交通経路の選択 ―個人の都合と全体の都合―

田口　東

問題の設定

休日のドライブの計画をたてるとき，途中の景色，所要時間，高速料金などを考慮に入れながら，目的地までどの経路で行くかを考えるのはなかなか楽しい作業である．ところが実際に走り出して行楽地を目指していると，途中で渋滞に巻き込まれてしまうことが多く，前の車がスッと横道に入って行くと，抜け道かもしれないと思って付いていってみようかという気分にもなる．行楽地に遊びに行くのはタマのことであるから，気分を切り替えて渋滞の通り抜けをゲーム感覚で楽しむこともできる．しかし，日常的になっている都市部の交通渋滞ともなると社会的な影響は大きく，運転者の時間や燃料のロス，環境への悪影響を考えると，適切な経路選択（交通配分）がなされることは非常に重要である．ここでは，自分以外にも多くの車が走っているという状況の中で，目的地までの走行時間が短くなるような経路選択の問題を考える．

話を明確にするために，A市に住む人がB市の職場まで毎朝決まった時間帯に自分の車を運転して通勤することを考える．

AとBの間には2つの経路L1とL2があり，どちらでも選択できるものとする．また，通勤する人の総数を n とおく(図1)．もし，道路がガラガラに空いているような状態であれば，経路の長さを制限速度で割った値が小さい方を選択すればよい．これで問題は解決する．しかし，車が多く道路が混雑するような場合には，混雑度に応じて走行速度が落ちてくる影響も考えなければならない．そこで，経路L1を利用する車の台数を x_1 としたとき，L1を通ってAからBへ行く時間を x_1 の1次関数として

L1の所要時間：$t_1=a_1x_1+b_1$

と表わせるものとする．L2についても同様に，それを利用する車の台数を x_2 として，所要時間を

L2の所要時間：$t_2=a_2x_2+b_2$

とする．図2は，経路L1は道幅が広くて距離の長い道路，L2は距離は短いが道幅が狭くてすぐ混雑してしまう道路とした場合の，通過交通量と所要時間の関係を表わすグラフである．

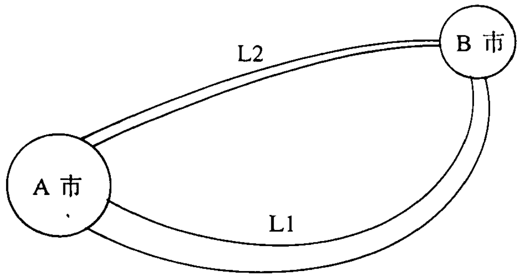

図1　A市からB市への通勤経路

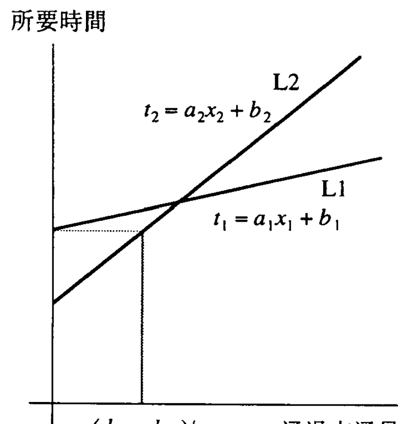

図2　経路の通過交通量と所要時間の関係

たぐち　あずま
中央大学理工学部情報工学科
〒112 文京区春日1－13－27

経路の選択（利用者最適基準）

最初に，それぞれの運転者が自分が早く目的地に到着することだけを考えて経路を選択する場合を考えよう．他の運転者との協力はもちろん，全体としての省エネルギーといったことは全く考えないモデルである．

運転者は，図2のグラフと前日のＬ1，Ｌ2の所要時間を知っており，朝出発するときに，それぞれが早く到着すると思われる方の経路を予測してそれを利用する．通勤する人が非常に少ない場合には距離の短いＬ2だけが使われ，交通量が $(b_2-b_1)/a_2$ よりも多く，Ｌ2の所要時間がＬ1の $x_1=0$ のときの時間よりも長くなるとＬ1も使われるようになる．今，通勤者の数 n はそれよりも大きく，x_1 台がＬ1，x_2 台がＬ2を利用しているとする．もし2つの経路の所要時間が異なっていたとすると，次の朝には，時間のかかる経路を選択した運転者のいくらかは短い方の経路を選ぶであろう．そうこうして日数がたつうちに，どちらの経路を選んでも到着する時間が同じになるように車が配分されることが期待される．これを利用者最適基準によって平衡状態に達したという．

このことを今までの記号をつかって表わすと，次の連立方程式が得られる．

総交通量：$x_1+x_2=n$

等時間性：$a_1x_1+b_1=a_2x_2+b_2\,(=t^{(u)})$

この連立方程式は x_1，x_1 について簡単に解くことができて，

$$\text{L 1の交通量}：x_1^{(u)}=\frac{1}{a_1+a_2}(a_2n+b_2-b_1)$$

$$\text{L 2の交通量}：x_2^{(u)}=\frac{1}{a_1+a_2}(a_1n+b_1-b_2)$$

$$\text{所要時間}：t^{(u)}=\frac{1}{a_1+a_2}(a_1a_2n+a_1b_2+a_2b_1)$$

を得る．また，すべての通勤者に関する所要時間の総和は $t^{(u)}n$ である．

さて，所要時間の総和は，いわば全員の無駄時間であり，消費された燃料にほぼ比例する量でもあるから，小さくすることが望ましい量である．この観点からは，上述のように我先にと目的地を目指す状況が落ちついた結果の状態よりも，もっと良い状態があることが期待できる．次にそれを求めてみよう．

交通配分（システム最適基準）

Ｌ1，Ｌ2の交通量を x_1，x_2 としたとき，所要時間の総和は

$$\text{所要時間(最小化)}：T^{(s)}=x_1(a_1x_1+b_1)+x_2(a_2x_2+b_2)$$

であり，これを最小にするような x_1, x_2 の値を見つけることが問題となる．これをシステム最適基準という．ただし，

交通量：$x_1+x_2=n$

である．この式を所要時間の式に代入して x_1, x_2 の一方を消去すると，残った変数に関する2次式が得られ，簡単な計算によって最小値が得られる．前の解 $x_1^{(u)}$，$x_2^{(u)}$ を基準として，システム最適基準の解となる交通量と通過時間を表わすと

$$\text{経路 L 1}：x_1^{(s)}=x_1^{(u)}+\frac{b_1-b_2}{2(a_1+a_2)},$$

$$t_1^{(s)}=t^{(u)}+\frac{a_1(b_1-b_2)}{2(a_1+a_2)}$$

$$\text{経路 L 2}：x_2^{(s)}=x_2^{(u)}-\frac{b_1-b_2}{2(a_1+a_2)}$$

$$t_2^{(s)}=t^{(u)}-\frac{a_2(b_1-b_2)}{2(a_1+a_2)}$$

$$\text{所要時間の和}：T^{(s)}=t^{(u)}n-\frac{(b_1-b_2)^2}{4(a_1+a_2)}$$

のようになる．

b_1, b_2 が異なる場合には，利用者最適基準よりも所要時間の和は確かに小さくなっており，車の配分をみると距離の長い道の利用者が多くなっている．利用者個人の立場からみると，所要時間にアンバランスがあり不満が出る可能性が高く，さきのモデルのように自然に実現することは期待できない．もし実現した場合の個々の不公平は全体の幸せを追求するために払う犠牲とも言えるが，利用経路を交代制にするといったような不満を解消する仕組みと，割当経路を守らせる強制力が必要とされるであろう．