

離散構造とアルゴリズムIV

近代科学社 230頁 1995年刊 定価3,000円

離散構造を有する情報の効率的処理はオペレーションズリサーチの分野でも古くからその重要性が認識され研究されてきたが、最近では計算機の高速度・低廉化に伴い今後の高度情報化社会を念頭においてより高品質の情報処理が要求されてきて、離散構造とアルゴリズムの研究はますます活発に精力的に遂行されている。このことは、この分野で研究する者にとっては大変うれしいことであると同時に、研究の最先端を概観するのが限りなく困難になっているという側面もはらんでいる。

本書は、このような状況を克服しさらにこの分野の発展に貢献することを目的として、最新の離散システムに関する理論的成果・実証的成果を既存の学会の枠を超えていち早く研究者が共有できるようにとして開催されている日本応用数理学会の「離散システム研究会」の第4回講演会（1994年6月15日統計数理研究所にて開催）の講演内容をまとめたもので、以下の5編の解説論文からなっている。

- 1 線形計画法と有向マトロイド計画法
- 2 線形相補性問題の内点法
- 3 点列のdiscrepancyについて
- 4 0-1多面体における端点の隣接性
- 5 メタヒューリスティクス

いずれの論文も、それぞれの専門分野で現在最高に活躍している研究者が研究の背景を綿密に調査し今後の研究動向も見据えて書いたもので、内容はかなり高度であるが、この分野の専門家のみならずこれから新しくこの分野の研究を始めようとする読者にも十分に配慮されたものになっている。ここでは、1と4を中心にその内容を紹介します。その後2, 3, 5について簡単に触れ、最後に読後の感想を述べたい。

1は田村明久氏（電気通信大学）によるもので、線形計画法のシンプレックス法、基本定理、双対定理、相補性定理などの重要な概念の復習から始め、Farkasの補題と双対定理の等価性の証明と進み、さらに線形空間の本質的な性質を抽出して符号付きベクトルの集合を考え、線形部分空間を自然に抽象化した概念であ

る有向マトロイド（のベクトルの族）を定義している。そして、線形部分空間における線形計画問題に対応して、有向マトロイド（のベクトルの族）における有向マトロイド計画問題を紹介している。このように有向マトロイド計画問題は線形計画問題を一般化した問題であるが、線形計画法における基本的なアルゴリズムや性質、たとえば、シンプレックス法、基本定理、双対定理、相補性定理などは、有向マトロイド計画法でも成立し、むしろそれが自然であることを示している。

そして有向マトロイド計画法で提案された最小添字規則に基づくシンプレックス法では退化した巡回が生じないことを示している（従って最小添字規則に基づく線形計画法のシンプレックス法では巡回が生じないことがいえて有限回の反復（ピボット）で終了することがいえる）。これは有向マトロイド計画法で得られた成果が線形計画法に応用された例であるが、実は有向マトロイド計画法では線形計画法では生じることのなかった非退化の巡回が存在し、最小添字規則に基づいたシンプレックス法では有限回の反復で終了しないこともありうる。これに対する解決策として十文字法を紹介し、十文字法では巡回は生じないことを証明して有限回の反復で終了することを示している。

十文字法の計算幾何学や有向マトロイド相補性問題への応用についてもふれている。特に、有向マトロイド相補性問題に対する十文字法は、ある種の条件付きで解を求めるように拡張できるが、この条件を除くことが有向マトロイド相補性問題の大きな関心事になっていることを紹介している。

この解説の圧巻は、Farkasの補題に対応する二者択一性の概念に関係する深い洞察である。線形部分空間の用語を用いてFarkasの補題を言い直し、それに基づいて符号付きベクトルの集合に対してFarkas性を定義し、関連してMintyの彩色補題を一般化した形の彩色性、すなわち、2彩色性、3彩色性、4彩色性を導入しそれらの概念で規定されるクラスの階層構造を解析している。そしてそれに基づいて、符号付きベクトルの集合においてはFarkas性と双対定理は等価でな

いことを示している。すなわち、実行可能解集合として符号付きベクトルの集合が与えられたとき、その中で目的関数を最大にする問題およびその双対問題において最適解が存在すれば目的関数の値は一致するというのが双対定理であるが、Farkas性が成立しても双対定理が成立しないことがありうることを示している（実行可能解集合として符号付きベクトルの集合が有向マトロイドとなるときは、Farkas性と双対定理は等価である）。

このようなことから有向マトロイドの重要性が理解できるだろう。紹介された成果は著者を含めた著者の周辺で得られたもので、有向マトロイドの最先端の内容が極めて理解しやすい形で述べられていて、読者はその心配りに目を見張ってしまうだろう。さらに、著者の自信がひしひしと伝わってきて本当に刺激になる解説論文である。

4は松井知己氏（東京大学）によるもので、 $0-1$ 多面体、すなわち $0-1$ 整数計画問題の実行可能解（を表す特性ベクトル）の集合に対する凸包の理論を扱っている。初めに $0-1$ 整数計画問題を効率的に解くため線形計画法のシンプレックス法に対応する手法の可能性を探って発展したこの研究分野の成果を概観している。すなわち、 $0-1$ 多面体のいずれかの端点で最適解が実現されることに注目して隣接する端点間を移動していきながら最終的に最適解を求める局所探索法を適用する際多面体の端点同士の隣接関係が重要になるので、そこで、一般の多面体での隣接関係から始め、等式制約 $0-1$ 多面体での隣接関係、集合分割多面体での隣接関係と多面体のクラスを制限していきながら、隣接関係の特徴付けを精密化している。また、集合充填多面体と集合分割多面体では隣接関係を保存するような端点同士の1対1対応が存在することも示している。

これらのことから、集合充填多面体の端点に対応するグラフのマッチングとかグラフの独立集合では、多面体での2つの端点に対応するマッチングあるいは独立集合の隣接関係の特徴付けが得られ、その特徴付けに基づけば隣接関係を判定することは多項式時間でできることを示している。一方、隣接関係判定が難しくNP困難となる場合も多く、実際、等式制約 $0-1$ 多面体や集合被覆多面体での隣接関係判定はNP困難であることを示している。同様に、ハミルトンサイクル多面体での隣接関係判定問題などもNP困難である。これに対して完全グラフのカットセット多面体ではすべ

ての端点が隣接していることを紹介している。このことは線形計画法のシンプレックス法に対応する局所探索法では効率化がうまくいかないことを意味し、多面体理論の研究の人気のなくなった理由でもあると分析している。

そこで著者およびその周辺では従来の研究がピボット操作に注目していたことを見直して、新たにピボット操作によらないという観点からの多面体理論の研究が今後の研究方向ではないかと提案し、自分たちの得た研究成果の紹介もしている。この方面の研究の重要性を認識していながらどのように研究調査してよいかわからなかった私にとっては極めて参考になった論文である。

2つの解説論文の内容を紹介したが、他の3編の論文もこの2つの論文に劣らず素晴らしい傑作である。今後の研究動向のコメントや参考文献もふんだんに盛り込まれていて、読者にはとても有用である。

2は水野眞治氏（統計数理研究所）によるもので、線形計画問題、二次計画問題の主問題と双対問題を同時に定式化した相補性計画問題に対する各種内点法を解説している。この解説で紹介した成果に関する研究で水野氏は小島政和氏らとともに1992年度Lanchester賞を受賞し、1995年秋季研究発表会では共同受賞の吉瀬章子氏（筑波大学）の招待講演があった。

3は手塚集氏（日本IBM）によるもので、「無限」を「有限」に置き換えたときに生じる一様分布からの「ズレ (discrepancy)」を扱っている。discrepancyは、多重積分、コンピュータグラフィックスの分野で重要な概念であるが、それについての最近の研究動向が概観されている。一様乱数とも密接に関係しているので、乱数の大家である手塚氏が単独で書かれた「Uniform Random Numbers: Theory and Practice (Kluwer Academic Publishers, 1995)」も参考にするとより役に立つだろう。

5は久保幹雄氏（東京商船大学）によるもので、特にNP困難な組み合わせ最適化問題を解くためのヒューリスティックスを扱っているが、単なるヒューリスティックスではなく、パラメータをうまくコントロールし実用的なツールとなるようなメタヒューリスティックスを紹介している。そのメタヒューリスティックスとしては、Simulated Annealing法、Tabu Search, Genetic Algorithm, Quickerそして著者の提案したLife Span Method、および、Generic Local Searchを解説している。さらに実験的解析のための十

戒やそのための方法およびベンチマーク問題の入手法にも触れていて、これからこの分野の研究を行う読者にはバイブルともいえる解説である。

この「離散構造とアルゴリズム」のシリーズはすでに3冊刊行されているが、いずれもこの分野の現役の最高の研究者が執筆したもので、研究成果を概観したい読者には大変便利な書籍である。私自身も今回この

書評を書くためにかなり時間を割いて読んでみたわけであるがとても参考になり勉強になった。あるところでは深い感激も味わった。現在は私の来年度の大学院の講義「離散アルゴリズム」で教科書として採用しようかと検討している。その意味でも、この分野に関心のあるOR学会の会員にはぜひお勧めしたい本である。

(浅野孝夫 中央大学)

学会に届いたORの本

最近、出版社各位より学会宛に下表のような本が届いています。ご興味をお持ちになり、「書評をしてみたい」とお考えの読者諸兄におかれましては、どうぞご連絡ください。郵便またはFaxにて、(1)氏名、(2)連絡先住所・電話番号、(3)所属、(4)専門分野、をご連絡くだされば書籍をお送りいたします(基本的に先着順)。もしも、その本にOR誌の読者に紹介すべき見所がある、と判断なさった場合は、その書評をお寄せください。お読みになったうえで、1カ月以内に書評をお寄せくだ

さった方には、その本を進呈いたします。学会誌を活性化するための具体的な試みです。なにとぞご協力をお願い申し上げます。加えて、読者諸氏による書評の投稿も歓迎します。皆さんがお手元にお持ちの本の中から、OR学会誌に相応しいものについて書評をお寄せください。

連絡先 栗田 治 (OR誌編集委員・書評欄担当)
〒223 横浜市港北区日吉3-14-1
慶應義塾大学理工学部管理工学科
Fax: 045-563-5979 (学科事務局)

OR献本リスト

著者	書名	出版社	出版年月日	頁数	価格(税込み)
保田勝通	ソフトウェア品質保証の考え方と実際	日科技連出版社	95年11月	436	5,600
新村秀一	パソコンによるデータ解析	講談社	95年11月	318	800
高木晴夫・木島恭一他	マルチメディア時代の人間と社会	日科技連出版社	95年11月	293	3,000
高木晴夫	ネットワークリーダーシップ	日科技連出版社	95年11月	199	2,500
豊田秀樹	非線形多変量解析—ニューラルネットによるアプローチ	朝倉書店	96年2月	174	3,296
木島正明・長山いずみ他	ファイナンス工学入門 第Ⅲ部	日科技連出版社	96年2月	234	4,300
宮村鐵夫	シリーズ【現代人の数理】9. PL制度と製品安全技術	朝倉出版	95年11月	165	2,987
西田俊夫/田畑吉雄編	現代OR入門	現代数学社	95年3月	331	4,429
中川覃夫・三道弘明	生産管理 理論と実践 12. オペレーションズ・リサーチ	日刊工業新聞社	95年12月	204	2,800
木下栄蔵	情報処理入門シリーズ オペレーションズ・リサーチ	工学図書	95年6月	171	2,000
松村幸輝	基礎からのORシミュレーション	オーム社	95年7月	182	3,300
南石晃明	確率的計画法(不確実性に挑む知恵と技術)	現代数学社	95年12月	167	2,987
児玉正憲	確率モデルの数理分析(生産・在庫モデルと信頼性・待ち行列モデル)	九州大学出版会	96年4月	371	6,386
児玉正憲	生産・在庫管理システムの基礎	九州大学出版会	96年4月	286	3,708