実践講座

予測手法

(4)：選択行動モデル

上田　徹

4．選択行動モデル

これまで述べてきた方法は地域や集団全体の需要を推定・予測するのに有効な方法であったが，マーケッティングや交通分析の分野では個人または企業ごとの選択行動に着目した分析が非集計（行動）モデルと称して盛んに検討されてきた[1]．新サービスの導入や販売戦略策定のためには販売額などの量的予測の以前に，顧客が何を望んでいるかを把握できることが望ましく非集計モデルが活用できる場合が多いと考えられる．通信の分野でもその活用が検討され始めている[2]．

そこでここではまずアンケート調査結果や実際の選択結果データから個体（個人，企業または集団を表わす単位であってもよいが以下では「個人」と表わす）ごとの選択構造を明らかにしてくれる方法を概観し，それから量的予測にどう結びつけるかを示す．

4．1　効用と選択行動の関連づけ

多数の選択対象があるときに特定のものは他のものに効用として劣っていないときに選択されるであろうと考えるのはごく自然であろう．極端な例として，いろいろな機能が他よりも劣っているが，自分のまわりでは誰も持っていないということで選ばれた場合，その人にとっての効用は機能ではなく希少性に重きが置かれていたことになる．このように効用は個人ごとに異なるであろうが，それを選択行動なりアンケート調査なりから推定しようとするのである．

選択行動は

(i) 個人iの属性Z_i

(ii) 選択対象jの属性X_j

(iii)選択時の環境，いわゆるT.P.O.（時点，場所，場合）などを表わすO

によって変化するであろう[2]．

うえだ　とおる　NTT通信網総合研究所
〒180　武蔵野市緑町3–9–11

そこで個人iにとっての選択対象jの効用U_{ij}を

$$U_{ij}=f(Z_i,X_j,O) \tag{4.1}$$

によって表現する．個人Iが選択対象Jを選ぶのは

$$U_{IJ}\geq U_{Ij}\quad (j\neq J)$$

を意味する．対象の選好順位データがあるときにコンジョイント分析を適用でき，選好（購買）結果がわかっているときにはロジット分析を適用できるので，この2方法についてまず述べる．

4．2　コンジョイント分析

個人iの選択対象j $(j=1,2,\ldots,m)$の選好度P_{ij}，選好順位S_{ij}がわかっているときには

$P_{ij}<P_{ik}$または　$S_{ij}>S_{ik}$　ならば$U_{ij}\leqq U_{ik}$ $(j\neq k)$

となるように式(4.1)を決める．それにはLuce and Tukey [3]から発展したコンジョイント分析を用いることができる．アルゴリズムとしてはKruskalの単調回帰原理[4]を用いる方法(MONANOVA)が発展を促したと言える．このほか

Johnson のTRADE–OFF [5],[6],

Srinivasan and Shocker のLINMAP[7],

Ogawa のRANKLOGIT[8]

などがあり，それらを概説する．なお，個人iを特に意識する必要がないときには添字iを省略し，選択対象jの選好度をP_j，選択順位をS_j，効用をU_jと表わす．

4.2.1　効用の推定アルゴリズム

（1）MONANOVA

MONANOVAは単調回帰原理にもとづいており，選択対象iとkのあいだで弱単調性

$$P_i<P_k \quad \text{または} \quad S_i>S_k \quad \text{ならば} \quad \hat{U}_i\leq\hat{U}_k \tag{4.2}$$

が成り立つような$\hat{U}_i$を媒介変数として，$\hat{U}_i$に近い効用U_iをストレスと呼ばれる非適合度指標

$$\eta=\{\sum_{i=1}^{m}(U_i-\hat{U}_i)^2\ /\ \sum_{i=1}^{m}(U_i-E[U])^2\}^{1/2} \tag{4.3}$$

$$;E[U]=\sum_{i=1}^{m}U_i/m \tag{4.4}$$

を小さくすることで求める方法である（図4.1参

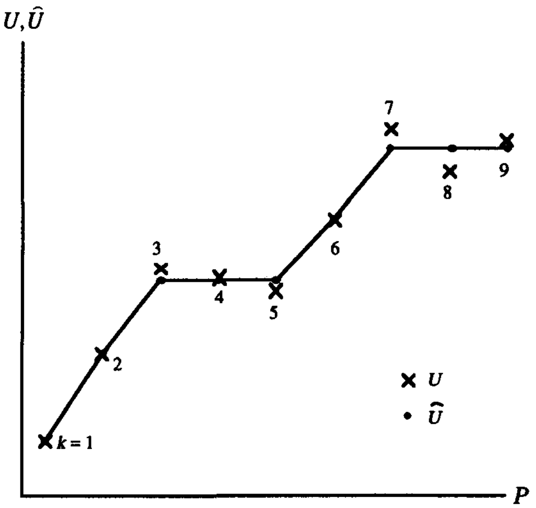

図 4.1 $\{m=9\}$の場合の単調回帰原理イメージ

照）．初期値または繰り返しの途中で得られているU_iから弱単調性を持つ$\hat{U}_i$を求める手順を以下に示す．

[a]対象iは選好度P_iの小さいもの順に並び変えられているものとする．すなわち

$i>h$ ならば $P_i>P_h$

とする．

[b] $\hat{U}_0=0$, $\hat{U}_1=U_1$, $k=2$とする．

[c] $\hat{U}_k$に仮の値U_kを与える．

[d] $\hat{U}_k \ge \hat{U}_{k-1}$ならば$\hat{U}_k=U_k$と定め，$k$に１を加えて[c]に戻る．

[e] $\hat{U}_k<\hat{U}_{k-1}$ならば

$$\overline{MU_I}=(\hat{U}_k+\sum_{h=1}^{I}U_{k-h})/(1+I)\ge \hat{U}_{k-I-1} \qquad (4.5)$$

を満たす最小のIを求め，

$$\hat{U}_k=\hat{U}_{k-1}=\hat{U}_{k-2}=\cdots=\hat{U}_{k-I}=\overline{MU_I} \qquad (4.6)$$

とする．たとえば，図 4.1 で $\{k=5\}$ のときには

$\hat{U}_5=\hat{U}_4=\hat{U}_3=\overline{MU_2}>\hat{U}_2$；$I=2$

である．

[f] $k<m$ならば，kに１を加えて[c]に戻る．$k=m$ならば終了する．

このようにして弱単調性(4.2)が実現され，ストレスηが計算できる．

Yを，効用U_iを規定するパラメタからなるベクトルとすると，

$$Y \to Y-\Delta\cdot d\eta/dY$$

と更新され，結果としてU_iも更新される．Δは更新幅であり，[9]と同様に設定すればよい．

MONANOVAでは，データの序列が矛盾を含むときの結果の不安定さ，パラメタの初期値のとり方に結果が依存することなどの欠点があり，選好順位がIならそれに選好度として数値$(m-I+1)$を与えて被説明変数として数量化I類を適用して初期値を求めたり，パラメタに制約をつけることなどが提案されている．[10]

（２）TRADE-OFF

TRADE-OFFは，選好度$(P_i:P_j)$間の順序と効用$(U_i:U_j)$間の順序との不一致を示す指標

$$E_{ij}=1:(P_i-P_j)(U_i-U_j)<0 \qquad (4.7)$$
$$0:\text{その他}$$

を使った

$$\theta^2=\sum_{i<j}E_{ij}(U_i-U_j)^2/\sum_{i<j}(U_i-U_j)^2 \qquad (4.8)$$

を基準精度内に収められるようにU_iを求める方法である．U_iの初期値としてはMONANOVAの最後で述べた数量化I類がここでも適用される．パラメタYの修正もMONANOVAと同じく勾配法が用いられ，

$$Y_{r+1}=Y_r-\Delta\cdot d\theta_r^2/dY_r \qquad (4.9)$$

（添字rはr回目の繰り返しの値を示す）

である．ここで，[4]では

$$\Delta=\theta_r \qquad (4.10)$$

としているが，θ_rが大きい場合はともかく，θ_rが小さくなってきた場合には

$$\Delta=\varepsilon\,\theta_r^2 \quad (\text{たとえば }\varepsilon=0.1) \qquad (4.11)$$

とした方が確実に収束するようである．

（３）LINMAP

パラメタYは，次の線形計画法の解として求められる．

$$\text{人工 (artificial) 変数和} \sum_{i=1}^{m-1}\gamma_i \quad \text{の最小化} \qquad (4.12)$$

$$\text{制約}：U_{i+1}-U_i=(x_{i+1}-x_i)^t\,Y+\gamma_i\geqq 0\,;\ i=1,2,\ldots,m-1 \qquad (4.13)$$

$$(x_m-x_1)^t\,Y=1 \qquad (4.14)$$

$$Y\geqq 0,\ \gamma_i\geqq 0\,;\ i=1,2,\ldots,m-1 \qquad (4.15)$$

ただし，MONANOVAの手順[a]と同じく，対象iは選好度P_i（効用U_i）の小さいもの順に並び変えられているものとする．

（４）RANKLOGIT

j_hを選好順位がhである選択対象番号，J_hを選好順位がh位以降である選択対象番号の集合$\{j_h,j_{h+1},j_{h+2},\ldots,j_m\}$とするとき，選好全順序データ$\{j_1,j_2,\ldots,j_m\}$が得られる確率

表 4.1　ボイスメール・サービスの属性

	j	k	
		1	2
入会金	I	2千円	2万円
月額基本料	II	2百円	5千円
使用料／分	III	5円	50円
最大メッセージ数	IV	5	50
保存期間	V	1週間	1箇月

$$L = P(j_1, j_2, \ldots, j_m) = P(j_1|J_1)P(j_2|J_2)\cdots P(j_{m-1}|J_{m-1}) \tag{4.16}$$

が最大となるようにパラメタYを求める．ただし，$P(j_h|J_h)$は集合J_hからj_hが選ばれる確率であり，

$$P(j_h|J_h) = \exp(U_{j_h}) / \sum_{k \in J_h} \exp(U_k);\ U_j は式(4.1) \tag{4.17}$$

で与えられる．

4.2.2　ボイスメール・サービスの分析

ここでは表 4.1，表4.2 で規定されるボイスメール・サービスをとりあげる．サービスiの選好順位S_iは

$S_i = (7, 8, 4, 2, 6, 5, 1, 3)$

であったとする．サービスiの効用U_iは

$$U_i = \sum_{j=1}^{5} \sum_{k=1}^{2} a_{jk}\delta_{jk}(i)$$

$\delta_{jk}(i)$=1:サービスiが属性jの分類kに属するとき
0:その他

で推定されるものとする．パラメタa_{jk}の間には定性的優位性から

$a_{11} \geqq a_{12}$, $a_{21} \geqq a_{22}$, $a_{31} \geqq a_{32}$, $a_{41} \leqq a_{42}$, $a_{51} \leqq a_{52}$

の関係があり，これを満たしつつθ^2を最小化すると

a_{11}=0.33，a_{21}=0.88, a_{31}=0.11, a_{42}=0.33,その他a_{jk}=0

となり，

U_1=0.33, U_2=0, U_3=0.99, U_4=1.32, U_5=0.44,
U_6=0.77, U_7=1.54, U_8=1.21

が得られ，式(4.2)が完全に満たされている．a_{jk}の大きさからこの人は保存期間には関心がなく，月額基本料を最も重視していることが読み取れる．

4．3　ロジット分析

4.3.1　モデルの概要

個人iの選択肢jに対する選好結果あるいは購買データ

$\delta_{ij}=1$：個人iが選択肢jを選択
0：その他

表 4.2　8種類のボイスメール・サービス (A-H) と対応する属性

j	I	II	III	IV	V
A	2万円	5千円	50円	50	1箇月
B	2万円	5千円	50円	5	1週間
C	2万円	2百円	5円	5	1箇月
D	2万円	2百円	5円	50	1週間
E	2千円	5千円	5円	5	1週間
F	2千円	5千円	5円	50	1箇月
G	2千円	2百円	50円	50	1週間
H	2千円	2百円	50円	5	1箇月

が得られているときにはロジットモデルを適用することができる．[1],[10]

個人iが選択肢jに対して感じている効用U_{ij}は，

$$U_{ij} = V_{ij} + \varepsilon_{ij} \tag{4.18}$$

すなわち，確定要素V_{ij}と確率的変動要素ε_{ij}とから成るものとし，ε_{ij}が選択肢相互に独立なGumbel分布に従うものとすると，個人iが選択肢jを選ぶ確率は多項ロジットモデル

$$P_{ij} = \exp(V_{ij}) / \sum_k \exp(V_{ik}) \tag{4.19}$$

$$\sum_j P_{ij} = 1 \tag{4.20}$$

で与えられる．V_{ij}は式(4.1)の右辺で与えられるものとすると，式(4.1)に含まれるパラメタは尤度関数

$$L = \prod_i \prod_j P_{ij}^{\delta_{ij}} \tag{4.21}$$

が最大となるように決められる．このモデルには「無関係な代替案からの独立 (Independence from Irrelevant Alternatives)」という性質がある．すなわち，選択肢jとkの選択確率の比は

$$P_{ik} / P_{ij} = \exp(V_{ik}) / \exp(V_{ij}) \tag{4.22}$$

となり，j, k以外の選択肢とは無関係になる．選択肢間に相関がある場合にはこの性質は望ましくなく，これを解決するためにいろいろなモデルが提案されているが，本誌でも[11]で報告されているので，ここではこれ以上言及しない．

4.3.2　ホームテレホン所有世帯の分析

全部で1002世帯中ホームテレホンを所有する世帯数が110のときの世帯属性について検討する．この場合

に選択肢は所有する(j=2)か，しない(j=1)かの２つだけである．そこで選択肢の属性x_j(j=1,2)に関する情報は使用しない．世帯iの属性Z_iとしては

A：世帯主年齢(Z_{i1})
B：職業(Z_{i2}～Z_{i9})
C：家族数($Z_{i,10}$)
D：収入($Z_{i,11}$～$Z_{i,22}$)
E：床面積($Z_{i,23}$)
F：１カ月間の電話料金($Z_{i,24}$)

を用いる．このうち職業は8分類，収入は12分類されたカテゴリカルデータであり，その他は数値をそのまま用いた．世帯iにとっての所有者であること(j=2)の効用の確定要素V_{ij}はjにかかわらず

$$V_{ij}=\sum_{k=1}^{24}a_kZ_{ik}+a_{25}$$

ただし，

$$a_9=a_{22}=0$$

で与えられるものとする．数量化II類（質的データと量的データ混在）を用いた判別分析の的中率は74.4%でありあまり高くない．そのパラメタを初期値として尤度関数を最大とするパラメタを求める．ロジットモデルでは

$$V_{i1}=0,$$

$$V_{i2}=\sum_{k=1}^{24}a_kZ_{ik}$$

すなわち

$$P_{i1}=1/\{1+\exp(V_{i2})\}=\exp(-V_{i2})/\{1+\exp(-V_{i2})\}$$

$$P_{i2}=\exp(V_{i2})/\{1+\exp(V_{i2})\}=1/\{1+\exp(-V_{i2})\}$$

と考える．このとき，

$$\frac{\partial \log L}{\partial a_k}=\sum_i(\delta_{i2}Z_{ik}-P_{i2}Z_{ik})$$

となり，

$$\sum_i\delta_{i2}Z_{ik}=0$$

すなわち，k番目の属性Z_{ik}はダミー変数でその属性を持つ世帯には１世帯も所有者がいないときには尤度はa_kに関して単調減少となるので意味をなさない．そのようなときにはk番目の属性を持つ世帯を分析対象からはずす必要がある．ホームテレホンの場合には所得が最も低い世帯層(k=11)でこの現象が起きており，その世帯層は除去した．その結果，パラメタは表4.3のようになった．なお数量化II類の場合のa_kの値も表4.3に示したが，$\{\sum_k a_k^2\}$は等しくなるように調整してある．

カテゴリカルデータで部分効果a_kの大きい{k=4}は小企業役員であり，{k=20,21}は高所得者である．なお{k=9,k=22}は無回答者である．各アイテムA～Fの効果をレンジの大きさで比較してみる．ただし，Z_{ik}が数値データの場合はアイテムjに対応する変数番号を$k(j)$とするとレンジR_jは

$$R_j=\left|a_{k(j)}\left\{\max_i Z_{i,k(j)}-\min_i Z_{i,k(j)}\right\}\right|$$

で与えられる．表4.4に示すようにR_jで見ると床面積が最も大きく，ホームテレホンの特徴(何台かの子機をつけられる）から考えて納得できる結果である．

表4.3　パラメタa_kの値

	k	a_k	
		II類	ロジット
A	1	−0.032	−0.005
B	2	−1.458	−0.498
	3	−1.217	−0.528
	4	0.717	0.323
	5	−0.946	−0.471
	6	−0.898	−0.479
	7	−1.201	−0.662
	8	−1.208	−0.776
	9	0	0
C	10	0.438	0.310
D	11	---	---
	12	1.177	0.924
	13	1.012	0.714
	14	1.236	1.048
	15	1.220	1.171
	16	0.363	0.450
	17	0.719	0.833
	18	0.916	0.926
	19	1.645	1.210
	20	2.038	1.416
	21	2.364	1.298
	22	0	0
E	23	0.030	0.012
F	24	0.009	0.004
	25	−3.696	−5.383

4．4　集計法

節4.2, 4.3のモデルは個人の選択行動を予測するのに使うことができる．しかし，サービス戦略や投資計画を立てるためにはエリア単位や集団単位での需要予測が必要であり，節4.3までに述べてきた方法を用い

表 4.4　レンジR_j

j	R_j
A	0.35
B	1.10
C	2.17
D	1.42
E	4.57
F	1.50

得るが，節 4.2, 4.3 と同じデータが入手されているときにそれを用いてエリアや集団単位の需要推定，予測ができれば，データを一層，有効に利用できたことになるであろう．ここでは節 4.3 のロジット分析を用いた場合について，エリアや集団単位の需要推定，予測をするための集計法について述べる．

あるエリアや集団Iを構成する個人情報がすべてわかっており，ロジット分析により，効用V_{ij}や式(4.19)のP_{ij}が得られるならばIにおけるjの需要$D_j(I)$およびjが選ばれる確率$P_j(I)$は

$$D_j(I)=\sum_{i\in I}P_{ij} \tag{4.23}$$

$$P_j(I)=D_j(I)/N(I),\ N(I): I\text{内人数} \tag{4.24}$$

として求めることができるが，Iが非常に小さいか，個人データベース整備に相当の費用をかけ得る商品，サービスでない限り，通常はそういうデータを期待することはできない，そのため次のような方法が提案されている．[1]

（1）平均的な個人を用いる方法

個人iがjを選ぶ確率P_{ij}は効用V_{ij}の関数であり，V_{ij}は個人iの属性$\mathbf{Z}_i$などの関数なのでP_{ij}は$\mathbf{Z}_i$の関数となり，

$$P_{ij}=f_j(\mathbf{Z}_i) \tag{4.25}$$

と表現できる．そこでIでの$\mathbf{Z}_i$の平均値$\overline{\mathbf{Z}}_I$を用いてIでjを選ぶ人の割合を

$$P_j(I)=f_j(\overline{\mathbf{Z}}_I) \tag{4.26}$$

により求める方法であるが，f_jが$\mathbf{Z}$に関して線形に近くない場合には誤差が大きくなる．特に$N(I)$が大きくなると用いることはできない．

（2）似たもの同士のグループごとに平均的な個人を用いる方法

方法(1)は$N(I)$が大きくなると精度が落ちるのでIをG個のグループに分け，グループgの平均的な個人$\overline{\mathbf{Z}}_g$を用いて

$$P_j(I)=\sum_{g=1}^{G}\frac{N(I_g)}{N(I)}f_j(\overline{\mathbf{Z}}_g) \tag{4.27}$$

$N(I_g)$：グループgの人数

により求める．

グループ分けでは個人属性$\mathbf{Z}$の全要素を使うことは通常できず，効用に大きな影響を持つ要素を取り出してグループ分けすることが実際的である．

（3）Zの分布の平均値まわりのモーメントを用いる方法

属性$\mathbf{Z}$を持つ個人がjを選ぶ確率$f_j(\mathbf{Z})$は，$\mathbf{Z}$の平均値まわりでTaylor展開し，2次微分で打ち切ることにより

$$f_j(\mathbf{Z})\cong f_j(\overline{\mathbf{Z}})+\sum_r\frac{\partial}{\partial Z_r}f_j(\mathbf{Z})|_{\mathbf{Z}=\overline{\mathbf{Z}}}(Z_r-\overline{Z}_r)+\frac{1}{2}\sum_r\sum_q\frac{\partial^2}{\partial Z_r\partial Z_q}f_j(\mathbf{Z})|_{\mathbf{Z}=\overline{\mathbf{Z}}}(Z_r-\overline{Z}_r)(Z_q-\overline{Z}_q) \tag{4.28}$$

で近似できる．そこで$\mathbf{Z}$の確率密度関数$p(\mathbf{Z})$とするとIでjを選ぶ人の割合は

$$P_j(I)=\int_I f_i(\mathbf{Z})p(\mathbf{Z})d\mathbf{Z}$$

$$\cong f_j(\overline{\mathbf{Z}}_I)+\frac{1}{2}\sum_r\sum_q\frac{\partial^2}{\partial Z_r\partial Z_q}f_j(\mathbf{Z})|_{\mathbf{Z}=\overline{\mathbf{Z}}}\operatorname{cov}(Z_r,\overline{Z}_q) \tag{4.29}$$

で近似できる．これは第２項が上記(1)の修正項として作用していることを意味するが，(1)よりも精度向上をもたらす保証はなく，第２項内の共分散の推定に必要なデータが充分でない場合には用いることはできない．

（4）Zの分布の近似を用いる方法

$\mathbf{Z}$の確率密度関数$P(\mathbf{Z})$の近似として既知の分布$\tilde{P}(\mathbf{Z})$を用いる方法があり，式(4.18)のε_{ij}が正規分布すなわち個人iがjを選ぶ確率はProbitモデルで表現できる場合で$\tilde{P}(\mathbf{Z})$も正規分布とできるときには$P_j(I)$は求めることができ[13],特に対象がiとjの２個しかない場合には

$$P_j=\Phi\left(\frac{\beta'(\overline{\mathbf{Z}}_j-\overline{\mathbf{Z}}_i)}{\sqrt{1+\sigma^2}}\right)$$

$$\sigma^2=\beta'V\beta$$

V: Zの共分散行列

により求めることができる．しかしε_{ij}がGumbel分布すなわちロジットモデルの場合には対象が２個の場合以外は計算が困難なようである．([1],P145)

（5）標本の直接利用

標本が無作為抽出されておれば

$$\hat{P}_j(I)=\frac{1}{N(I)}\sum_{i=1}^{N(I)}P_{ij}$$

により$P_j(I)$を推定することができる．Iが(2)に示されたG個のグループに分けられるときには

$$\hat{P}_j(I)=\sum_{g=1}^{G}\frac{N(I_g)}{N(I)}\ \frac{1}{N(I_{sg})}\sum_{i=1}^{N(I_{sg})}P_{ij}$$

$N(I_{sg})$:グループgの標本サイズ

として層化抽出による精度向上を期待できる．

以上，5つの方法を紹介したが，筆者としては実用性，精度の観点から層化抽出（事後層別でもよい）による(5)の方法を推奨したい．なお，節4.3.2では所得でのクラス分けの場合の{k=11}に相当する世帯を除去したが，集計ではその世帯がj=2を選択する確率を零として集計しなければならない．

コンジョイント分析の場合には節3.2.2（前回）の数量化理論におけるエリア集計と同じ方法をとれるが，需要数にするためには別途，工夫しなければならない．

あとがき

4回にわたって予測手法を紹介したが，筆者が使用したことのある手法に限定したため，重要な予測手法が欠落しているであろう．また各手法の専門家から見ると随分もの足りないものになっていると思う．とりあげなかったがよく知られた手法としては

計量経済学（同時方程式）モデル
システム・ダイナミックス
産業連環（投入算出）分析
デルファイ法

などが上げられる．

長期予測と新サービス需要予測が予測困難な2大課題であり，特に長期予測については環境変化をどこまで考えるかが問題である．たとえばバブル崩壊などは果たして予測で考慮できたであろうかという点に関しては，長期の景気循環を考慮していれば上げ一片倒ということはあり得ないので予測できたはずだと言えるかも知れない．しかしそのためには長期景気循環を表わす長期データの存在が前提になるであろうし，データがなければ外部機関のマクロ予測データをうまく利用することを考えなければならない．それは他人に説明できる高度な格好いい手法といったものではなく，直観を働かせた泥くさい手法であろう．

予測でもう一つ考慮しなければならないのは過剰適合の問題である．予測手法の精度を論議するときには過去のデータへの適合のよさが一つの尺度となりうる．しかし，回帰分析の場合から類推できるように説明変数をふやしたり，モデルを複雑にすれば適合度は上がるが，予測力は一般に下がるものである．そこで一方では簡明な予測モデルを求めつつ，他方では将来起こりうる事態をどうモデルに組み込んでおくかを考えなければならない．

このように予測手法には過度の期待はできないが，意思決定の基礎データとして予測は欠かせず，予測はずれを意思決定の中にどう反映していくかが最も重要である．

参考文献

[1]M.Ben-Akiva and S.R.Lerman : "Discrete Choice Analysis", MIT Press, 1985.

[2]井上，山本：「通信サービスにおけるユーザの選択行動分析法」,電子情報通信学会誌，Vol.76, No.5, pp.510-517,1993.

[3]R.D.Luce and J.W.Tukey : "Simultaneous conjoint measurement: A new type of fundamental measurement", J.Math.Psychology, 1, pp.1-27, 1964.

[4]J.B.Kruskal :"Analysis factorial experiments by estimating monotone transformations of the data", J.Royal Statistical Society, Series B-27, pp.251-263, 1965.

[5]R.M.Jonson R. M. : "Trade-off analysis of consumer values", J. Marketing Research, 11, May, pp.121-127(1974).

[6]R.M.Johnson : "A simple method for pairwise monotone regression", Psychometrika, Vol.40, No.2, pp.163-168, 1975.

[7]V.Srinivasan and A.D.Shocker: "Linear programming techniques for multidimensional analysis", Psychometrika, Vol.38, No.3, pp.337-369, 1973.

[8]K.Ogawa : "An approach to simultaneous estimation and segmentation in conjoint analysis", Marketing Science,Vol.6, No.1, pp.66-81, 1987.

[9] 林 知己夫, 飽戸 弘 :"多次元尺度解析法",p.101, サイエンス社, 1976.

[10]中西正雄, 阿部周造, 池尾恭一, 片平秀貴,小島健司 : "消費者行動分析のニュー・フロンティア", pp.177-179, 誠文堂新光社(1984).

[11]林恒一郎：「交通需要予測における非集計モデルによるアプローチ」，オペレーションズ・リサーチ，Vol.30, No.3, pp.191-196, 1985.

[12]片平秀貴，杉田善弘:「マーケティング，サイエンスの最近の動向:米国を中心として」，オペレーションズ・リサーチ，Vol.39, No.4, pp.178-188, 1994.

[13]C.Daganzo: "Multinomial Probit:The Theory and Its Applications to Demand Forecasting", Academic Press, New York, 1979.