

# 炭鉱における採掘システムの考察

—数理モデルを用いた鉱山の開発計画—

今井 忠男

## 1. はじめに

鉱業が、本質的に工業生産のシステムと違う点は、生産システムの中に、地質という数量化が困難な部分が存在することにある。たとえば、1次産業と呼ばれる農業、林業、漁業にも生産システムの中に数量化が困難な自然が存在するという点で、これらも鉱業と本質は同じである。特に、鉱業が対象とする自然は、有用鉱物が集積する特殊な地質（鉱床）であり、世界的にも希少な存在である。したがって、この鉱床を数量化し、一般化したモデルで表わすことは極めて困難であり、その必要性もあまり論じられてこなかった。このため、従来の鉱山学では、鉱山の生産システムを一般化した数理モデルによって体系づけるような研究は、ほとんどなされていない。また、経営的な立場から、鉱山の作業行程などの合理化については種々議論されてはいるが、鉱山の生産システムそのものの体系化へは向かっていない。

これまで、鉱山の生産システムは、数量化しにくい鉱床が大きく関与するため、一般化は難しく、個々の鉱山において個別にのみ検討が行われてきた。これには、鉱床の数量化、数理モデル化は不可能であるという考えが、根底にあったためである。確かに、精緻な地質図を、ある単純な関数ひとつで置き換えることは、不可能なことである。しかしながら、鉱山学においては、地質情報を可能な限り数理モデルによって取り扱うことで、生産システムの一般化を計り、鉱山システムのメカニズムを考察する必要がある。

本研究では、炭層から石炭を採掘するシステムを数理モデル化し、このシステムについて考察した。特に、

炭層の厚さ分布が正規分布で近似可能であることを検討し、これを採掘システムに適用することで、システムのメカニズムについて議論した。これによって、数理モデルによる鉱山システムの体系化について、示唆を与えた。以下に詳細を報告する。

## 2. 採掘システムに対する数理モデル

### 2.1 長壁式採掘モデルの数理化

現在、全世界の石炭採掘量に占める採掘方式の割合は、露天採掘と地下採掘が、ほぼ同程度であるといわれている。しかしながら、露天採掘が主流をなすオーストラリアでさえ、採掘が進むにつれ主要な炭田は深層化し、露天採掘から地下採掘へ徐々に移行しつつある。今後は、石炭開発においても、地下採掘が主流にならざるをえないことは確かである。

ここでは、石炭の地下採掘法の中では最も合理的で、主流の方式となっている長壁式採炭法について考察する。長壁式採炭法について、炭層を1枚の板に見立てて説明すると、板の1辺の断面にカンナをかけることで板を削り取るように、掘削機械で炭層断面を削り取る方式であるといえる。長壁式とは、削り取る炭層断面の壁を指して名づけられた。

図1には、炭層断面の模式図を示した。一般的に長壁式採炭法においては、炭層厚  $h$  の膨縮に従って採掘高さ  $\eta$  を変化させることは、操業上困難である。したがって、一般的に1採掘領域では、一定の採掘高さで一様に採掘されている [1]。実際には採掘高さは、ある基準高さを設定してから、上下方向に何メートルと

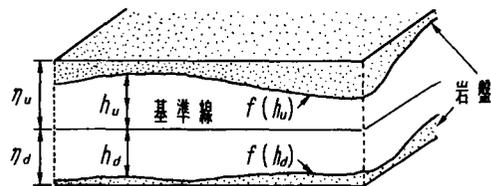


図1 炭層断面の模式図

いまい ただお 秋田大学 鉱山学部

〒010 秋田市手形学園町 1-1

受付 94.11.18 採扱 95.5.12

いう形で設定され、上下同時にあるいは別々に採掘される。ここでは基準高さから上方向の採掘高さを  $\eta_u$ 、下方向の採掘高さを  $\eta_d$  として採掘モデルを考える。

いま、基準高さから上方向の採掘について考えるならば、基準高さから上方向の炭層厚さを  $h_u$  とすると、 $h_u < \eta_u$  の範囲にある石炭はすべて採掘され、 $h_u > \eta_u$  の範囲にある石炭は  $h_u - \eta_u$  の石炭を取り残すこととなる。したがって、採掘した炭層上部の石炭量を  $D(h_u, \eta_u)$  とすると、

$$D(h_u, \eta_u) = \begin{cases} h_u, & h_u < \eta_u \\ \eta_u, & h_u > \eta_u \end{cases}$$

また、炭層厚さは確定的ではないので  $h_u$  に対応する確率変数を  $X_u$  とし、この密度関数を  $f(h_u)$  でモデル化すると、 $D(h_u, \eta_u)$  の平均石炭量  $E\{D(h_u, \eta_u)\}$  は以下のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} E\{D(h_u, \eta_u)\} &= \int_0^{\infty} D(h_u, \eta_u) f(h_u) dh_u \\ &= \int_0^{\eta_u} f(h_u) h_u dh_u + \int_{\eta_u}^{\infty} f(h_u) \eta_u dh_u \\ &\equiv D(\eta_u) \end{aligned} \quad (2.1)$$

以後、この  $D(\eta_u)$  を採掘高さ  $\eta_u$  における可採石炭量という。ここで、炭層厚さの密度関数とは、全採掘領域で炭層厚さが  $X$  以下の領域の相対面積を炭層厚さの分布関数  $F(x)$  とし、それを微分したものである。

次に、採掘高さ  $\eta_u$  で採掘したときの石炭可採率  $N(\eta_u)$  は次式で表わすことができる。

$$\begin{aligned} N(\eta_u) &= \frac{D(\eta_u)}{D_0} \\ &= \frac{\int_0^{\eta_u} h_u f(h_u) dh_u + \eta_u \int_{\eta_u}^{\infty} f(h_u) dh_u}{\int_0^{\infty} h_u f(h_u) dh_u} \end{aligned} \quad (2.2)$$

ただし、 $D_0$  は炭層厚さの平均値における単位長さあたりの石炭量である。

また、基準高さから下方向の採掘についての数理モデルも、上記式と全く同じ形をとる。したがって、上方向についての解析が炭層全体の採掘を考える有効な指針となる。

## 2.2 採掘システムにおける利潤関数

ここでは、採掘高さ  $\eta$ 、横方向長さ 1 および奥行き方向長さ 1 とする採掘量を単位採掘量とし、その利潤を考える。単位採掘量あたりの利潤は、採掘コストと採掘した石炭からの収入で決まる [2]。したがって、

単位採掘量あたりの利潤  $P_i(\eta)$  は、以下の式で表わすことができる。

$$\begin{aligned} P_i(\eta) &= P_r D(\eta) - C_o \eta \\ &= C_o \{\beta D(\eta) - \eta\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

ただし、 $\beta = P_r / C_o$  ( $\beta > 1$ )

ここで、 $P_r$  は単位体積あたりの石炭価格、 $C_o$  は単位体積あたりの採掘コストである。この採掘コスト  $C_o$  は採掘物が石炭、岩盤の違いにかかわらず一定である。

また、利潤  $P_i(\eta)$  による炭鉱からの総利潤関数  $P(\eta)$  は、採掘可能な炭鉱の鉱区面積  $S$  で決定される。

$$\begin{aligned} P(\eta) &= P_i(\eta) \cdot S \\ &= SC_o \{\beta D(\eta) - \eta\} \end{aligned} \quad (2.4)$$

上式より利潤関数  $P(\eta)$  は、採掘高さ  $\eta$  の関数となる。よって、ある  $\beta$  (= 価格/コスト比) における  $P(\eta)$  を最大にする採掘高さ  $\eta_{opt}$  は、

$$\frac{dP(\eta)}{d\eta} = 0 \quad (2.5)$$

の唯一の正根として求まる。なお、証明は省略した。

また、

$$P'(\eta) = SC_o \{\beta D'(\eta) - 1\} \quad (2.6)$$

であるから、式 (2.5) および式 (2.6) から、

$$D'(\eta) = 1 / \beta \quad (2.7)$$

となる。また、式 (2.1) によって、

$$D'(\eta) = 1 - F(\eta) \quad (2.8)$$

となる。したがって、式 (2.7) および式 (2.8) から、

$$F(\eta_{opt}) = 1 - 1 / \beta \quad (2.9)$$

となり、式 (2.5) は、上式を満たす最適な採掘高さ  $\eta_{opt}$  を求める問題に帰着する。これより、 $P_i(\eta)$  と  $P(\eta)$  に対する最適な採掘高さは同じであることがわかる。

また、 $\eta_{opt}$  を求めることで式 (2.2) から、最適な石炭可採率  $N(\eta_{opt})$  が算定できる。

## 2.3 炭層の厚さ分布モデル

世界的にみて、日本の炭鉱における炭層の厚さは、一般的に 2 m 前後と比較的薄く、炭層の長さ数 m の範囲においても厚さの変化が大きく見られる [3]。ここでは、炭層厚さの分布を以下のような確率密度関数を用い、正規分布としてモデル化を試みた。

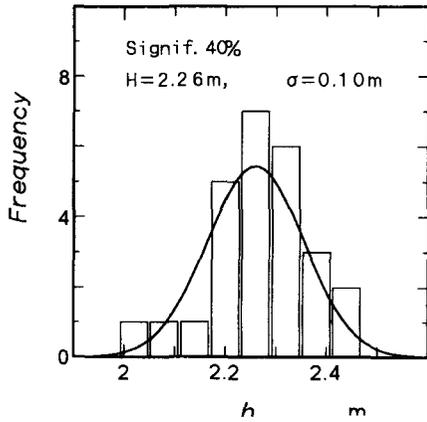


図2 炭層厚さ分布と正規分布によるモデル化

$$f(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(h-H)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.10)$$

ここで  $H$  は炭層厚さの平均値であり、 $\sigma$  は炭層厚さ分布の標準偏差である。

図2は、太平洋炭鉱(株)釧路鉱業所内において炭層厚さの分布を調べたものである [4]。棒グラフは実データを示し、実線は正規分布モデルのあてはめを示している。 $\chi^2$  検定によって、モデルの有意性が40%程度であることがわかった。したがって、正規分布による炭層厚さの分布モデル化は、釧路炭田においては妥当であると考えられる。また、釧路炭田は、地質学上とくに特殊な条件はないことから、正規分布モデルは、多くの炭田のモデルとして有効であると推測できる。

### 3. 数値計算による検討

実際には基準高さから上方向の炭層厚さ分布を求めることは難しいので、ここでは前節の炭層厚さ分布で代用することにし、式(2.10)の正規分布を仮定した。

以下では式(2.9)から最適な採掘高さ  $\eta_{opt}$  を求め、種々のパラメータが  $\eta_{opt}$  に及ぼす影響について調べた。なお、下方向の炭層についても同様に解析できる。

#### 3.1 経済性パラメータの影響

本数理モデルでは、経済パラメータを  $\beta$  (=石炭価格/コスト比) ひとつにまとめることで、採掘高さや石炭採採率など採掘状況をわかりやすくした。ここでは、上方向の炭層厚さの平均値  $H=1.0\text{m}$  および標準偏差  $\sigma=.0.1, 0.2\text{m}$  の炭層を例にとり、 $\beta$  の影響について検討した。図3には、 $\beta$  と最適な採掘高さ  $\eta_{opt}$  との関係について示した。図より  $\eta_{opt}$  は、 $1 < \beta < 2$  の間で急激に増大する傾向がわかる。特に  $\sigma$  が大きいと

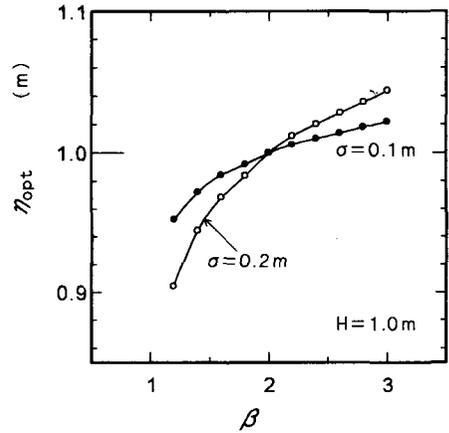


図3 石炭価格/コスト比と最適な採掘高さとの関係

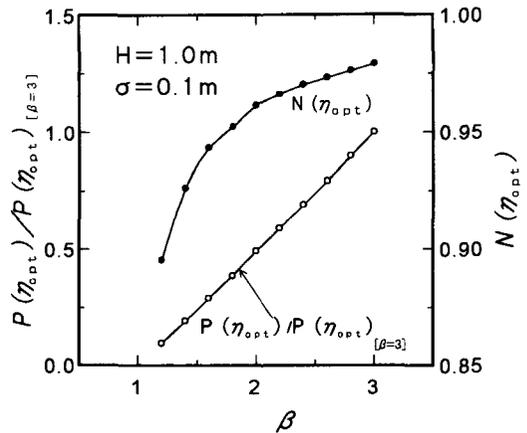


図4 石炭価格/コスト比と総利潤および可採率との関係

$\beta$  の影響が大きいことがわかる。

石炭価格は、品質、市場価格および為替相場によって変化するが、現在では、おおむね1tあたり5千円～1万円程度 [5] である。日本国内では、採掘コストは人件費の高騰および採掘の深層化などによって、1tあたり1万円程度といわれている。したがって、日本のようなコストが高い鉱山では、 $1 < \beta < 2$  の経営となり、この領域では  $\beta$  の少しの変化に対し  $\eta_{opt}$  は大きく変化するため、採掘高さの選定は難しいことが推測できる。

図4は  $\beta$  と最大総利潤の比  $P(\eta_{opt})/P(\eta_{opt})|_{\beta=3}$  およびこのときの石炭可採率  $N(\eta_{opt})$  との関係について示している。ただし  $P(\eta_{opt})|_{\beta=3}$  は、 $\beta=3$  のときの最大総利潤である。これより、最大総利潤は、 $\beta$  とともに1次的に増大することがわかる。また  $\beta$  と最適な石炭可採率の関係は、図3の  $\beta$  と最適な採掘高さの関係とほぼ同じであることがわかる。つまり、石炭可採率は、採掘高さとある程度1次的関係があると考えられる。

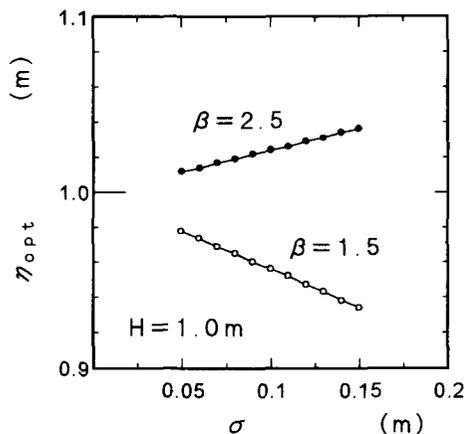


図5 炭層厚さ分布の標準偏差と最適な採掘高さとの関係

### 3.2 炭層の賦存状態の影響

炭層の厚さ分布に正規分布を用いた場合、炭層の特徴は、炭層厚さの平均値  $H$  と標準偏差  $\sigma$  によって表わすことができる。特に、 $\sigma$  は、炭層厚さの変化の度合いを示している。ここでは、 $H=1.0\text{ m}$ 、 $\beta=1.5, 2.5$  の場合における標準偏差  $\sigma$  の影響について検討した。

図5は、 $\sigma$  と採掘高さ  $\eta_{opt}$  との関係について示している。これより、 $\beta < 2$  の場合、 $\eta_{opt}$  は  $\sigma$  の増加に従って小さくなり、 $\beta > 2$  の場合、 $\eta_{opt}$  は  $\sigma$  の増加に従って大きくなることわかる。ただし、式(2.9)から  $\beta=2$  のときは、 $\sigma$  にかかわらず  $\eta_{opt}=H$  となる。

図6には、 $\sigma$  と最大総利潤比  $P(\eta_{opt})/P(\eta_{opt})_{[\sigma=0.05]}$  と石炭可採率  $N(\eta_{opt})$  との関係を示した。ただし、 $P(\eta_{opt})_{[\sigma=0.05]}$  は、 $\sigma=0.05$  のときの最大総利潤である。 $\beta=2.5$  の場合に比較し、 $\beta=1.5$  の場合では  $\sigma$  の増大によって  $N(\eta_{opt})$  が大きく減少している。なお、これより、最大総利潤は  $\sigma$  とともに1次的に減少することがわかる。

以上のことは、 $\beta$  が低い場合は、石炭可採率を落として利潤を上げなければならないが、 $\beta$  が高い場合は、石炭可採率を上げ、石炭を増産することが利潤増大になるとする考えと一致する。

## 4. おわりに

この研究では、鉱山システムの一部である石炭の採掘について数理モデルを構成して考察した。特に、炭層厚さ分布を正規分布モデルとすることで、従来では不確定とされ、数量化されなかった地質情報を数理モデルとして、鉱山システムに取り入れることができた。このように、多くの地質情報を数量化し、数理モデル

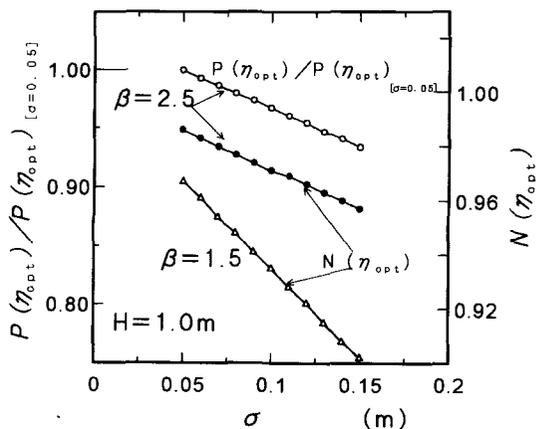


図6 炭層厚さ分布の標準偏差と最大総利潤、可採率との関係

として扱うことで、鉱山システムそのもののメカニズムについての考察が可能となる。本研究は、その一端として研究方法を示した。

石炭の採掘システムについて、本数理モデルから得られた結果を要約すると、次のとおりである。

- 1) 炭層の厚さ分布は、正規分布モデルで近似可能である。
- 2) 最適な採掘高さは、経済パラメータ  $\beta$  (石炭価格/コスト比) が1~2の間で急激に変化する。
- 3) 石炭可採率と採掘高さには、ある程度1次的の関係がある。
- 4) 最適な採掘高さは、炭層の厚さ分布の標準偏差の増加にしたがって、 $\beta < 2$  の場合は小さくなり、 $\beta$  の場合は大きくなる。

[謝辞] 本論文を完成するにあたって、辛抱強く査読をくり返し、ご指導下さいました査読者および編集委員会の方々に、心より感謝申し上げます。

### 引用文献

- 1) 会田俊夫・岡本隆：採炭機械，技術書院，pp.6-8, pp.126-202, (1962)。
- 2) 奥野正寛・鈴木興太郎：ミクロ経済学I，岩波書店，pp.35-40, (1991)。
- 3) 坂倉勝彦：石炭地質学，技術書院，pp.49-87, (1964)。
- 4) 今井忠男・藤沢章・内田景己・前川公則：GEOIN-FORUM'94, pp.33-34, (1994)。
- 5) (財)通商産業調査会：エネルギー生産・需給統計年報，pp.33-34, (1993)。