

クラス会の釣り銭の問題

—高等学校での出前講義—

若山 邦紘

1. 日高高校への出前講義

1997年10月に和歌山県立日高高等学校で行った出前講義についての報告である。

当日使用した高校生向けの教材のPower Point スライドの一部を織り交ぜながらその講義内容と生徒たちの反応について述べる。

2. 当日の問題（クラス会の釣り銭）

カラオケ喫茶を借り切ってクラス会をやることになった。出席者は25名、会費は一人1,500円である。万年幹事のK君は出席者が千円札2枚で500円の釣り銭をもらおうとするものが半数ぐらいいるだろうと考えている。釣り銭がなくなると混乱して間違えて自腹を切ることもありそうなので、あらかじめ釣り銭の500円玉をいくらか準備しておこうと思っている。釣り銭の500円玉を何枚用意しておけばよいだろうか。ただし、出席者は一人ずつ会計をし、誰かが何人分かをまとめて支払うようなことはないものと仮定しておく。

3. 講義の概要

3.1 イントロダクション

われわれの目的は高校生と高校数学系教員にもOR

今日の目的

- ◆オペレーションズ・リサーチの紹介
 - ◆高校生たちと高校の先生方に対して
- ◆なぜ？
 - ◆電子計算機の普及
 - ◆運転免許と同じく誰もが持つ物
 - ◆数学は将来役に立つはず
 - ◆数理的思考がコンピュータ利用に命を吹き込む
 - ◆人間の社会と生活を豊かにする文化と科学
 - ◆右脳と左脳をバランスよく鍛えよう
 - ◆数学はこんなことにも使えるのだ

2

の存在とその身近さを知ってもらうことである。線形計画法など一部の話題は使用されている教科書もないわけではないが、身近な問題に対するORの切り口を見せ、高校教材に社会と数学との接点となるORの話題をどしどし取り入れてもらいたい。

問題へのアプローチ

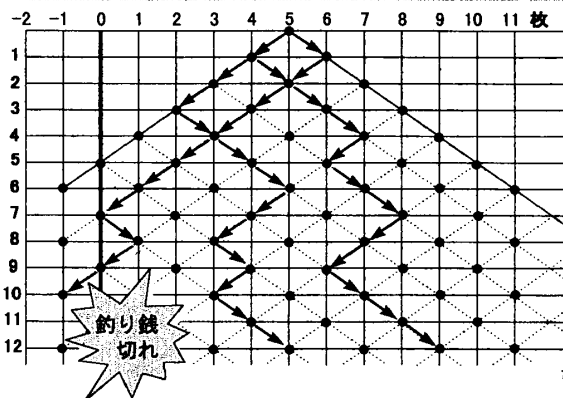
- ◆気ままな想像
 - ◆運がよければ
 - ◆みんな千円札と500円を用意して来る
 - ◆1枚も釣り銭はいらない
 - ◆運が悪ければ
 - ◆みんな2千円でお釣をくれという
 - ◆25枚用意しておかなくてはならない
 - ◆しかし、12,3人ぐらいいは500円をくれるのだから結構釣り銭はなくなるものかなあ????????.....

4

いきなり数式やモデルを持ち出すのは嫌われる。こんな程度の頭の体操から始めるのがよろこばれる。しかし、これでは科学的な匂いはしないかもしれないが、こんな話が不思議にORの精神の一次近似とも思える。

この問題を実際に解くのに、シミュレーションと確率計算による方法の2通りを見せてやろうと考えた。

現象を絵で見よう

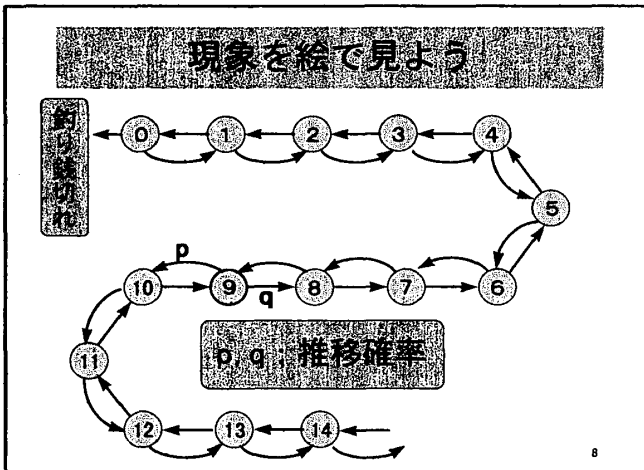


7

わかやま くにひろ 法政大学工学部経営工学科
〒184 小金井市梶野町3-7-2

現象や問題を理解するには「絵」が一番よい。絵を描くことがモデル作りの第一歩である。

ここで1時限が終わる。まだ、くりかえし実験を続けている生徒もいる。



3.1 ハンド・シミュレーション演習

シミュレーションの演習

- ◆ 道具
 - ◆ シミュレーションのワークシート
 - ◆ 乱数表 (0から9までの数字がランダムに並んでいる数表)
- ◆ 乱数の使い方
 - ◆ 出発点をランダムに決める
 - ◆ 一桁の乱数の値Rを読む
 - ◆ $R < 5$ ならば「H」が出たことにする
 - ◆ $R \geq 5$ ならば「T」が出たことにする

3.2 コンピュータ・シミュレーション

こんな実験をやってみよう

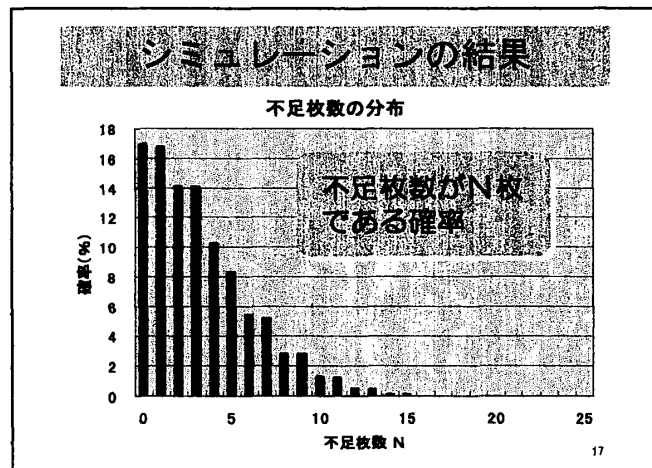
- ◆ コイントス
- ◆ 表 (H) の出る確率 $p = 0.5$
- ◆ 裏 (T) の出る確率 $q = 0.5$
- ◆ 25回繰り返すと
- ◆ [H, H, T, T, T, H, T, T, H, H, H, T, H, T, ...]
- ◆ [+ , + , - , - , - , + , - , - , + , + , - , + , - , ...]
- ◆ 参加者の列の代用品と考えよう

パソコン・シミュレーション

2時限目はEXCELのシート上に生徒のワークシートと同じ形式のものを作成しながら、コンピュータ・シミュレーションを繰り返す。この時は釣り銭の初期枚数を0から始めて、不足する枚数をカウントする実験を行った。

シミュレーションワークシート

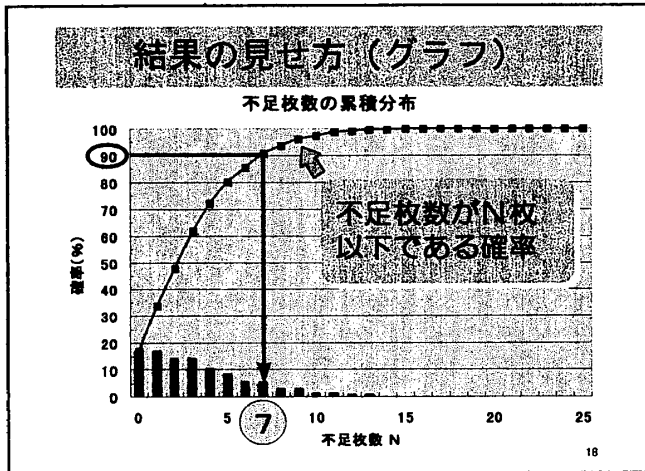
回数	Hor/T	増減	枚数
0	—	—	0
1	H	+1	1
2	T	-1	0
3	T	-1	-1
4	T	-1	-2
5	H	+1	-1
6	H	+1	0
7	T	-1	-1



コイントス実験は騒々しくなるので説明にとどめ、乱数を使ったモンテカルロ法の導入にする。シミュレーションの仕組みを教える。このあたりの確率は問題なく理解する。乱数表とワークシート(25人分)を生徒に一枚ずつくばり演習を行う。その結果を集計して黒板に書く。

シミュレーションの結果は不足枚数の分布の形で見

せる。繰り返しを進める毎に分布の形が変化しながら落ちていく様子を見せる。先生の方が面白い。



累積確率も示し、7枚用意すれば90%程度の確率で「釣り銭切れ」が起こらないことを説明する。グラフに慣れない生徒のために数値表の形でも見せる。同じ答えが得られる。

枚数	頻度(%)	累積	枚数	頻度(%)	累積
0	16.951	16.951	11	1.181	98.729
1	16.778	33.728	12	0.500	99.229
2	14.122	47.850	13	0.445	99.674
3	14.037	61.886	14	0.131	99.806
4	10.251	72.136	15	0.129	99.935
5	8.189	80.326	16	0.026	99.961
6	5.358	85.683	17	0.020	99.980
7	5.111	90.794	18	0.014	99.994
8	2.753	93.552	19	0.006	100
9	2.770	96.322	20	0	100
10	1.224	97.546	21	0	100

19

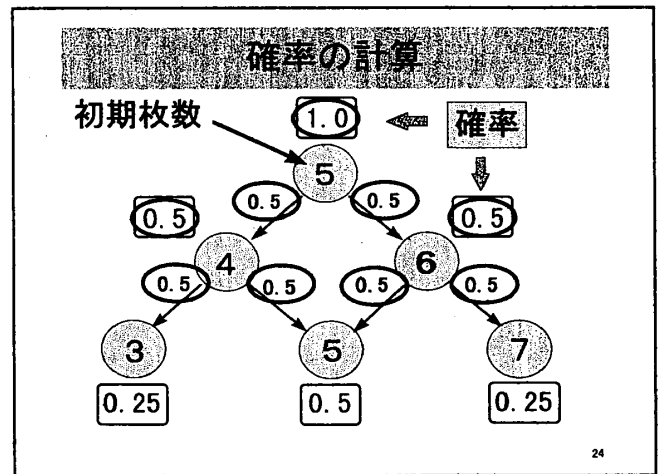
3.3 確率計算による方法

後半の時間は、実際にある初期枚数を定めたときに「釣り銭切れ」が起こる確率の計算方法を解説する。

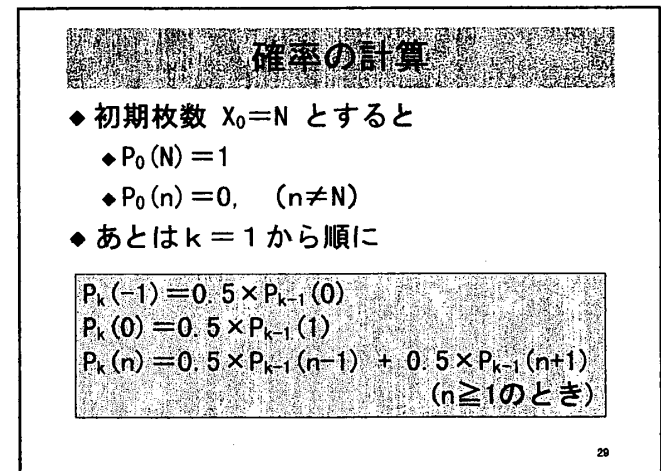
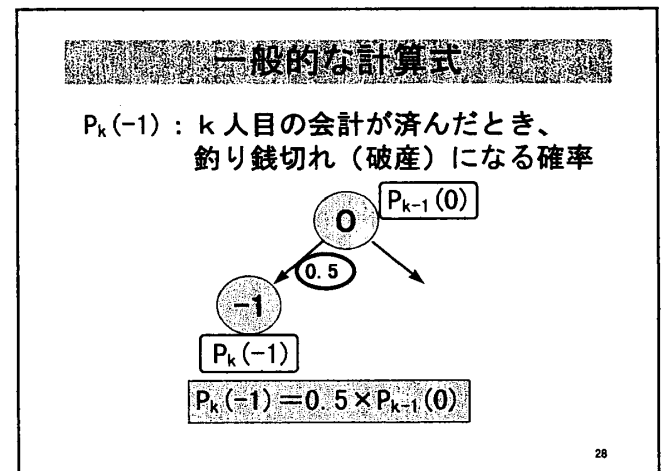
具体的に数字を使った計算方法は大方理解できるが、一般的な記号での計算式の理解は少々難しい生徒がいる。

先生方の話しでは、 $2x+3x=5x$ がわからない生徒でも、 $2m+3m=5m$ ならば、すぐわかるという。「2メートルと3メートルを足せば5メートルじゃ」と答えるのだそうだ。こういう高校生のいることを大学の先生も知っておくと参考になる。

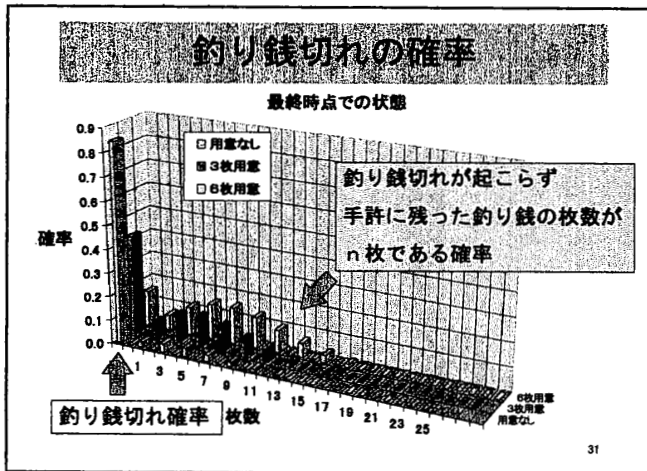
どうしても記号が出てくるとついてこられなくなる生徒がいるが、ある程度はやむを得ないと思う。大学生でも似たような経験がある。



一般的な数式を見せて説明する前に、図と具体的な数値を使った計算をやってみせることは必要なことだろう。それから記号などの定義に移ればよい。



このようにして「釣り銭切れ」の確率が計算できる。計算はEXCELの上でやって見せ、数値結果とあわせてグラフでも表示して見せる。数式の埋め込みであるシートに初期分布を入力すると「あっという間」に結果が出るので「オーツ」と歓声が上がる。



同じ問題だが問題に対する切り口、つまりモデルや解法の手段が異なり、計算の仕方も結果の解釈の仕方も違うことを説明する。

3.4 講義のおわりに

数学・物理の世界から見れば

- ◆ 確率過程論
 - ◆ マルコフ過程
 - ◆ ランダム・ウォーク・モデル
 - ◆ Random Walk Modelの応用
 - ◆ 連立一次方程式の解法
 - ◆ 偏微分方程式の解法
 - ◆ 原子炉設計の問題

OR問題における応用例

- ◆ 釣り銭問題の類似問題
 - ◆ 動物園の切符売り場
 - ◆ 自動販売機
 - ◆ 銀行の窓口における金種
- ◆ その他
 - ◆ 工場での通い箱
 - ◆ 絶滅寸前の生物
 - ◆ ダムの水位の変動
 - ◆ ゴルフボールの用意

この日、話した問題と方法については、大学の理工系の学部に進学すれば、こんなことを学ぶことになるかとか、類似する問題もいろいろあって、同じような考えが

使えることを講義の締めくくりとした。

4. 生徒たちの反応

授業が終わって、責任者の嶋田先生は生徒達にその場で感想を書かせた。後日、何人かの先生のコメントとあわせて、その感想文のコピーを送っていただいた。素直でかわいらしい感想ばかりで微笑ましい。

3.4 自然科学科の生徒より

・笠野高央：思っていたよりわかり易くて面白かったです。面白い先生でよかったです。大学へ行ってまた勉強したいと思う。

・中野正基：確率の勉強に役立つところも多かったように思える。ORというのは意外に自分の身近にあることに驚いた。

・下野久美子：今日は忙しいのにどうもありがとうございました。先生の話は楽しみでした。めったにない機会を私たちに与えてくれてうれしいです。先生が使っていたコンピュータはすごいなあと思うばかりでした。話はわかりやすかったです。これからも頑張ってください。

4.2 普通科の生徒より

・木村加寿美：将来役に立ちそうな話だと思った。私は数学の確率は苦手なので、絵(モデル)で表すとわかりやすかったです。今日はありがとうございました。

・中 芽衣子：おもしろかったです。あらためてパソコンの便利さがわかりました。普段やっている数学は社会に出て、いったい何の役に立つのだろう？と、ずっと思っていました。今日のお話で、役に立つことがわかりました。ありがとうございました。

・西 一範：今までにならってきた数学とは違う数学を勉強することができてよかった。

4.3 感想文のまとめ(75名)

生徒たちの感想文の内容から、いくつかのキーワードを取り出してまとめたのが次の表である。

● 数 学

数学が社会で役立つことがわかった	10
普段の数学授業と違って	6
確率の勉強ができた	4
数学に対する見方が変わった	3
数学が大切なことがわかった	2
数学が好きになった	2
数学は頭が変になる	1

● O R

ORを知ることができた	5
ORは面白そう	2
ORは難しい	1

● コンピュータ

コンピュータの有用性	11
コンピュータは面白そう	4
パソコンが欲しい	1

● 話の内容

楽しかった、面白かった	15
解りやすかった	13
一部わからず	3
簡単すぎる	1
興味がもてず	1

● 大学進学

大学へ行っても数学を勉強したい	2
経営工学に興味	2

● その他

問題への深い掘り下げに興味	2
勉強する気になった	1
ノーコメント	1

5. おわりに

近くには大学がないという和歌山県の高校を訪れて75名の生徒に直接講義できたことは、彼らに向かって「生きた情報伝達」ができたことと肌で感ずるものがあった。また行ってみたいものである。

出前の注文主である日高高校の嶋田先生には、「出前講義」の企画から実施にわたり校内外でいろいろご苦労をされたことと思う。教育者の情熱がなければできないことだと思う。ここに感謝の意を表するものである。

新時代のコンピュータ総合誌

隔月刊

Computer Today

偶数月18日発売／本体905円

1998年1月号・特集

感性と言語の情報処理

感性の言語表現 加藤 俊一・吉田 香
 感性言語を用いたユーザインタフェース 亀井 且有
 比喩の理解 山梨 正明
 感性情報処理と遺伝的プログラミング 中西 泰人
 言語・非言語情報を統合した発話音声の理解 寛 一彦・永原 敦示
 感性情報処理と主観情報処理 吉川 歩

連載

CMC研究ノート 続・アルゴリズムの工具箱
 SGML/XMLの入門から応用まで MacによるLAN 他

月刊誌

数理科学

毎月20日発売／本体952円

1998年1月号・特集

ニューロサイエンス最前線

—脳と心のメカニズムを探る—

神経科学の最前線 松村 道一
 視覚情報処理のメカニズム 小松 英彦
 聴覚系における情報処理の構造 力丸 裕
 感覚と運動の統合 内藤 栄一・室井 みや・松波 謙一
 記憶と学習の脳内メカニズム 藤田 一郎
 分子からみた脳神経系 畠中 寛
 認知神経科学と非侵襲性技法の進歩 川島 隆太・福田 寛

最新刊のご案内

理工系 線形代数

水田 義弘著 A5・216頁・本体1600円

数値計算の基礎—数値解法を中心に—

藤野 清次著 A5・約200頁・予価1800円

情報処理システム入門 [改訂版]

浦昭二・市川照久共編 A5・約280頁・予価1800円

サイエンス社

〒151 東京都渋谷区千駄ヶ谷1-3-25 ☎(03) 5474-8500

インターネットホームページ

<http://www.bekkoame.or.jp/~saiensu>

*表示価格は全て税抜きです。