

# 最終ダブルオファー仲裁の均衡戦略について

中村 伸也

(京都大学工学部数理工学科 現所属：同大学院工学研究科数理工学専攻修士課程)

指導教官 茨木俊秀教授

## 1. はじめに

2者間の紛争の解決策としては、伝統的な仲裁(Conventional Arbitration, CA)や最終オファー仲裁(Final-Offer Arbitration, FOA)が広く用いられている。FOAは、紛争者だけの交渉で両者間の合意がどうしても得られなかった場合、仲裁者が、各々の紛争者に最終オファー(final offer)を提出させ、この2つの最終オファーの内、仲裁者が考える公平点に近いオファーを選ぶというものである。良い仲裁のルールとは、仲裁が実際に行なわれる前に、紛争者間の交渉によって紛争が解決されるような効果があるルールであろう。つまり2人のオファーが収束すれば良いルールであると言える。しかしCAとFOAに関しては、オファーは収束するというよりはむしろ離れたものになることが指摘されている。

そこで、それらの欠点を克服する新しい仲裁方法として、最終ダブルオファー仲裁 [2] (Final-Double-Offer Arbitration, FDOA) を考える。本論文では、[2] の規則によるFDOAにおいてはNash均衡戦略を見つけることができないことを考慮し、仲裁規準関数を導入した新しいFDOAの規則を提案する。さらに、この新しい規則の下では、Nash均衡戦略が存在し、しかも、この均衡戦略において、両者の仲裁者が提出するオファーが収束することを示す。

## 2. 最終ダブルオファー仲裁 (FDOA)

以下、便宜上、紛争を売り手  $s$  と買い手  $b$  の取り引きにおける値段  $x$  に関する紛争として書き表わす。紛争者  $s$  は高い値段を、紛争者  $b$  は低い値段を欲しがるとする。また  $i$  を  $s$ 、もしくは  $b$  を表わすのに用い、 $j$  はその相手とする。

最終ダブルオファー仲裁 (FDOA) では、紛争者自身の要求と公平点に対する見積りを別個のものと考え、両紛争者に2つのオファーを提出させる。すなわち、プレイヤー  $i$  は、2つの要素を持つオファー  $(x_i, y_i)$  を仲裁者に提出する。ただし  $x_i$  を要求オファー、 $y_i$  を見積りオファーと呼ぶ。仲裁者は、これらと自分の考える公平点  $z_a$  にもとづき、次のように仲裁案を決定する。

両紛争者のオファーにおいて、もし  $x_s \leq x_b$  または  $y_s \leq y_b$  が成立するならば、オファーは収束した、といい、この

とき  $(x_s + x_b) / 2$ 、 $(y_s + y_b) / 2$  をそれぞれ仲裁案とする。もし、オファーが収束しないならば、仲裁規準関数

$$C_s(x_s, y_s | z_a) = \alpha |y_s - x_s| + (1 - \alpha)(y_s - z_a)$$

$$C_b(x_b, y_b | z_a) = \alpha |y_b - x_b| + (1 - \alpha)(z_a - y_b),$$

を計算し、 $C_i(x_i, y_i | z_a) < C_j(x_j, y_j | z_a)$  を満たす紛争者  $i$  の要求オファー  $x_i$  を仲裁案とする。このとき“紛争者  $i$  が勝った”ということにする。もし仲裁規準関数の値が等しいならば、 $(x_s + x_b) / 2$  を仲裁案とする。ただし  $\alpha$  は  $0 < \alpha < 1$  なる定数であり、前もって仲裁者が宣言する。 $\alpha \rightarrow 1$  のとき、どれだけ欲張ってオファーを出しているかに重点をおくことになり、また  $\alpha \rightarrow 0$  のとき、公平点に関する見積り  $y_i$  の正確さに重点が置かれる。

## 3. 仲裁問題のゼロ和ゲームへのモデル化

文献 [1] のように仲裁問題を、プレイヤー  $s$  と  $b$  の非協力ゲームとみなす。FOAにおいては、 $s(b)$  の戦略はオファーとしての実数  $x_s(x_b)$ 、FDOAにおいては、 $s(b)$  の戦略はオファーとしての2次の実ベクトル  $(x_s, y_s) ((x_b, y_b))$  である。

仲裁のゲームにおいては、2人の紛争者が、 $z_a$  を正確に知ることができないため、仲裁にいたるものとする。しかし、2人のプレイヤーは、 $z_a$  の確率分布関数  $F(t)$  ( $F(t)$  の確率密度関数を  $f(t) = F'(t)$  とする) については既知であり、プレイヤーはこれにもとづいて  $z_a$  の値を見積る。なお、 $f(t) > 0$  で、かつ  $F(t)$  は連続で少なくとも  $F(t)$  の片側微分が各々の  $t$  について存在するものとする。また、 $F(m) = 1/2$ 、すなわち  $m$  を median とする。

また、両プレイヤーは危険中立 (risk-neutral) であるものとし、最終的な仲裁結果が  $t$  ならば、 $s, b$  の利得はそれぞれ  $t - m, m - t$  とする。

FOAの均衡戦略は、以下の補題で与えられる。

**Lemma 3.1 (Brams and Merrill [1])** FOAにNash均衡戦略が存在するならば、それは唯一であり

$$(x_s^*, x_b^*) = \left( m + \frac{1}{2f(m)}, m - \frac{1}{2f(m)} \right)$$

となる。存在の必要十分条件は、任意の  $x < m$  に対し

$$\int_{L(x)}^m f(t) dt \geq \frac{x - m + \frac{1}{2f(m)}}{2 \left( x - m - \frac{1}{2f(m)} \right)}$$

かつ、任意の  $x > m$  に対し

$$\int_m^{U^+(x)} f(t) dt \geq \frac{x - m - \frac{1}{2f(m)}}{2\left(x - m + \frac{1}{2f(m)}\right)}$$

が成立することである。ただし

$$L^+(x) = \frac{x + m + \frac{1}{2f(m)}}{2}, \quad U^+(x) = \frac{x + m - \frac{1}{2f(m)}}{2}$$

#### 4. FDOAの均衡戦略

公平点の見積りに重点を置く場合 ( $\alpha < 1/2$ ) の均衡戦略が、次の定理で与えられる。

**Theorem 4.1**  $\alpha < 1/2$  のとき、密度関数  $f(t)$  が、任意の  $x < m$  に対し

$$\int_{L(x)}^m f(t) dt \geq \frac{x - m + \frac{1 - \alpha}{2\alpha f(m)}}{2\left(x - m - \frac{1 - \alpha}{2\alpha f(m)}\right)}$$

任意の  $x > m$  に対し

$$\int_m^{U(x)} f(t) dt \geq \frac{x - m - \frac{1 - \alpha}{2\alpha f(m)}}{2\left(x - m + \frac{1 - \alpha}{2\alpha f(m)}\right)}$$

を満たすならば

$$(x_s^*, y_s^*, x_b^*, y_b^*) = \left(m + \frac{1 - \alpha}{2\alpha f(m)}, m, m - \frac{1 - \alpha}{2\alpha f(m)}, m\right)$$

は、FDOAにおける唯一のNash均衡戦略となる。

ただし

$$L(x) = m + \frac{\alpha\left(x - m + \frac{1 - \alpha}{2\alpha f(m)}\right)}{2(1 - \alpha)},$$

$$U(x) = m + \frac{\alpha\left(x - m - \frac{1 - \alpha}{2\alpha f(m)}\right)}{2(1 - \alpha)}.$$

□

上記の定理の均衡戦略では、要求オファーの距離はFOAと比較して離れているが、見積りオファーは完全に一致している。したがって、この場合、オファーは収束したといえる。

また、要求の欲張り度に重点を置く場合 ( $\alpha > 1/2$ ) の均衡戦略は、要求オファー、見積りオファーがともにFOAの均衡戦略と同じになり、 $\alpha = 1/2$  の場合の均衡戦略は、無数にあることが証明された。

#### 5. FDOAとFOAの比較

以上の結果から、FDOAを用い、公平点の見積りに重点をおくよう (つまり  $\alpha < 1/2$ ) に仲裁規準関数を設定すれば、実際に仲裁者が権限を行使する前に、プレイヤーのオファーだけで直ちに仲裁が終了してしまうような優れた仲裁ルールとなっている。しかも  $\alpha$  を  $1/2$  に近い値にとっておけば、両紛争者の要求オファーの距離はFOAを用いたときと変わらなくなり、仮に収束しない場合でもFOAと同様の振舞いをする。

謝辞 日頃から御教授頂き、本研究に対して熱心な御指導を賜った博士課程の曾道智氏に、厚く御礼申し上げます。

#### 参考文献

- [1] S. J. Brams and S. Merrill III, *Equilibrium strategies for final-offer arbitration: there is no median convergence*, Management Science, 29(1983), 927-941.
- [2] D.-Z. Zeng, M. Ohnishi and T. Ibaraki, *Intrinsic gap and final-double-offer arbitration*, the 6th IFAC/IFORS/IIASA Symposium on LSSTA, preprint 1, 47-52, Beijing, 1992.