

進化論的ゲーム論

——生物学を超えて——

松井 彰彦

1 進化論的ゲーム論の誕生

表 1: タカ=ハト ゲーム

		相手	
		ハト	タカ
本人	ハト	2	1
	タカ	3	0

世の中はゲームであふれています。生物界も決して例外ではありません。そこでは生死を賭けたゲームが繰り広げられています。餌を探してうろついている2匹の動物が同時に食べ物を見つけたとしましょう。2匹は餌を分けあうかもしれませんし、攻撃的に餌を独り占めしようとするかもしれません。2匹とも勝ちを譲らなければ闘い疲れて共倒れになるでしょうし、片方がより攻撃的でもう片方が餌をあきらめれば、前者は餌を独り占めできます。生物学者メイナード・スミスとプライスはこのような状況を単純化した「タカ=ハト」ゲームと呼ばれるゲームを考察しました[10]。進化論的ゲーム論の誕生です。

この状況を詳しく見てみましょう。動物社会は多数の個体からなり、各個体は遺伝によって「タカ」ないし「ハト」に属しています。動物たちは森の中をうろついたり、ときどき他の個体と出会います。数学的には各個体は単位時間内に他の個体のいずれかと等確率で出会うと仮定します。このような形で動物たちが出会う状況を（一様な）ランダム・マッチングと呼びます。

ランダム・マッチングの下であるときある2匹が出会うと表1にしたがって適応度が決まります。この表は4つの組み合わせに応じた適応度（繁殖力）を示しています。例えば自分が「タカ」で相手が「ハト」の場合、本人の適応度は3になります（相手の適応度は表を読みかえて1となります。本稿では他の表もすべてこの表記法を用います）。数字が高いほど自身の適応度が高いことになり、自分の子孫をより多く増やすことができます。

このような環境の下で自然淘汰が進むとどのような状態が生じるでしょうか。まず、「ハト」ばかりいる状

況ではタカ戦略を採る個体が出現した場合、搾取されてしまい「タカ」が増えていくことになります。他方、「タカ」ばかりいる状況ではお互いに傷つけあってしまうため、これも安定的になりません。

結局、タカが半分、ハトが半分という戦略の分布が進化論的に安定になります。この状態での両者の平均的な適応度は共に1.5になります（ハト： $2 \times 0.5 + 1 \times 0.5$ 、タカ： $3 \times 0.5 + 0 \times 0.5$ ）。ここからタカが5%に増えるとハトの適応性がタカのそれを上回り（ハト：1.49、タカ：1.47）、ハトが5%に増えるとタカの適応性が上回る（ハト：1.51、タカ：1.53）ため、自然淘汰を通じてもとの分布に戻る圧力が働いているからです。

この考え方を定式化したのが次の概念です。この定義の中で（例えば） $\Pi(p, q)$ とあるのは q を採っている個体と出会ったときの p を採っている個体の利得（適応度）です。[†]

定義（メイナード・スミス=プライス）. ある戦略（ないしその分布） p が進化論的に安定であるとは、他のどのような戦略 q を採ってきても次の2条件が成立することである。

- (1) $\Pi(p, p) \geq \Pi(q, p)$,
- (2) もし(1)において $\Pi(p, p) = \Pi(q, p)$ ならば $\Pi(p, q) > \Pi(q, q)$.

今、全ての個体が p を採っている状態から始めて q とい

まつい あきひこ 筑波大学 社会工学系
〒305 つくば市天王台1-1-1

[†]ここで「 p を採る」とは確率 p でハト、確率 $(1-p)$ でタカを採るという意味です。

う突然変異を伴った個体が若干発生したとします。pが進化論的に安定であるためにはpの適応度がqのそれを上回っていないとはなりません。そうでなければqがその勢力を増していきついでにpを駆逐してしまいます。個体qは最初は少数ですから高い頻度で、各個体はpと出会います。ですから個体pが個体qよりも適応度が高くなるためにはpに対してp自身がqよりも高いか同等の利得を得なくてはなりません。これが条件(1)です。条件(1)が厳密な不等号(>)で成り立っていれば、pは進化論的に安定になります。(1)が等号で成り立っていると定義から条件(2)を確かめなくてはなりません。このとき多数派であるpに対してはpとqは同程度の適応度を持ちますので少数派であるqと出会ったときにp、qいずれが高い利得を得るか勝負の分かれ目です。(2)ではqに対してはpがqよりも高い利得を得ることを条件として挙げています。(1)と(2)が成立していればpはqの侵入を撃退できるというわけです。

上記の「タカ=ハト」ゲームでは $p = 0.5$ タカ+0.5ハトという戦略(2回に1回タカの行動を採る;あるいは「タカ」を採る個体が50%、「ハト」を採る個体が50%)が進化論的に安定であることが数学的に確認できます。証明は省きますので興味のある方はチェックしてみてください。

進化論的ゲーム論は生物界におけるゲーム的状况の分析に貢献しました。上記の議論で個体が思考する必要のないことに気付かれたでしょうか。進化論的ゲーム論が経済学者に注目され始めたのは80年代後半、折りしも超合理性を仮定した人間行動の分析が行き詰まっていたときでした。個体が合理的でなくとも社会全体を眺めると意味のある結果をはじき出す理論、それが進化論的ゲーム論の魅力です。この理論の貢献は次の3点に大別されます。

- 均衡が達成されるメカニズムの解明
- 均衡間の選択
- 進化/変化の過程において生じる社会現象の説明

このうち初めの2つは進化論的ゲーム論でなくとも別の形でアプローチすることが可能な問題です(進化論的ゲーム論による分析の方が優っているケースが多々ありますが)。それに対し、第3の点は進化論的ゲーム論固有のもので、本稿では90年代前半に発表された2つの研究の紹介を通じてこの新たな理論がどういう形で上記の問題を捉えていったかをお話することにさせていただきます。

2 音声から言葉へ

生物界では様々な合図が見られます。危険を知らせる合図から求愛行動まで複数の動物が居合わせる場には必ずと言っていいほど合図-情報の伝達が行われています。その中には一見すると単なる発声のような合図もあります。人間界でも単なる音声の組み合わせによって意味を持つ言葉は社会活動に欠かせない要素となっています。言語学で指摘されているように合図と言語記号の間には大きな開きがあるとはいえ、物理的には本来何の意味も持たない音声がどのような過程を経て意味を持つようになるのかという問題は、言語理論にとっても重要な問題です。にもかかわらずこの過程は長い間ベールに包まれていました。

言うまでもないことですが、合図はその送り手と受け手という最低2個の個体がいって初めて意味を持ちます。またある個体が他の個体に合図を送るとき、(特に人間の場合)そこには何らかの意図があります。これまでの研究では複数の個体間での誘因の問題-なぜ(人間も含めた)生物は相手に合図を送ろうとするのかという問題の解明に関する分析が欠けていました。1991年、Journal of Economic Theoryに掲載された論文[8]はその問題を進化論的ゲーム論の枠組みで考察しました。

この論文の中で筆者は協力の達成と言葉の発生とを絡めて論じています。まず表2を見てみましょう。このゲームは協調ゲームと言って、お互いに相手の戦略に合わせる方が利得が高くなります。相手が「協力」を採っている場合、自分が同じ戦略を採ると4、もう一方の戦略「安全」を採ると3の利得が得られるので「協力」が最適戦略となります。それに対して、相手が「安全」を採っている場合には自分も「安全」を採ることによって2の利得が得られるわけです(自分が「協力」を採ってしまうと利得は0になってしまいます)。このゲームが前節で述べたようなランダム・マッチングの状況でプレイされると、進化論的に安定な戦略は「協力」と「安全」の2つになります。ここで問題はこの2つの安

表 2: 協調 ゲーム

		相手	
		協力	安全
本人	協力	4	0
	安全	3	2

定的な戦略のうちどちらが選ばれるかということになります。

一部の理論家は話し合いを通じて協力が達成されると思われました。しかし、初めから相手の言葉を信じるという仮定は言葉の発生を説明できないだけでなく現実を無視した天下りのものとなっていました。これに対し[2]は credible neologism (信用するに足る新造語) という概念を持ち出します。今ある均衡を基準として誰か(プレイヤー1としておきましょう)が別の戦略を採ろうと提案したとします。そして、相手(プレイヤー2とします)がそれを信じたとして提案に乗るとしましょう。この時プレイヤー1がプレイヤー2をだます誘因を持たないならばこの提案を credible neologism と呼びます。ある均衡が neologism-proof であるとはこのような credible neologism が存在しない、すなわちこの均衡からある信用するに足る提案によって人々が別の戦略に移らない状況を言います。[‡]この議論を表2にあてはめると(「協力」、「協力」)のみが neologism-proof となります。

この概念によって戦略的な道具としての言葉のやりとりという問題が真剣に論じ始められました。しかし言葉の本質を捉えるためにはもう一歩進んだ分析が必要と考えられます。この点をもう少し詳しく見てみましょう。仮に(「安全」、「安全」)が当初の均衡だったとします。今、私(筆者)とあなたがこのゲームを1回だけ行なうとして、私があなたを「協力しよう」と説得したとします。さて、あなたはこれを素直に信じますでしょうか。私はあなたのことをあまり知らないから、あなたが提案に乗ってくるか否かを判断しなくてはなりません。あなたが提案に乗ってくると確信したならば「協力」を採るでしょう。逆にあなたが提案に応じないだろうと予想したならば私も「安全」を採った方が利得が高くなります。しかし、どのように予想しようとも私はあなたを説得しようとするべきなのです。ここでもう一度ゲームを見てみて下さい。私がどちらの戦略を採ろうともあなたには「協力」を採ってほしいということがお分かりになると思います。たとえ私が「安全」を採っていてもあなたが「協力」してくれれば私の利得は2から3に上がるのです。もちろん、あなたの利得は2から0になってしまいます。「お人よし」の社会では「協力」が生まれるかも知れませんが、「だまされる方が悪い」という風潮のある社会で

[‡][2]はこの議論を別のゲームの中で考察したため、今考察しているゲームへ適用するためには若干の変更が必要です。

は「安全」策を採ることになり、「協力」は達成されません。言葉の辞書の上での意味とコンテキスト=文脈の中での意味が乖離しているわけです。

しかし[2]では「信用するに足る」ということばの意味内容をはじめから仮定してしまっているため上記のような議論の入り込む余地はありません。ましてや言葉の意味の発生という問題の理解には結びつきません。

言葉の意味がどのように発生するかを分析するために表2の利得表で表わされたゲームが前節同様社会の中で行われるとします。ただしこのゲームを実際にプレイする前に音声のやりとりができるとします。正確に言うと出会った2人が同時に何か音声を相手に送ることができるかと仮定します。こうして作られた2段階ゲームに進化論的ゲーム論の動学概念の1つである最適反応動学-社会の一部の人々が現状に対する最適戦略を採ることで社会の戦略分布が徐々に変化していく動学を適用します。[§]以下がその結果と簡単な説明です。

定理：最適反応動学を上記の2段階ゲームに適用すると、安定的な解においては全ての個人が2段階目に「協力」するという戦略を採る。

説明：証明の全体を述べることは本稿の性質上意味がないのでどのような過程を経て「安全」から「協力」に移行していくのかだけを説明する。その中でも特に全員が1段階目に「あんぜん」と叫び2段階目に「安全」を採っている状態からどのように「協力」に向かっていくのみを論じる。この初期状態において次のような戦略を考える。

戦略K：1段階目に「きょうりょく」と叫ぶ。
2段階目の行動は相手が何を叫んだかによって決める。もし相手が「あんぜん」と叫んでいたら自分は「安全」を採る。それに対し、相手が「きょうりょく」と叫んでいたら自分は「協力」を採る。

この戦略Kは初期状態に対する最適反応となっている。今のところ最適反応は元の戦略も含めて複数ある。しかし、戦略Kが少し侵入してくると元の戦略はもう最適反応とはならず戦略Kのみが最適反応となるため、

[§]この動学の数学的な定義等に関しては[3]を参照のこと。

[¶]以下の論理は secret hand-shake (密約) の議論とも共通しています[11]。そこで Robson は新しい種の誕生のメカニズムの1つを示唆しています。

この変化は全個人が戦略Kを採るまで続く。実際、戦略Kが1%侵入した場合の平均利得は戦略Kで

$$.99 \times 2 + .01 \times 4 = 2.02,$$

元の戦略で2となる。これは戦略K同士が出会った場合、「きょうりょく」を合言葉として「協力」が実際に採られるからである。|| (説明了)

この説明の中で「きょうりょく」という音声は「協力」に、「あんぜん」という音声は「安全」に対応したことに注目してほしいと思います。もちろん、「きょうりょく」ではなく「あっちゃんぶりけ」という音声でも全く問題はなかったわけですがその場合には社会の成員達は「あっちゃんぶりけ」という音声によって今の「協力」の概念を表わすことになったかもしれません。

ここでの「言葉」は言語学では「合図」ないし「シンボル」程度の意味です。このような「言葉」が言語記号に変容していく過程の分析も今後に残された興味深い課題でしょう。

3 種は一斉に変わるのか

生物学者の今西錦司は「種が変わるべきときがきたら、種を構成している個々の個体も、一つの運命共同体としてみな同じように、あるいは同じ方向にむかって変わる」と主張しています[1]。この主張が奇異に映ったHalsteadはNatureに生物学の論文というよりは日本の研究界の現状を述べたような批判論文を発表しました[4]。この後賛否両論が出されましたが、今西理論はその数学的基礎を持たぬまま、生物学の主流からは外れた理論として今日に至っています。

種全体があるとき同時に変容するのはほぼ不可能としてもある程度隔離された環境の中でいくつかの個体が同時に変異を遂げる可能性は生物界でも否定できませんし、ましてや社会現象とでもなれば十分あり得ることです。1993年に発表された論文[6]は小さい確率だがひっきりなしに生じる突然変異のモデルを考察しています。従来の生物学ないし進化論的ゲーム論の研究では突然変異は短い期間では少数の個体のみが発生すると仮定されていました。同時に多くの個体が発生するのは非常に稀な現象だからです。各個体に小さい確率で、しかし独立に発生する突然変異をきちんと

|| 同じような過程を経ても「協力」から始まって「安全」が採られるようなことはないことに注意。

表 3: 純粹協調 ゲーム

		相手	
		左	右
本 人	左	2	0
	右	0	1

モデルにしたらどうなるであろう、彼らの目的はそれを理論的に説明することにあります。

結果は今までの結論を覆すものでした。この状況を例を用いて説明しましょう。表3をご覧ください。このゲームは純粹協調ゲーム(pure coordination game)と呼ばれるもので前節の協調ゲームの特殊ケースです。このゲームが(例えば)10人の中でのランダム・マッチングによってプレイされるとします。このときなるべく多くの個人が「左」を採っていれば自分も「左」を採ることが相対的に有利になります。それでは何人の人間が「左」を採っていれば自分も「左」を採る誘因が発生する(「右」を採るより得になる)でしょう。仮に自分以外の個人のうちn人が「左」を採り、残り(9-n)人が「右」を採っていたとしましょう。このとき、自分が「左」を採るとその期待利得は

$$2 \times \frac{n}{9}, \quad (1)$$

それに対して「右」を採ることの期待利得は

$$1 \times \frac{9-n}{9} \quad (2)$$

となります。「左」を採る誘因が生じるのは(1)が(2)より大きくなる時ですから、それを解いて

$$n > 3 \quad (3)$$

という答えを得ます。

次に前節で考察したような最適反応動学を調べてみます。個々人は全て同一ですからこの社会の状況は何人が「左」を採っているかだけで表わされることとなります。その数をNで表わします(nとは少しだけ異なります)。N ≥ 4のときには「左」の方が「右」より有利になるためNが次第に増加していきます。反対にN ≤ 3のときには「右」の方が有利となってNは減少していくこととなります。この様子を示したのが図1、それを式で表わしたのが以下のものです。

$$N_{t+1} = b(N_t) \quad (4)$$

ただし、N_tは第t期のNの値、b(N)は0と10の間の整数値をとり、

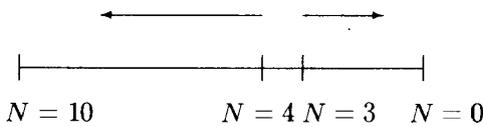


図 1: 最適反応動学

$$b(N) \begin{cases} = 10 & \text{if } N = 10, \\ > N & \text{if } 4 \leq N < 10, \\ < N & \text{if } 0 < N \leq 3, \\ = 0 & \text{if } N = 0. \end{cases}$$

当然ですが $N = 0$ と $N = 10$ が安定点になります。

ここからが彼らの論文の新しい所です。上記のような動学に突然変異による攪乱項を付け加えます。

$$N_{t+1} = b(N_t) + \eta_t. \quad (5)$$

η_t は個々の個体が独立かつ非常に小さな確率で最適反応とは無関係に「左」から「右」ないし「右」から「左」に突然変異する項を捉えています。個々の個体がこのような変異をする確率を ϵ としますと、例えば $\eta_t = 1$ となる確率は 2 次以上の項を無視して $(10 - N_t) \times \epsilon$ (ただし $b(N_t) \leq 9$ のとき)、 $\eta_t = -3$ となる確率は高次の項を無視して $\frac{1}{6} N_t(N_t - 1)(N_t - 2) \times \epsilon^3$ (ただし $b(N_t) \geq 3$ のとき) となります。

さて、問題となるのは $N = 0$ や $N = 10$ が安定であるか否か、またどういう意味でそうなのか、という点です。1 度入ったら出られないという意味で安定でないことは攪乱項があることからすぐ分かります。また、個体毎に独立に生起する突然変異のため $N = 0$ と $N = 10$ の間にも行き来があることも当然です。[6] はどのくらいの起こりやすさで均衡間の遷移が観察されるかという問題を考察しました。この質問に答えるために 1 番簡単に (もう少し正確に言えば最も少ない突然変異数で) $N = 0$ から $N = 10$ に到達するのはどのようにすればよいかを考えてみましょう。

突然変異の個数が 3 個以下だと最適反応動学によって N は減って行ってしまいます。突然変異が 4 個以上起こればその後は最適反応動学によってそれ以上の突然変異がなくとも $N = 10$ に到達することができます。
** それに対し、 $N = 10$ から $N = 0$ に到達するために

** もちろん一旦 $N = 2$ に到達し、その後 $N = 4$ に到達するという経路も考えられますが、それだと最適反応動学によ

は $N = 3$ までたどり着くことが必要でこのため最低 7 個の突然変異が必要となります。

それぞれの事象が 1 期間に起こる確率は ϵ^4 と ϵ^7 のオーダーとなり、 ϵ が小さくなるとその比は 1 対 0 に収束します。仮に 1 期間の長さが 1 日、 ϵ が 0.1 だとすると全員「右」を採っている状況から全員「左」を採るようになるのに要する期間は平均して 50 日前後 ($1/[{}_{10}C_4 0.1^4]$)、それに対し「左」から「右」へは 200 年以上 ($1/[{}_{10}C_7 0.1^7]$) かかります。このような状況の下ではほとんどいつもほとんど全員が「左」を採っていることとなります。この意味で $N = 10$ は長期的に実現する均衡となり、攪乱項なしの場合に安定的だった $N = 0$ の点は長期的には稀にしか起こらない均衡ということになります。これをもう少し正確に述べたのが次の定理です。

定理: ϵ が 0 に収束すると (マルコフ過程の) 定常分布において $N = 10$ 、すなわち全員が「左」を採っている状況に付与される確率は 1 に収束する。^{††}

種全体に突然変異が発生するのは無視し得る確率であつたとしても一部に集団的に突然変異が発生し、それが拡散していく可能性を示唆した理論、それが本節冒頭で述べた今西仮説との接点になるかもしれません。

4 おわりに

さて、そろそろ紙面も尽きてしまいました。進化論的ゲーム論のさわりとその発展の一側面に触れて今までのゲーム理論とは一味違った研究分野を紹介させていただきました。この他にも進化論的ゲーム論は社会慣習の形成の分析等、様々な可能性を秘めています。興味を持たれた方は英語になりますがサーベイ論文 [5], [7] や準サーベイ論文 [9] を挙げておきますのでその中で触れている論文等を参照して下さい。

参考文献

- [1] 今西錦司 (1978), 「自然と進化」筑摩書房。

て元の位置に押し戻される分損してしまいます。厳密な議論は [6] を参照して下さい。

^{††} η_t は各期独立かつ N にのみ依存する確率変数ですのでこのシステムは $\{0, 1, \dots, 10\}$ を状態空間、 N を状態変数とした定常マルコフ過程になります。またどの N からどの N へも正の確率で 1 期間で到達できるためこの過程は唯一の定常分布を持ちます。定理はこの定常分布の性質を述べたものとなっています。

- [2] Farrell, J. (1986), "Meaning and Credibility in Cheap-Talk Games," Working Paper no.8609, University of California, Berkeley.
- [3] Gilboa, I. & A. Matsui (1991), "Social Stability and Equilibrium," *Econometrica*, vol.21, pp.185-197.
- [4] Halstead (1985), "Anti-Darwinian Theory in Japan," *Nature*, vol.317, pp.587-589.
- [5] Kandori, M. (1995), "Evolutionary Game Theory in Economics," presented at the invited symposium of the Seventh World Congress of the Econometric Society (August 1995, Tokyo).
- [6] Kandori, M., G.J. Mailath, & R. Rob (1993), "Learning, Mutation, and Long Run Equilibria in Games," *Econometrica*, vol.61, pp.29-56.
- [7] Mailath, G. (1995), "Recent Developments in Evolutionary Game Theory," presented at 1995 AEA meetings, also forthcoming in *Journal of Economic Literature*.
- [8] Matsui, A. (1991), "Cheap-talk and Cooperation in a Society," *Journal of Economic Theory*, vol.54, pp.245-258.
- [9] Matsui, A. (1996), "On Cultural Evolution: Social Norms, Rational Behavior, and Evolutionary Game Theory," forthcoming in *Journal of the Japanese and International Economies*.
- [10] Maynard Smith, J. & G.R. Price (1973), "The Logic of Animal Conflict," *Nature*, London, vol.246, pp.15-18.
- [11] Robson, A. (1990), "Efficiency in Evolutionary Games: Darwin, Nash and the Secret Handshake," *Journal of Theoretical Biology*, vol. 144, pp.379-396.

新時代のコンピュータ総合誌

隔月刊

Computer Today

偶数月 18日発売 / 定価 930円

1月号・特集

分散オブジェクトネットワーク

—Java, ActiveX, 分散オブジェクト技術—

CORBAの概要 / CORBAのFAQ / Java, Web, ORB / IDLの実際 / 座談会

連載

新・アルゴリズムの工具箱 インターネット
と法 CMC研究ノート (新連載)

月刊誌

数理科学

毎月 20日発売 / 定価 980円

1月号特集

逆問題のひろがり

逆問題の版図と数学
微分方程式の係数決定を巡って
逆問題的問題

山本 昌宏

山田 道夫

ニアフィールド光学における逆問題
計測するとデータが壊れる世界の計測

河田 聡

非破壊評価とは何か クラック決定問題に関する話題

西村 直志

逆問題の考え方と枠組 工学的側面を中心として

久保 司郎

地球の内部を探る

谷本 俊郎

いくつもの凸な物体による散乱

井川 満

物体による散乱の数値解析

大西 和榮

非適切問題の数値解析

磯 祐介

別冊・数理科学

B5・定価 1900円

「数」と自然の構造

☑ I. 数の体系

☑ IV. 物理定数の発見

☑ II. 特殊な数

☑ V. 物理定数と自然の構造

☑ III. 「数」と自然

[好評発売中]

〈数理科学・1996年6月号別冊〉

B5・定価 1900円

数理科学における逆問題

C.W. グロエッチュ著, 金子・山本・滝口共訳
第1章・入門 / 第2章・第1種の積分方程式によりモデル化される逆問題 / 第3章・微分方程式に於けるパラメータの評価 / 第4章・逆問題の数学的背景 / 第5章・逆問題の幾つかの方法 / 第6章・逆問題の注釈付きの参考文献

サイエンス社

〒151 東京都渋谷区千駄ヶ谷1-3-25 ☎(03) 5474-8500

インターネットホームページ

<http://www.bekkoame.or.jp/saiensu>