを行っていることが多い．

3.2 これまでのアルゴリズムの問題点

(1) 第1段階の解は本来複数ある可能性がある．

第1段階の解を求める方法として線形計画法の一般的な解法（単体法，内点法など）が用いられる．この解法では解がひとつだけ求まる．実際には解が複数あっても，これらを系統的に列挙し第2段階を実行した後の結果を評価することによって最適の解を選択することは容易でない．

(2) 順序づけの確立したアルゴリズムがない．

第2段階では各設備上での品種生産順序を決定する必要がある．可能な順序の数は膨大となり，すべての順序づけの中から制約条件を充足する順序づけを見つけることは極めて困難である．ここに，人間（ベテランのスケジューラ）のノウハウを利用する試みもある．しかし，彼らが解を探す場合，このような2段階の方法を用いておらず，ノウハウの利用には限界がある．

3.3 新規アルゴリズムの特徴

このアルゴリズムの特徴は次の2つである．

(1) 資源配分と順序づけが融合されている．

このアルゴリズムは資源配分と順序づけの2段階ではなく，順序づけを行いながら資源配分を実行する．これによって，順序づけは与えられたひとつの資源配分の結果に拘束されない．

(2) 順序づけに人間（ベテランのスケジューラ）のノウハウを活用できる．

ベテランのスケジューラのノウハウを組み込みやすい構造を提供することにより，ベテランのスケジューラが持つ生産工程固有のノウハウを実現することができる．

3.4 新規アルゴリズムの概要

以下の記号を定義する．

(1) 既知数

N　品種数

M　設備数

d_i　品種iの生産要求量

t_j　設備jの稼働可能時間

a_{ij}　品種iを設備jで生産する場合の単位時間当りの生産量

(2) 未知数

x_{ij}　品種iの設備jでの生産時間

D_i　品種iの残り生産要求量

T_j　設備jの残り稼働可能時間

アルゴリズム：

S1〈初期処理〉

変数を初期化する

$D_i = d_i \quad i=1,2,\ldots,N$

$T_j = d_j \quad j=1,2,\ldots,M$

S2〈継続判定〉

（あるiについて$D_i > 0$）かつ

（あるjについて$T_j > 0$）である限り

S2.1～S2.3の処理を繰り返す．

S2.1〈資源配分計算〉

すべてのiとjについて資源配分A_{ij}，B_{ij}を実行

［資源配分A_{ij}］

目的関数：

$$X_{ij}^{\max} = \max(X_{ij}) \tag{1}$$

制約条件：

（生産要求量充足）

$$\sum_{m=1}^{M} a_{im} X_{im} \geqq D_i \tag{2}$$

（設備稼働時間）

$$\sum_{n=1}^{N} X_{nj} \leqq T_j \tag{3}$$

［資源配分B_{ij}］

目的関数：

$$X_{ij}^{\min} = \min(X_{ij}) \tag{4}$$

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

制約条件：

（資源配分Aとおなじ）

S2.2〈候補選定〉

変数X_{ij}の取り得る範囲は次式で与えられる。

$$X_{ij}^{\min} \leqq X_{ij} \leqq X_{ij}^{\max} \tag{5}$$

生産工程の現実的な制約条件を考慮し，あるi, jを選び，X_{ij}の値と生産開始時刻・生産終了時刻を決定する．選択したi, jの値をI, J, X_{IJ}の値をX_{IJ}^1とする。

S2.3〈更新〉

変数の値を更新する。

$$D_I = D_I - a_{IJ} X_{IJ}^1$$

$$T_J = T_J - X_{IJ}^1 \tag{6}$$

S2.1では単体法など線形計画法の既存解法が適用できる．S2.2は人間が行っている方法と同じである．ここにベテランスケジューラのノウハウが適用できる．たとえば，資源タイトな品種（治具保有数が少ない）を先に計画する，日ごとの段取り替え回数を平準化する，段取り替えのできない日（休日など）を避けて段取り替えする，といったことが可能になる。

3.5 評価結果

このアルゴリスムを現実の工程（1段階工程，設備数50，品種数100）に適用した．ベテランのスケジューラの協力を得て評価した結果，以下の結論を得た。

(1) 単一工程であれば，現実的な制約条件をすべて考慮した計画が立案できる。

(2) 段取り替え回数はベテランのスケジューラに比べ平均5％多い

(3) 各品種の生産量はベテランのスケジューラに比べ平均3％少ない

ベテランのスケジューラに比べるとやや劣るものの，十分実用になるとの評価であった。

4．板取り問題の一例

フィルム，布，鉄板，紙など製品の製造工程は以下の2つの工程から構成されている。

①設備で決まるある幅のシート状の中間製品（原反）を製造する。

②指定された幅の製品を要求された数だけ原反から切り出す．ただし製品の長さはすべて同一とする。

一般的には②の工程だけを独立して扱い，原反から製品を切り出す方法を決定する問題を1次元板取り問題と称している．現実には下記の理由から板取り問題だけでなくスケジューリング問題としての側面がある。

(1) 板取り問題の結果が②の工程の生産能力を大きく左右し，これとバランスをとるべき①の工程のスケジューリングに影響を与える．

(2) 作業性（段取り替えのしやすさ）を考慮し製品を切り出す順序を最適化する必要がある。

本報告では②の工程をスリット工程，この1次元板取り問題をスリット計画と呼ぶ

スリット計画は以下の要素から構成されている。

(1) セット：幅の合計が原反の幅に近くなるような製品の組み合せ

(2) スリット組み合せ：製品が要求された本数だけ切り出せるようなセットの組み合せ

(3) スリット順序：スリット組み合せの各セットを切り出す順序

スリット計画を作成するねらいは以下の2つである。

(1) 原反のロスを少なくする（収率の向上）．

製品の幅をうまく組み合せ，原反の幅に近くすることにより，スリット工程で出る原反のロス（切れ端）をできるだけ少なくする．ロスが多くなるとスリット工程の生産能力が下がり，上流工程との生産能力のバランスが崩れる．特に，スリット工程でのロスが再利用できず原反の単価が高い場合，ロスを少なくすることは重要となる。

(2) 段取り替えを少なくする．

ひとつのセットから他のセットに変更するとき，原反をカットするための刃の位置を移動する必要がある．この作業（セット替え）を減らすことは現場の作業性を向上させる．また，セット替えは時間を要するため，セット替えが増えるとスリット工程の生産能力が低下する．上流工程の生産能力とスリット工程の生産能力がほぼ等しい場合，スリット工程のセット替えによる生産能力の低下が問題となる．場合によっては原反在庫が多くなりぎて上流工程での生産を停止させなければならないことがある．連続プロセスではこれは致命的な収率低下となる。

これまでのスリット計画問題の解法は上記(1)に重きを置いてきた．しかし，生産工程が以下の特徴を持つ場合，むしろ(2)の方が重要である．

・スリット工程でのロス（切れ端）は一定幅以上あれば副生産物として製品になることがある．仮に

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

製品にならない場合，原料に再生できる．

・スリット工程でひとつの製品をスリットする時間に比べてセット替えをする時間が長い．

4.1 従来の方法とその問題点

スリット計画の解法として，これまでいくつかの方法が提案されている．これらは次の2つに分類される．

(1) 線形計画法を用いる方法[1]

各製品を要求された本数以上切り出す制約のもとで，収率を最大にするような最適化問題として定式化する．一般的には混合整数計画問題として定式化される．従来はこれを線形計画問題に緩和（近似）して解を求めていた（Gilmore-Gomoryの解法）．近年，制約論理を用いると混合整数計画問題のままでも現実的な時間で解が求まることが報告されている．制約論理は基本的に分枝限定法と制約伝搬による解の探索であり，大規模な問題に対しては時間がかかることは事実である．これらの解法はもっぱら収率を最大にすることに重点をおいている．セットの種類の数など段取り替えを最小化するという点では十分ではない．

(2) 経験則を用いる方法

以下の2つの手順を繰り返すことによってスリット計画を作成する．

・経験則を用いて有望と思われるセットを幾つか作成し優先度をつける．

・優先度の最も高いセットを採用する．

この方法は試行錯誤を含まない決定的手順によってスリット計画を作成する．したがって極めて短い時間でスリット計画を作成することができる．しかし，経験則や優先度の付け方は対象とする工程に固有である．したがってある工程での経験則が他の工程に適用できるとは限らず，汎用性に問題がある．

ある解法で作成したスリット計画が生産上の現実的な制約条件のために実行できないときは，人間がこれを修正する必要がある．上記2つの方法は人間がスリット計画を作成する手順と大きく異なっており，結果を修正することが困難である．

4.2 新規アルゴリズムの特徴

このアルゴリズムの特徴は次の3つである．

(1) 段取り替えの最小化に重点を置く．特にセットを構成する製品の数（取り本数）の種類を最小化する．

(2) 試行錯誤を含まない決定的手順でスリット計画を作成する．これによって作成に要する時間が短くなる．

(3) スリット計画作成の流れ（戦略）を人間が作成する場合に近くする．このため，結果を人間が修正しやすい計画となる．

4.3 新規アルゴリズムの概要

以下の記号を定義する

(1) 既知数

N 製品幅の種類

W 原反幅

L 許容ロス幅

M 目標幅（$W-L \leqq M \leqq W$）

w_i 製品幅

n_i 製品要求本数

アルゴリズム：

S1〈取り本数予測〉

実際にスリット計画を作成する前に，オーダに関する情報（製品幅，要求本数）から，解の特性を予測することができる．新規解法はこの予測に基づいて，決定的な手順でスリット計画を作成する．

全製品の平均幅wは次の式で与えられる．

$$w=(\sum_i^N w_i n_i)/(\sum_i^N n_i) \tag{7}$$

これから，取り本数の平均値sは次の式で与えられる．

$$s=M/w \tag{8}$$

たとえばsの値が5.6となった場合，スリット計画は5本取りのセットと6本取りのセットから構成できることが予測できる．すなわち，可能な取り本数を次の2つに限定できる．

$s_1=[s]$（小数部切捨）

$$s_2=s_1+1 \tag{9}$$

セットの使用数合計（複数回繰り返すセットはその数だけ数える）Kは次の式で与えられる．

$$K=(\sum_i^N n_i)/s \tag{10}$$

S2〈セット使用回数予測〉

各取り本数で使用する原反の量（面積）を予測することにより，スリット計画作成時にいつ取り本数を変更すれば良いかが明確になる．たとえば取り本数平均sの値が5.6となった場合，すべてのセットのうち60%が6本取りで40%が5本取りであると予測できる．すなわち

s_1本取りセット使用回数$=K(s_2-s)$

$$s_2\text{本取りセット使用回数}=K(s-s_1) \tag{11}$$

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

S3〈オーダ類別〉

指定された2種類（s_1, s_2）の取り本数でセットを作成するために，オーダを以下の5つのグループに類別する。

［単独取りグループ］

B：単独でs_2本のセットが組めるオーダ群

D：単独でs_1本のセットが組めるオーダ群

［非単独取りグループ］

A：Bのオーダより幅が短いオーダ群

C：Bのオーダより幅が長くかつDのオーダより幅が短いオーダ群

E：Dのオーダより幅が長いオーダ群

各グループの製品幅に以下の関係が成立する。

Aの製品幅＜Bの製品幅＜Cの製品幅＜Dの製品幅＜Eの製品幅

S4〈セット作成〉

実際にセットを作成する時は，たとえば以下の手順に従う。

S4.1〈非単独取りグループセット作成〉

AとCとEの製品を以下の手順で組み合せ，セットを作成する。AとCとEのすべてのオーダについて，要求本数を満足するまで繰り返す。

(1) 取り本数予測で得た2種類の取り本数のいずれかになるようにする。

(2) すでに作成したセットが原反使用量予測で得た各取り本数での原反使用量をすでにこえている場合は，この取り本数は採用しない。

(3) AとCとEのオーダの幅を組み合せて$W-L$以上W以下の幅にならないときは，BもしくはDの製品と入れ替えて，この幅の範囲になるようにする。

(4) 作成したセットの繰り返し回数を，このセットに含まれるオーダの少なくともひとつが要求本数を満足する最小の数に設定する。

S4.2〈単独取りグループセット作成〉

BとDの製品を以下の手順で組み合せ，セットを作成する。BとDのすべてのオーダについて，要求本数を満足するまで繰り返す。

(1) 取り本数予測で得た2種類の取り本数のいずれかになるようにする。

(2) すでに作成したセットが原反使用量予測で得た各取り本数での原反使用量をすでにこえている場合は，この取り本数は採用しない。

(3) 作成したセットの繰り返し回数を，このセットに含まれるオーダの少なくともひとつが要求本数を満足する最小の数に設定する。

4.4 評価結果

このアルゴリズムを現実のスリット計画問題（製品幅の種類5～120）に適用した。このアルゴリズムによって得られた解の60%はそのまま実行されている。残り40%は，ベテランのスケジューラが見いだしたより良い解が実行されている。

5．結　論

本報告で紹介した例は，当社において試みた生産計画問題のなかで数少ない幸運な成功例である。スケジューラのノウハウのうち，初歩的な数理計画で定式化できる部分はこれを適用し，そうでない部分は経験的な解法を取り入れたことが成功の要因と考えている。

残された課題は多い。特に技術進歩により変化する工程に対応し，アルゴリズムをいかに機敏に改良していけるかが実用化の鍵である。

参考文献

[1] Robert W. Haessler, "A Note on Computational Modifications to the Gilmore-Gomory Cutting Stock Algorithm", Operations Research, Vol.28 No.4, 1001-1005 (1980)

会　告

機関誌（オペレーションズ・リサーチ），論文誌（JORSJ）の非会員に対する投稿料の廃止と掲載料の変更について

OR学会では，非会員が機関誌，論文誌に論文を投稿するときに徴収していた投稿料6,000円を廃止し，非会員の論文が採択された場合の掲載料を，定額6,000円プラス（会員同様の）論文の刷り上がりページ数に依存する掲載料（機関誌か論文誌かによって異なりますので，詳細は事務局にお問い合わせください）とさせていただきます。実施は，平成10年9月25日からとします。

なお，この変更は，ORSJ会員にはなんら影響は及ぼしません。

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．