

# セメント原料計画における 図式解法と混合整数計画法の適用

相沢 健実, 河野 高洋, 沼田 孝, 香月 毅

## 1. 緒言

セメントは日本でも100年以上の歴史を持つ息の長い商品であり、当業界はこの間、いくつかの製造技術面での革新や、社会/経済的な困難を乗り越えて今日に至っている。そして現在、さらに2つの新たな課題に直面している。その1つは市場と経営の国際化であり、今1つは、資源リサイクルや環境保護面でのセメント産業の貢献への期待である。本報文では、セメント工場の原価管理上最重要課題の1つである原燃料の最適購入/使用計画に、図式解法、および、混合整数計画法(MIP: Mixed Integer Programming)を適用した例を軸にしなが、これら加速する企業環境変化に対し、最新の情報リテラシーも駆使しつつ俊敏に対応している事例を紹介する。

## 2. 原料化学成分管理指標

セメントに必要な主要化学成分はCa, Si, Al, Feであり、品質の優れた(水和活性が高く強度発現性の良い)セメント鉱物を生成するためには、原料の化学成分比が所定の値になっていることが必要である。日本では明治時代に導入された当時の欧州流管理方式に従い、以下のような成分率でコントロールされている[2-4]。式中、例えば、水硬率の式の右辺のCaOとは単位セメント中のCaOの重量を示す。この3つの成分率の3自由度で上述の4つの化学成分比を管理できることになる。

$$\text{水硬率 } HM = \frac{CaO}{(SiO_2 + Al_2O_3 + Fe_2O_3)}$$

あいざわ たけみ, かわの たかひろ,  
ぬまた たかし, かつき たけし  
秩父小野田株式会社 技術部他  
〒105 港区西新橋2-14-1

$$\text{硅酸率 } SM = \frac{SiO_2}{(Al_2O_3 + Fe_2O_3)}$$

$$\text{鉄率 } IM = \frac{Al_2O_3}{Fe_2O_3}$$

セメント鉱物組成をベースにした別の管理方式(Borgue式)[5]が、特に第二次世界大戦以降世界的に広まった。しかし、日本のメーカーを中心に今日でも行われている前述の成分率(HM/SM/IM)による管理は、(1)今の時代でも最終的に依拠している人間の手による湿式化学分析の手順、(2)粘土類を混合した後に石灰石と混合粉砕するという原料工程(図1)のフローとその調合制御方式、の双方に合致しているという利便性の故に未だその妥当性は崩れていない。

## 3. 図式解法

さて、日本のセメント業界はプラントメーカーとともに、世界中で発展途上国のセメントプラント建設に貢献してきている。また、セメント市場の国際化は、東南アジアに生産拠点を移す国内メーカーの動きを加速している。セメント工場の新設を検討する場合、工場近傍で手配可能な原料を調査し、セメント製造に必要な成分率を、この入手可能な原料で実現しうるかを検討する。つまり、「手持ちの銘柄だけでは無理だ」とか、「この銘柄は欠かせない」とか、「この銘柄とこの銘柄はどちらか一方があれば良い」とかを簡単迅速に

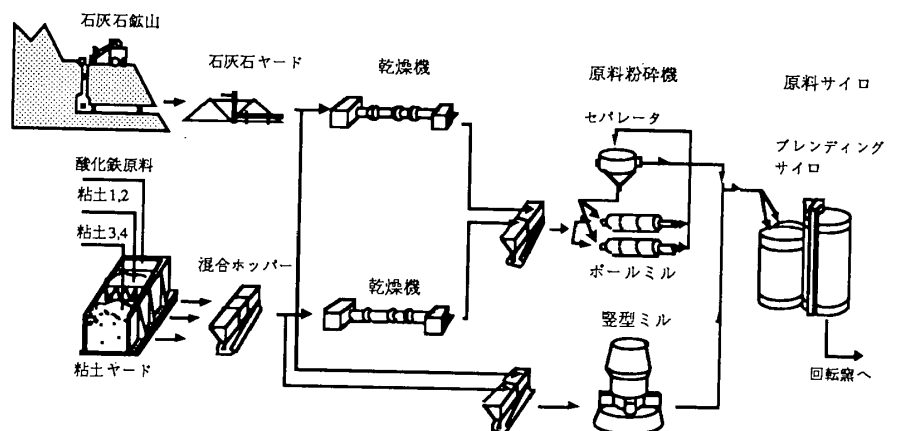


図1 原料工程図<sup>[2]</sup>

結論づける道具が欲しい。

石灰石純度がよほど低くない限り, Ca を除いた他の 3 成分 (Si, Al, Fe) を 2 つの成分率 (SM, IM) で管理すれば良いので, SM, IM を縦横軸にし, 各原料銘柄の成分率をその上に布置した成分マップを作ることを考えよう。ところが, 銘柄 A と銘柄 B との混合比率を連続に変えて得られる原料成分率の軌跡は直線にはならない (図 2 左) ので図上で簡単に予測できない。別途成分計算しなおすようでは図式解法のメリットは失われる。そこで, 何らかの座標変換で軌跡の直線化ができないかと考え, IM 側の座標軸のスケールを  $1/(IM+1)$  として配置し直すことで実現できることを見いだした (図 2 右)。こうすると, 与えられた 3 銘柄で目標 SM/IM 成分率が実現できるかは, このチャート上で 3 銘柄を結んだ三角形の内側に目標成分率点が入るかどうかが容易に判断できる。4 銘柄以上の場合は凸包 (convex hull) の内部に目標値があればよい。

気がついてしまえば単純なことではあったが, 縦軸に SM 値を, 横軸の  $1/(IM+1)$  のポイントに IM 値を記入したグラフ用紙 (NA チャート [6] と呼ぶ) を用意しておき, 小脇にかかえて海外出張に出かけることも行われている。参考までに北米西岸にプラント建設を

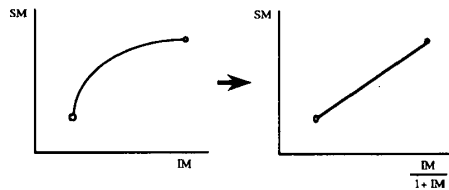


図 2 2 銘柄混合原料成分率の軌跡

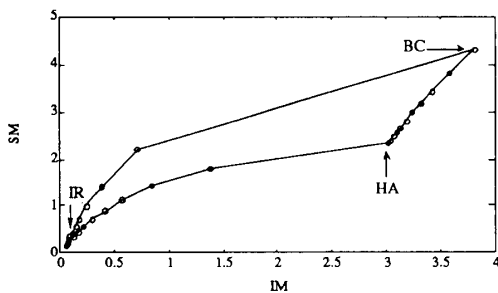


図 3 3 銘柄混合の軌跡 SM vs. IM

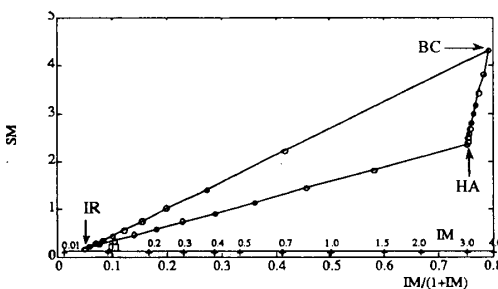


図 4 3 銘柄混合の軌跡 SM vs.  $IM/(1+IM)$

検討した際の実例を図 3, 4 に示す。図中, BC, IR, HA は原料銘柄名であり, 銘柄間を結ぶ線は 10% 刻みの折れ線で示してある。目標値の打点は省略させて頂いた。

工場新設の場合に限らず稼働中のプラントでも, 特定粘土銘柄の枯渇を予想して, 「どの銘柄で代替可能か, また, その場合に他の現在使用中の銘柄の使用量が増えるのか減るのか」といった粗い布陣をこのチャートで一望しておくことも重要である。

混合軌跡が直線となることの証明は紙面の都合上省略するが, これと同様な関係が HM と SM と間にもあり  $HM \text{ vs. } 1/(SM+1)$  のチャート上で混合原料成分率の軌跡を直線化することができる。しかし前述のように, HM は粘土類内部の調整とは独立で制御されることが多く, NA チャートに比べ実用性は乏しいと言えよう。

#### 4. LP による原料計画の定式化

前節では, 図解により, 原料の要不要を簡単迅速に判断する工夫を述べた。しかし, 原料の購入計画においては, コストミニマムも追求しなければならない。また, 上述の主要成分以外に, 環境, 運転, 品質等の観点から使用量が制限される S, Cl 等の化学成分もある。そこで, 線形計画法により「混合問題」として定式化し最適化を図る試みが古くから行われてきた。

ところで, 成分率は分数型であるから, 一般には非線形となり, 線形計画モデルにはそのままでは乗らない。しかし, 目的成分率を, 4 成分の合計値一定の仮定 (一般にそう仮定して不都合はない) のもとで % 値に変換し, これに総購入量を掛け, 各成分の実含有量がこれと等しくなるとおくことにより線形化可能である。このモデルを数式で表現すると次のようになる。

<添字>

$i$  : 製品種  $j$  : 主要成分

$k$  : 原料銘柄  $m$  : 特定成分

<変数, 定数>

$x_{ik}$  : 原料使用量 (kton)  $A_{ij}$  : 主要成分目標 (%)

$T_k^U$  : 購入量上限  $T_k^L$  : 購入量下限 (kton)

$P_k$  : 原料単価 (kyen/ton)

$C_{jk}$  : 原料銘柄別主要成分量 (%)

$M_k$  : 水分 (%)

$M_k' = (100 - M_k)/100$  : 水分補正係数

$V_{km}$  : 特定成分量 (%)

$V_{im}^U$  : 特定成分量上限  $V_{im}^L$  : 同下限 (%)

<目的関数>

$$z = \sum k (P_k \sum_i x_{ik}) \quad \rightarrow \quad \min$$

〈制約式〉

1) 原料各銘柄の供給量上下限制約

$$T_k^L \leq \sum_i x_{ik} \leq T_k^U$$

2) 主要成分目標値制約

$$\sum_k \sum_i (C_{ki} \times M_k' \times x_{ik}) = A_j \times \sum_k \sum_i (M_k' \times x_{ik})$$

3) 特定成分上下限制約

$$\begin{aligned} V_{im}^L \sum_k (M_k' \times x_{ik}) \\ \leq \sum_k (V_{km} \times M_k' \times x_{ik}) \\ \leq V_{im}^U \sum_k (M_k' \times x_{ik}) \end{aligned}$$

## 5. MIP による定式化の補強

教科書的な比較的小規模で簡単な問題に対しては、この定式化は有効ではあるが、製造業における現実の生産、購買環境には、多数かつ複雑な制約条件があり、しかもこれが企業内合理化や、製造業をとりまく環境の変化、国際化により、より複雑化する傾向にある。その一例を挙げれば以下のものがある。

- (1) 原料の調合に当たっては粘土ヤード、混合ホッパー数などの設備的制約により、混合使用可能な粘土銘柄数の上限がある。
- (2) 工程の安定化や切り替え工数を少なくする目的で使用銘柄の頻繁な変更は避けたい等の要望がある。
- (3) 商取引の一般として、購入する以上はある数量以上を引き取らなければならない。
- (4) 原料の購入単価に非線形性がありうる。いわゆる「規模の経済性」が存在する。

明らかに、これらの複雑な制約条件はを LP で定式化不可能であり、整数変数を加えた混合整数計画法 (MIP: Mixed Integer Programming) による定式化が必要となる。このうち(3),(4)について定式化の例を示すが、同様な試みを燃料の購入計画に関してすでに報告した [1]。

MIP による定式化の補強により、いくつかのケース毎に LP モデルを立てて計算し最適解の中の最良値を見つけるといった煩雑な手順が不要となり、一気に最適解を求めることが可能となる。畢竟、What-If 分析にかける手間と時間も大幅に軽減できる。近年 MIP 応用事例が多数報告されるようになってきている所以である。

### 5.1 最小購入ロットサイズの定式化

購入ロットサイズに制約が課せられる場合がある。つまり、「もし購入するとすれば  $m$  トン以上購入しなければならない。ただし、買わないこともできる。」という制約である。輸送船の積載量が最低購入単位となる場合もある。購入問題に限らず、生産計画等において

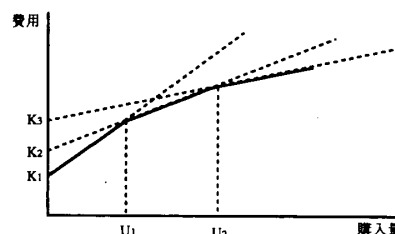


図5 区分線形費用関数

も、最小生産ロットサイズが指定されていたりする場合も珍しくない。以上を数式で表現すると、 $y$  を 0/1 整数、 $m$  を購入下限、 $M$  を購入上限として次式となる。

$$my \leq x \leq My$$

### 5.2 非線形費用関数の取り扱い

いくつかの銘柄の粘土では単価が図5のように購入量により変化し、購入量が多いほど単価が安くなる、いわゆる、「規模の経済性」が存在する。これは商取引では一般的に見かける事項でもあるが、費用関数が非線形になることを意味するから、一般的には LP では解けない。確かに最小化問題で費用関数が凸型（単価漸増）であれば変数域を個別の変数に分離して LP のままで最適解を求めることができる。ところが、このケースのように費用関数が凹型の場合や不規則に変化する場合は一般に定式化が困難であり、整数変数を導入して区分線形問題とし、次のように定式化する必要がある。ここで、 $U_i$  は区分点、 $K_i$  は切片、 $y_i$  は 0/1 変数である。

〈目的関数〉

$$z = \sum_i P_i x_i + \sum_i K_i y_i \rightarrow \min$$

〈制約式〉

$$K_{i+1} = K_i + P_i U_i - P_{i+1} U_i$$

$$U_{i-1} y_i \leq x_i \leq U_i y_i$$

$$\sum_i y_i \leq 1, y_i = \{0,1\}$$

## 6. 感度分析

線形計画法を中心とする数理計画法の利点は感度分析情報が最適化計算の過程で得られることである。

### 6.1 交渉価格 PN (negotiation price) の算出

原料購買担当者としては、原料計画の解を得るだけでなく、原料購入先との価格交渉時に有用な情報が最適化システムから得られれば非常に好都合である。この種の値づけの感度分析は、LP の単純な制約式のもとでは一般的であり、そう難しい問題ではない。本問題で特徴的なのは、購入総量の下限が整数で表現されており、通常の LP とは違った工夫が必要である点にある。より詳細に関しては、燃料購買計画に関する

別報[1]を参照願いたい。

## 6.2 設備投資採算性評価

設備や運転上の制約で安価な原料が使用できない場合がある。このボトルネックを解消できる設備改造が提案された場合に、投資採算性の評価に該当制約式のShadow Priceおよびパラメトリック解析の結果を使うことができる。

## 7. OR リテラシーおよび結言

セメント生産における原料計画への線形計画法の適用の歴史が長いことはすでに述べた。計算機とLPソフトの市場での進化と重ねて概括すれば下記となる。

- (1) 民間で初めて事務用計算機が導入され、手作りのLPソフトで原料計画を解く試みが開始された。
- (2) メインフレーム用LPパッケージが登場
- (3) ミニコン/EWS用のLPソフトが登場。PC上のBasicの手作ソフトや市販ソフトも現われるが不安定
- (4) EWS用のソフトが進化しMatrix Generator機能を持つものも現われる。一方、PC用ソフトも高性能化し、当時急速に普及しつつあった表計算ソフトをユーザーインターフェイスにするものも現われた。
- (5) そしてつい最近、表計算ソフトの「おまけ」にLP(一部MIPも可能)ソフトが付くようになった。

セメント産業は重厚長大型の成熟産業であるが、現在再び脚光を浴びつつある。セメント回転窯という装置と、商品が大地に固定されるという産業の特長の故に、ゼロエミッションという観点から、資源リサイクルや環境保護面での貢献を期待されている。つまり、おびただしい種類の産業廃棄物や地方公共団体の一般廃棄物を積極的に代替原料として引き受けることが求められている。セメント品質への影響、環境基準の遵守、製造原価や設備保全費の低減等を考慮しながら、これら多品種少量の原燃料の使用の検討は工場担当者の大きな負荷になりつつあった。この機を捕え、LP/MIPのこれまでの蓄積をもとに、上記(5)を用いた「リサイクル資源LPシステム」(図6)を稼働させた。本

図6 リサイクル資源LPシステム稼働例

システムでは、入出力に無関係な演算式を隠したり、機能別に色分けしたり、入力値のチェックを充実させる等で、工場担当者がきめ細かい原料受け入れの可否判断を適宜気楽に行えるように工夫した。また、条件が複雑な場合には本社のEWS上のシステムでMIP計算をバックアップする体制も整えた。つまり、現在は(4)と(5)の併用システムということになる。

以上、セメント生産における原料計画のMIPによる定式化を例に、最新の情報リテラシーの応用に至るまでのLP適用の歴史を跡づけてみた。また、成分配置図の工夫により原料銘柄の要不要を簡単迅速に評価可能とする図式解法の事例も報告した。計算機技術がこれだけ進歩した今日でも、否、それ故に、図解の役割が改めて見直されているのも興味深い [7]。

### 参考文献

- [1] 相沢健実、『燃料購入計画への混合整数計画の適用』日本経営工学会誌, Vol. 46, No. 5, pp. 460-466, 1995
- [2] セメント協会編、『セメントの常識』1992
- [3] 永井彰一郎、『セメント概論』, 丸善出版, 1930
- [4] 森茂二郎編、『新しいセメントとコンクリート』, 建設総合資料社, 1975
- [5] R. H. Bogue, 『The Chemistry of Portland Cement』, Reinhold Publishing Corp., 1955
- [6] 特許出願中
- [7] 特集『ORの図解』, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 32, No. 6, 1987