経済時系列の季節調整

－経済統計利用者の立場から－

片岡　淳

1．経済時系列データに見られる季節変動

経済時系列データにはさまざまなものがあるが，これらデータには1年おきに同じようなパターンを繰り返すものがある．図1はいくつかの経済時系列をプロットしたものである．機械受注，家計消費支出は1年おきに同じパターンを周期的に繰り返しているのがわかる．一方卸売物価指数はこのような周期的パターンは観察されない．

図1の機械受注，家計消費支出に見られるような1年おきの周期的パターン変動は「季節変動」と呼ばれる．このような周期的なパターンが生じる要因としてはさまざまなものがある．たとえば家計の消費支出では年末に支出が多いことが図からわかるが，これはボーナス支給と関連があるであろうし，また年末は新年に向けてさまざまな消費財の購入の出費が増えるなど，消費者行動の社会的慣習との関連もあろう．また機械受注では年度末に受注額が増加しているが，これは企業の決算期との関連があるであろう．

さて，マクロ経済指標から景気の動向を観察し予測することはエコノミストの重要な仕事である．マクロ経済分析では，マクロ経済データの「伸び率」あるいは「成長率」を観察することが多い．これは，トレンドがどのように変化しているかを的確に捉える必要があるためである．「伸び率」としては，前年同期比や前月比，あるいは3カ月前比などさまざまなバリエーションがあるが，前月比や3カ月前比の計算の際には季節変動を除外して景気動向を観察する必要がある．たとえば消費支出の前月比を取り，消費支出が年末に増加しているのを，「年末は消費者マインドが好転している」と見るのではなく，「社会的慣習に基づく要因が大きく，必ずしも本質的な消費者の消費マインド

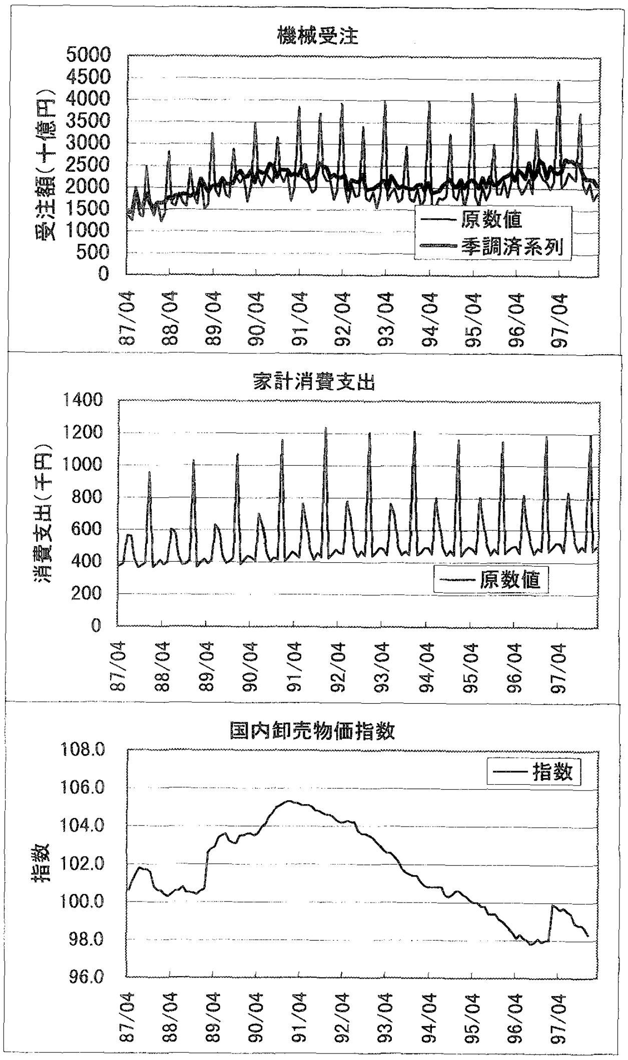

図1　経済時系列の例

を表わしていない」と考えることが妥当であるためである．

このため，エコノミストとしては，季節変動成分を除外して経済時系列を観測する必要があるが，このための簡単な方法は，前述の前年同期比をとる方法である．前年同期比とはその言葉のとおり，前年の同期に対する伸び率を計算することであり，周期的な季節変動成分の影響は受けない．

ただし，この方法を用いる際には注意を要する．図

かたおか　じゅん　株式会社三菱総合研究所
〒100 千代田区大手町2-3-6

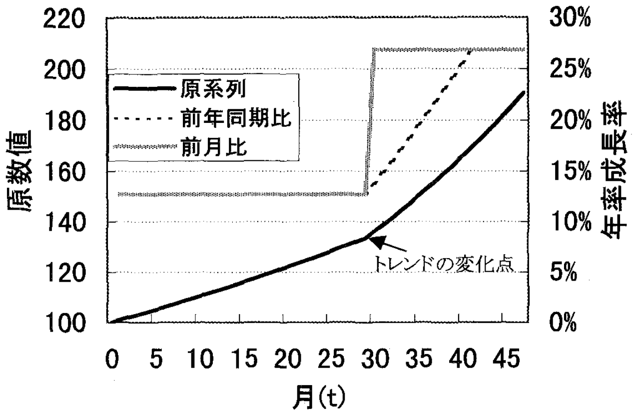

図2　仮想データによる前年同期比と前月比の比較

2の実線はある仮想的な経済時系列であるとする．図からわかるように，$t=30$でトレンドの傾きが変化している．実際，$t=1$から$t=30$までは前月比1％成長，$t=31$以降は2％成長として作成した時系列データである．この時系列データに対して前月比と前年同期比が各々プロットされている．図から明らかなように，前月比は成長率，すなわちトレンドの傾きの変化を的確に捉えているが，前年同期比は成長率の変化を直ちに捉えることはできず，徐々に捉えていくことがわかる．このように，成長率を計算する際に，前月比を用いるか前年同期比を用いるかによって結果が異なってくることには注意を要する．

さて，この例から明らかなように，前月比（四半期データの場合は前期比）はトレンドの変化をすばやく検出できるものの，データに季節変動成分が認められる場合，そのまま適用することができないのはあきらかである．季節変動成分を含むデータ系列に対してそのまま前期比を取ると，前期比データにも季節変動成分が生じるためである．ここに季節調整を行う意義がある．つまり，季節変動成分を含む時系列データから季節変動成分を除外すれば，前月比を計算することができるため，トレンドの転換点を適切に把握し，情勢判断に役立てることができる．

2．季節調整の方法

(1) 季節調整の基本的考え方

季節調整の基本的な考え方を式で表現すると次のようになる．いま季節変動を含む時系列データを$y_t(t=1,\dots,T)$とすると，y_tを以下のように3つの成分に分解する．

$$y_t=t_t+s_t+z_t \tag{1}$$

ここでt_tはトレンド成分，s_tは季節変動成分，z_tは残差項である．そして，季節変動成分以外を合計した新たな系列

$$x_t=t_t+z_t \tag{2}$$

を季調済系列とする．(1)のように，各成分の和の形で表現するモデルを「加法型モデル」と呼ぶ．これに対して各成分の積の形で表現する「乗法型モデル」では，

$$y_t=t_t\cdot s_t\cdot z_t \tag{3}$$

のようになる．なお乗法型モデルは(3)の両辺に対数をとることによって，

$$\log(y_t)=\log(t_t)+\log(s_t)+\log(z_t) \tag{4}$$

のように加法型モデルに変換できる．

さて，(1)式のようなモデルを考えた場合，あくまでも観測できるのはT個の観測値y_tである．一方未知変数はt_t，s_tの2変数であり，未知母数は$2T$個となる．T個の観測値から$2T$個の未知母数を推定する必要がある．このことからわかるように，季節調整モデルは観測値の個数に対して未知母数が圧倒的に多く，そもそも無理のあるモデルなのである．このような場合に役立つのがベイズ的アプローチであり，トレンド成分t_t，および季節変動成分s_tに対して先験的に確率分布モデルを想定することにより，各成分への分解を可能にしているのである．

(2)「移動平均型」と「モデル型」

図1の「機械受注」のデータは経済企画庁が発表しているものであるが，受注金額の原系列は季節変動成分を含んでいる．この系列については，経済企画庁が季節調整を行った「季調済系列」も同時に発表されている．（図1の家計消費支出のデータについては季調済系列は発表されていない．）このように，マクロ経済時系列データの中には，データを作成している官庁などで季節調整を行っているものが多い．

さて，季節調整の方法には大きく分けて「移動平均型」と「モデル型」と呼ばれる2種類の方法がある．

(i) 移動平均型

「移動平均型」の基本的な考え方は，季節変動成分を含む系列に対して移動平均を取ることにより，季節変動成分を均（なら）してしまうということである．この方法の代表的な手法としては，米国センサス局が開発したX-11あるいはその改良版であるX-12-ARIMAが知られており，世界の統計機関で利用されている．わが国においても，X-11法やそれを簡略化したMITI法などが官庁統計に使われてきたが，近年X-12-ARIMAに順次更新されつつある．

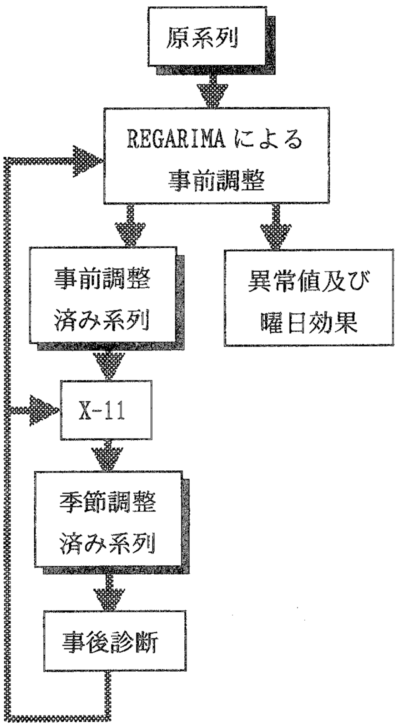

図3　X-12－ARIMAの処理フロー

X-12-ARIMAの処理フローを図3に示す．X-12-ARIMAは大きく分けて3つの部分からなる．まず「REGARIMA」による事前調整部分では，原系列を「ARIMAモデルで説明できる部分」と「異常値および曜日変動」に分割する．そして「ARIMAモデルで説明できる部分」とそれについてARIMAモデルにより将来の予測を行ったものを結合し，「事前調整済み系列」とする．次にX-11により「事前調整済み系列」に対して季節調整を行う．最後に事後診断を行い，季節変動成分が適切に除去されているか統計的検定手法を用いてチェックすると同時に，安定性に関しても診断を行う．この事後診断で不適切と判断された場合は「REGAEIMA」におけるモデル選択やX-11のパラメータ等を変更し再び事前調整および季節調整を行う．X-11による季節調整の具体的な方法には触れないが，明示的なモデルを仮定するのではなく，移動平均の手続を繰り返し行うことにより，季節変動成分を除去する方法が取られている．

（ii）モデル型

「モデル型」は，観測された時系列の生成過程にモデルを想定し，季節成分を除去しようという方法である．このタイプの代表的なものとしては，統計数理研究所が開発したDECOMPがある．

DECOMPでは時系列$y(n)$を5つの成分に分解する．

$$y(n)=t(n)+p(n)+s(n)+td(n)+w(n) \qquad (5)$$

ただし，$t(n)$はトレンド成分，$p(n)$は定常自己回帰（AR）成分，$s(n)$は季節変動性分，$td(n)$は曜日効果項，$w(n)$は観測雑音項である．

そして，各成分に対して以下のようなモデルを想定する．

〈トレンド成分〉

トレンド成分は時系列データの趨勢的な傾向を表わす成分である．仮にトレンドが直線的に増加する場合は，

$$t(n)=an+b \qquad (6)$$

となり，時間差分$t(n)-t(n-1)=a$（一定）となる．ここでBをバックシフトオペレータとすると，$(1-B)t(n)=a, (1-B)^2t(n)=0$となる．実際にはトレンドは一直線ではなく，滑らかに変動するので，一般的にはトレンド成分は

$$(1-B)^{m_1}t(n)=\nu_1(n),\ \nu_1(n)\sim N(0,\tau_1^2) \qquad (7)$$

に従っているものとする．差分の階差m_1としては通常1，2または3が用いられる．

〈定常自己回帰成分〉

定常自己回帰成分は，m_2次の自己回帰（AR）モデル

$$p(n)=\sum_{i=1}^{m_2}a(i)p(n-i)+\nu_2(n) \quad \nu_2(n)\sim N(0,\tau_2^2) \qquad (8)$$

に従うものとする．

〈季節変動成分〉

季節変動成分は，ある時点のデータと1年前の同時期データとがほぼ等しい．これを式で表現すると，

$$s_t\approx s_{t-q} \qquad (9)$$

ただしqは季節変動の周期である．これを前述のバックシフトオペレータを用いて表現すると，

$$(1-B^q)s(n)=0$$

が近似的に成り立つ．これから，

$$\sum_{i=0}^{q-1}B^is(n)=0$$

が導かれる．したがって時間的変化を許した季節変動成分のモデルは，

$$\sum_{i=0}^{q-1}B^is(n)=\nu_3(n) \qquad (10)$$
$$\nu_3(n)\sim N(0,\tau_3^2)$$

となる．

〈曜日効果項〉

月次データにおいてひと月中の各曜日の違いの効果が曜日効果と呼ばれるものである．この効果は

$$td(n)=\sum_{i=1}^{7}\beta_i(n)d_i^*(n)$$

と表現できる．ただし$d_i^*(n)$は第n月中のi番目の曜日（日，月，火，水，木，金，土）の数，$\beta_i(n)$は第n月時点におけるi番目の曜日の係数である．

ここで，一意性のために，

$$\sum_{i=1}^{7}\beta_i(n)=0$$

という条件を加えておく．このとき，上記の曜日効果は

$$td(n)=\sum_{i=1}^{7}\beta_i(n)d_i^*(n)=\sum_{i=1}^{6}\beta_i(n)(d_i^*(n)-d_7^*)$$
$$=\sum_{i=1}^{6}\beta_i(n)d_i(n)$$

と書ける．したがって曜日効果のモデルとしては一般的に

$$\beta_i(n)=\beta_i(n-1)+\nu_4(n)$$
$$td(n)=\sum_{i=1}^{6}\beta_i(n)d_i(n) \qquad (11)$$

と表現できる．ただしDECOMPでは曜日係数が時間的に変化しないものと仮定し，システム雑音$\nu_4(n)$の項は除外している．

DECOMPでは上記の成分をまとめて状態空間表現している．状態空間モデルは

$$x_n=F_nx_{n-1}+G_n\nu_n$$
$$y_n=H_nx_n+w_n \qquad (12)$$

で表わすことができる．$m_1=2,\ q=12,\ m_2=2$で曜日効果を含まない場合には，

$$x_n=[t_n,\ t_{n-1}|s_n,\ s_{n-1}\cdots s_{n-10}|p_n,\ p_{n-1}]$$

$$F_n=\left[\begin{array}{cc|ccccc|cc} 2 & -1 & 0 & 0 & \cdots & & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & & 0 & 0 & 0\\ \hline 0 & 0 & -1 & -1 & \cdots & & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & & 0 & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & & \vdots & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & & 1 & & 0 & 0 & 0\\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & & 0 & a_1 & a_2\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \qquad (13)$$

$$G_n=[1\ 0|1\ 0\ \cdots\ 0|1\ 0]$$

と表現される．そして，カルマンフィルターのアルゴリズムにより状態を推定し，各成分を求めている．

図4は実際に機械受注のデータに対してDECOMPを実行した結果である．機械受注のデータでは対数変換を施し，曜日効果項および定常AR成分を省いているが，これはAIC（赤池情報量規準）を最小にするモデルを選択した結果である．

3．季節調整をめぐるいくつかの議論

(1) 季調替え

官庁から発表される経済統計の「季調済系列」は年に一度遡及改定される．これを「季調替え」と呼ぶ．

時間の経過とともに新たなデータが追加される場合，季調済系列が変化するのは当然のことである．これは移動平均型においても，モデル型においても生じる現

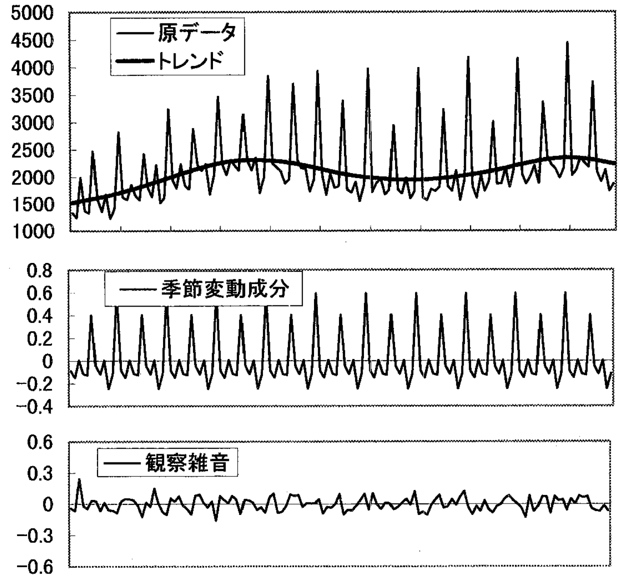

図4　機械受注データのDECOMPによる分解

象である．官庁統計では最新年の季調済系列を算出するために，前年までの系列から最新年の「季節変動成分」を予想し，最新年の系列からこれを除去することにより，季調済系列を算出している．このため，季調替えは1年おきに実施されており，ある年の年初の季調済系列が，1年以上経過後に遡及改定されることがあり，トレンドの転換点が1年も経過してから変更されてしまう場合がある．ちなみに，米国センサス局では原則として毎月季調替えが行われている．季調替えが1年毎が良いのか，毎月が良いのか，ユーザーの立場としては意見が分かれるところである．筆者の個人的な見解としては，毎月季調替えが行われる方が望ましいと考えられる．これはなるべく早期に的確な情勢判断を行いたいと考えるからである．ユーザーとしては，データが新たに追加されるたびに最適な季調済系列が当然変化しうることを理解し，その上でトレンド転換点などの分析や予測を行うべきであろう．

(2) 季節調整の「適切性」

移動平均型とモデル型の2つの類型のうちどちらが優れた手法であるのか，すなわち季節調整についての「適切性」についての議論は1960年代より繰り返し行われてきた．このような問いかけに対しては，「どの手法が最良であるかを判定する明確な基準は一般には存在しない」という結論が最良であるように思われる．この議論に関しては，川崎・佐藤に詳しく説明されている．本稿では，周波数領域における“seasonal dip”に関する過去の議論を振り返ってみたい．

経済時系列が季節変動成分を含んでいるかどうかは，図をプロットしてみれば明らかな場合が多いが，より

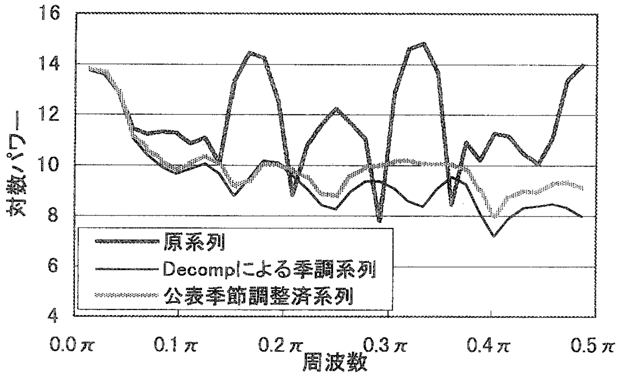

図5　機械受注データのスペクトル比較

厳密には，周波数領域における分析により明確な判断材料が得られる．周波数領域における分析とは簡単に言えばスペクトルを観察することである．データ系列に季節変動成分が存在する場合，1年周期の周波数およびその高調波のスペクトルのピークが観察される．**図5**は機械受注のデータをスペクトル解析したものであるが，図の実線（原系列のスペクトル）からわかるように，$f=2\pi\times1/12=\pi/6$の整数倍の周波数において，実際にピークが観測されている．

さて，季節調整法の「良さ」を評価する方法について，一石を投じたのがNerloveであり，季調済系列の満たすべき条件の中で特にスペクトルに関して1964年に以下のような基準を示している．

① 季調済系列のスペクトルにおいては，季節周波数とその高調波でピークがあってはならない

② 季調済系列のスペクトルにおいては，季節周波数とその高調波で溝(dip)があってはならない

季調周波数とは，月次データでは前述の$f=\pi/6$の整数倍の周波数のことである．季調済系列のスペクトルに溝が存在する場合，これは過剰調整であるという批判である．ここで再び図5を見ていただきたい．図では公表されている季調済系列と，DECOMPにより季節調整を行った各々の系列に対して，スペクトルを観察している．DECOMPによる季調系列には“seasonal dip”が認められる．公表季調系列にも$f=\pi/6$で“seasonal dip”らしき溝が見られる．それでは，DECOMPによる季節調整は過剰調整であるのか？

この論点に関しては紙面の都合上詳しい説明は省略するが，Nerloveの提案した基準は現在ではほとんど意味を持たないというのが定説になりつつある．スペクトルの「溝」は，モデル型季節調整が最適に行われたことを意味しているのである．Grether and Nerloveによれば，「“Seasonal dip”は過剰調整を表わしているのではなく，むしろこの種の『最適』季節調整の特徴づけになっている」のである．

4．季節調整法の選択および利用上の注意点

これまでの説明のように，季節調整法には2つの類型があり，どちらが優れているのかという議論は一般的には意味がないことを説明した．ところで，わが国を含め世界の統計機関で最も多く用いられている季節調整法は米国センサス局が開発したX-11およびX-12-ARIMAである．これは，永年にわたって同法が用いられてきたという歴史的経緯によるものと考えられる．統計データを分析する際には，そのデータに対して作成方法や処理方法に一貫性が求められるためである．

さて，わが国では，平成8年8月に総務庁が「季節調整法検討小委員会」を設置し，季節調整法としてX-12-ARIMAの採用の可否について審議を行い指針を発表した．それによると，「季節調整法を適用する場合は，センサス局法X-12-ARIMAなど，手法の適切性について一般的な評価を受けている手法を継続的に使用する」ことなどが示されている．このためわが国においても引き続きセンサス局法が利用される見通しである．

さて，経済統計データを利用する立場からは，移動平均型とモデル型のどちらも選択することができる．選択の際には，自分がどのようなデータを対象に，どのような情報を求めているのかを明確にしておく必要がある．利用者が自身の目的を明確にせず，盲目的にある手法を選択し季節調整をかけることは危険である．

以下に，前述の代表的手法を用いる際の注意点について説明する．

(1) X-12-ARIMA

X-12-ARIMAのプログラムはインターネット経由で米国センサス局のホームページからダウンロードすることができる．URLは

http://www.census.gov/ts/x12a/final/pc/

である．このホームページからマニュアル等もダウンロードできる．

さてX-12-ARIMAには，多数のオプションが付属している．自動モデル選択のオプションもあるが，異常値や急激なトレンド変化による影響を除去したい場合は，ユーザーが自ら最適なオプションを見つけ出す必要がある．このためには，マニュアルを読みこなし，試行錯誤を繰り返して，ユーザーの目的に鑑みて最適なオプションを選択する必要がある．

(2) DECOMP

DECOMPはインターネットを経由してWeb上で実行可能である．Web上で季節調整が可能になったことは，非常に意義深い．すなわち，ソースプログラムが配布された場合，自分でコンパイルする必要があるが，この必要がない．また，実行ファイルが入手できてもコンピュータのOS（オペレーティングシステム）が合わなければ実行不可能であるが，この心配もない．また，常に最新のバージョンが利用可能であるという利点がある．

DECOMPをWeb上で実行する"Web DECOMP"のURLは，

http://www.ism.ac.jp/~sato/

である．

さて，DECOMPでは時系列データを前述のように5つの成分に分解するが，常にこの5つの成分に分解する必要はない．実際のデータ解析ではこれらのうちどの成分を用いるかの判断が必要となる．またトレンドの次数，定常AR成分の次数を決める必要がある．これを決めるためにはAIC（赤池情報量規準）が最小となるオプションを選択すれば良い．AICはWeb DECOMPを実行すると必ず出力される．

DECOMP利用の際の注意点は，DECOMPは各成分のシステム雑音にすべて正規分布を想定していることである．このため，明らかに正規分布に従っていないデータ系列やデータのレベルシフトなどトレンドの急激な変化は想定していない．このような場合は非ガウス型モデルを用いるなどの解決方法があるが，これはWeb上では実行できない．Web DECOMPを利用するにはこれらの制約を念頭において利用する必要がある．

5．まとめ

経済時系列データを利用するユーザーとしての立場から，季節調整の必要性について解説した．また，季節調整の基本的な考え方，代表的な2つの手法について説明した．また季節調整をめぐる諸議論に触れた．最後に，季節調整プログラムを利用する際の注意点について説明した．

参考文献

[1] 北川源四郎,「時系列解析プログラミング」, 岩波書店, 1993

[2] 北川源四郎,「時系列の分解ープログラムDECOMPの紹介」統計数理 第34巻 第2号, 1986

[3] 北川源四郎,「季節調整プログラムDECOMPとその後の展開」統計数理 第45巻 第2号, 1997

[4] 木村 武,「最新移動平均型季節調整法X-12-ARIMAについて」金融研究, 第15巻 第2号

[5] 木村 武,「季節調整に関する実務的諸問題」統計数理 第45巻 第2号, 1997

[6] 佐藤整尚,「Web Decompの紹介」統計数理 第45巻 第2号, 1997

[7] 坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎,「情報量統計学」共立出版株式会社, 1983

[8] 川崎能典, 佐藤整尚,「季節調整の「最適性」について」統計数理 第45巻 第2号, 1997

[9] Bureau of the Census, "X-12-ARIMA Reference Manual (Final Version 0.1)", 1998

[10] Nerlove, M., "Spectral analysis of seasonal adjustment procedures", *Econometrica*, 32 (1964)

[11] Grether, D.M. and Nerlove, M., "Some Properties of optimal seasonal adjustment", *Econometrica*, 38 (1970)