施設配置モデル

——配置問題と社会の公平さ——

栗田　治

1　はじめに

ここでは都市の施設配置モデルに関して解説する．施設配置モデルは，施設を置く地点によってサービスの水準がどのように左右されるかを記述するものである．ここでいうサービス水準とは，人々がその施設から便益を受ける(あるいは不利益を被る)度合いをいう．このサービス水準を測るための方法は1通りではなく，施設や利用者の種類，社会的背景などに左右される．これらに関する考え方の筋道を整理しておけば，都市施設計画や企業の施設立地計画を客観的に立案するために役立てることが出来る．また，その考察過程では，個々の住民の便益と社会全体での便益とのせめぎ合いが顕わになる．ここでの内容は数学の論理によって導かれるものであるが，そのモデル化の過程や結果の考察過程は，むしろいわゆる社会科といってよいものといえる．

2　ミニサム型施設配置問題と問題点

2.1　定式化

1次元の(すなわち直線上の)都市を考える．勿論，平面の都市で考えることも可能である(これについては[1]で解説した)．しかし直線都市のモデルには，説明が容易で，かつ本稿の主旨である「公平さ」の本質も明示できる，という長所がある．読者の中には,「我々は平面上に住んでいるのだから直線都市を考えることはナンセンスだ」と思われる方もあるかもしれないが，実はそうでもない．例えば自動車専用道路や鉄道などの幹線系を対象として沿線住民のための(あるいは交通路を利用する人々のための)施設配置を議論する場合は，直線都市を考えることに意味がある．また我が国の島々には，沿岸部を道路が一周してその沿線(すなわち海岸部)に人々が住み着き，島の中央部にかけては山を切り開いて棚田や段々畑が作られる，という典型的なパターンがある．この場合，詰まるところ1次元の都市が構成されていることになる．

このような次第で，図1の如くに直線都市をx軸で表現する．そして，この軸上に住むnの住民の1人1人の位置を左から順に並べて表現しておく：

$$u_1 \leq u_2 \leq \cdots \leq u_n. \tag{1}$$

人々が利用するような施設を何か思い浮かべてみよう．例えば，市民ホール，美術館，公民館などという都市施設である．これらの施設の特徴は，その地域に住む人々だれもが同じように利用する，ということである．この施設の位置をxで表す．

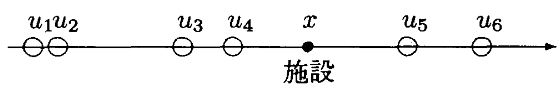

図1: 住民の位置u_jと施設の立地点x ($n = 6$の例).

このときj番目の人は施設を利用するために$|x - u_j|$だけ移動せねばならない．だからn人が1度ずつ施設を訪れた場合の距離の和をTとすると

$$T = |x - u_1| + |x - u_2| + \cdots + |x - u_n| \tag{2}$$

となる．このTを最も小さくするような施設の位置$x = x^*$を求める問題を**ミニサム型施設配置問題**という．この名前の由来は，距離の総和(summation略してサム)を最小化(minimize略してミニ)することによる．人々の移動の速さが同一と想定すれば，Tが小さいほど総移動時間が短くなるし，疲れの総量も小さくなる．また人々が自動車で移動したとすると，ガソリンの消費量や排気ガスの発生量がTに比例することは言うまでもない．距離の和Tは社会の便利さや環境の保全を考える上で重要な指標なのである．

2.2　ミニサム型施設配置問題の解

ミニサム型問題の解は次の通りに記述される：

くりた　おさむ　慶應義塾大学 理工学部 管理工学科
〒223 横浜市港北区日吉3-14-1
E-Mail : kurita@ae.keio.ac.jp

1. nが奇数のとき ⇒ 最適位置x^*は左から$n/2+1/2$番目(右からも$n/2+1/2$番目)の人の位置$u_{n/2+1/2}$に一致する；

2. nが偶数のとき ⇒ 最適位置x^*は真ん中の$u_{n/2}$と$u_{n/2+1}$という2人のなす線分上で不定となる(この線分上のあらゆる点が最適位置である).

図2に$n=1,2,3,4,5$の各場合の最適解を示す.

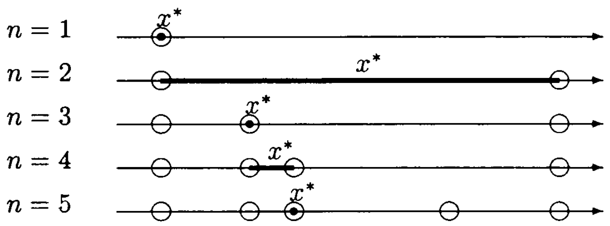

図 2: $n=1,2,3,4,5$の各場合の最適解x^*

上記の結果は次の補題を下にして導くことが出来る.

補題 2人の住民u_iとu_j (ただし$i<j$)からの距離の和を最小にする施設の位置は$u_i \le x \le u_j$を満たす任意のxで与えられる.

補題の成立は図3から明らかであろう. 図3で, 施設がu_iとu_jに挟まれる区間に含まれるとき, $a+b$は恒等的にu_j-u_iに等しいのである.

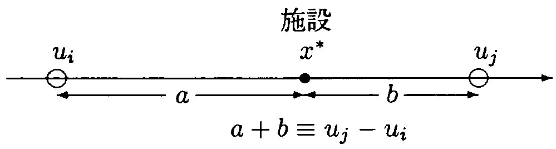

図 3: 2人の利用者u_iとu_jに関する最適施設位置は線分上で不定(利用者同士を結ぶ線分上の全ての点が最適解！).

まず, u_1とu_nの2人の住民のみに着目する. この2人にとっては区間$[u_1,u_n]$内の全ての点がミニサム型施設配置の最適解である(∵補題). したがって, 区間$[u_1,u_n]$の部分集合である区間$[u_2,u_{n-1}]$も最適解となる. よって, 施設を区間$[u_2,u_{n-1}]$内に置く, という条件の下では, この2人u_1とu_nは住民の集合から外して構わない. そこで今度は新しくu_2とu_{n-1}の2人の住民のみに着目する. すると, 全く同様の理屈で, 施設を区間$[u_3,u_{n-2}]$内に置く, という条件の下で, u_2とu_{n-1}は住民の集合から外せることになる. 以下同様で, 両端から2人ずつの住民を外しながら最適解の範囲を狭めて行くことが出来る. その行き着く先が前記の如くにnの偶奇で場合分けして記されるという次第である.

2.3 ミニサム型配置の問題点 – 住民負担の公平さ –

ミニサム型配置は都市全体でのエネルギー消費を最小化する, という観点からは誠に結構である. しかし, 個々の住民の移動距離に着目すると, 手放しで喜んでもいられない. これを説明するために, 筆者の小学生時代のエピソードを紹介しよう.

筆者は瀬戸内海のI島で小学生時代を過ごした. そこでは基本的には集落は海岸線に沿って線状に発達しており, 筆者は南地区に住んでいた. この地区における児童の分布と小学校(南小学校という名前)の様子を略記すると図4の如きものである. 筆者の属した50人程のクラスのうち1人を除いては徒歩で通学していた. しかし図4左端のN君だけは(距離が長いために仕方なく)バスで通学していた. 島のバス便は本数が少ない. N君は皆よりも早く自宅を出ねばならず, さらに, 皆よりも早く帰宅せねばならなかった. 放課後の校庭で走り回る友人たちを後目に, 1人だけバス停に向かって行くN君の姿は, 子供心にも寂しさを感じさせるものであった.

南小学校の配置はミニサム型の解に近いものだったように思う. その結果N君は1人犠牲となったのである. もしも, 子供たちの通学距離があまり異なった値を取らないことをもって公平であるとするならば, この場合, ミニサム型配置は明らかに公平さに欠けている. こうした問題点を解決する1つの手段としてミニマックス型施設配置という考え方を紹介しよう.

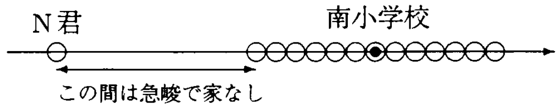

図 4: 海岸線に沿った南地区の児童分布と南小学校の様子.

3 ミニマックス型施設配置問題 – 公平さ実現のための次善の策 –

ここで取り上げるのは, 最も大きな(**maximum** 略してマックス)距離を最小化(**minimize** 略してミニ)する問題である. これは**ミニマックス型施設配置問題**と呼ばれる. 施設を区間$[u_1,u_n]$内の点xに設けるとき, 全ての住民の中で最も遠い距離を移動せねばならないのはu_1かu_nのいずれかの住民である. このことから,

次が言える：

> ミニマックス型施設配置問題の解は $x^{**} = (u_1 + u_n)/2$ すなわち住民の範囲の中央で与えられる．

ミニマックス型の解を図5に示す．この解でも，子供たちの通学距離には大小の別があり，不公平さが払拭された訳ではない．しかしN君の通学距離と他の子供たちの通学距離の差は小さくなり，N君は放課後もう少し遅くまで校庭で遊んでいられることになる．

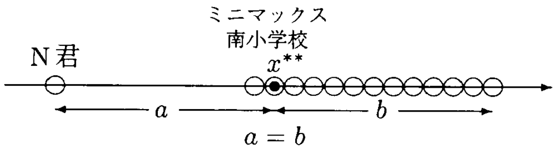

図 5: ミニマックス型施設配置 (N君は随分と楽になったけど…).

このようにミニマックス型配置は弱者救済型の方法である．大切なのは，この救済によって極端な不利益を被る人はいなくなるものの，多くの人々が(少しずつ)不利益を被る可能性がある，という点であろう．実際図5はそのような状況を呈している．ミニマックス型配置も手放しで薦めることは出来ないのである．

なお，ミニマックス型配置を試みるべき施設は他にもある．例えば警察の派出所や消防署．これらの施設からは，犯罪・交通事故・火災といった事態の発生に伴う緊急出動がなされる．この場合，都市内のどんな地点にでもある時間以下で到達できることが重要であり，ミニサム型の配置は適さない．

3.1 現実の意思決定のために

ミニサム型やミニマックス型の配置はある種理想的な解を与えるものの，そのどちらかを選択すれば良い，という訳でもなさそうである．最終的には都市施設を巡る利害関係や社会背景によって，施設立地点を決めねばならない．また，土地利用の制約によって，これら単純なモデルが与える解が必ずしも実現可能であるとも限らない．ここで述べるようなモデル分析は，あくまでも意思決定のための補助的手段あるいは資料提供を行うに過ぎないのである．では，もっと気の利いた資料を提供することは出来ないだろうか．

そのための有効な手段は，施設立地点に応じた住民の距離分布を記述することである．具体的に言えば，都市のいろいろな地点(あるいは施設立地の候補となっている点)に施設を固定したときの，住民の移動距離を計算し，移動距離のヒストグラムを作ればよい．こうすれば，どの程度の距離を移動する人が何人いるかが明示される．すなわち，ヒストグラムが全体に右に位置していれば全ての住民がしんどい思いをすることになるし，ヒストグラムのバラツキが大きければしんどい人と楽な人の差が大きい．このように施設配置の候補点を評価することが可能である．これらの評価は，移動距離の平均値や分散を算出することでも簡便に行える．

4 おわりに

自分にとって喜ばしい施設ならば，自宅の側に立地して欲しい．我々は皆このように願う筈である．施設配置の計画には

- 社会的コストの削減や環境の保全
- 公平さの追求
- 個人のエゴイズムの調整

といった要素が絡み合った意思決定が必要なのである．加えて現実の世界では，住民の利益代表が政治家という名前で存在しており，この代表者間の力関係や利害関係が公的施設の計画を更に不透明なものとしている．これを透明にするためには，客観的・数理的な説明原理に基づく結果を住民に周知させることが必要とされる．前述のミニサム型・ミニマックス型といった最適化の規準や，住民の移動距離の分布・平均値・分散といった指標はそのための手段といってよいであろう．

応用問題

[問題1] 平面上に n 人の住民が分布しているものとする．この場合のミニマックス型施設配置の解は“全住民を含むような最小半径の円の中心点”で与えられる．その理屈を説明せよ．

[問題2] 直線都市に複数の施設を配置するときのミニサム型施設配置とミニマックス型施設配置を求めよ．

[問題3] 距離に関するミニサム型やミニマックス型の配置が適当でない施設もある．例えば原子力発電所，ゴミ焼却場，下水処理場，危険物貯蔵庫など．これらの配置を行うための規準を考案し，危険や迷惑の負担の公平性を分析する手だてを述べよ．

参考文献

[1] 栗田　治(1995)：施設配置モデル－社会のための数学の例－, オペレーションズ・リサーチ, Vol.41, pp.174－177.