# 「最大クリーク問題の近似解法に関するコメント」について

富田　悦次，山田　義朗

このたび[1]においてコメントをいただいた文献[2]に関して，補足・背景を述べさせていただきます．

最大クリーク厳密解抽出アルゴリズムは，枝が密になるに従って計算時間が急激に増大して解が現実的に得られなくなることが多く，その対応が必要となる．

まず，そのような場合の厳密解推定に関して［1］で引用された，節点数$n=400$，枝の存在確率$p=0.8$のランダムグラフの場合に対しての，ApplegateとJohnson（AJ）の近似解法（dmclique），および文献［2］のアルゴリズムで*iteration*＝1，2，3，25，100と設定したものを，各100回試行したときの解頻度を**表1**の上から順に示す．（平均実行時間は，*iteration*＝3の場合1回試行当り SPARC station 2 上で 1.73 秒である．）これは，ApplegateとJohnsonによる解の度数分布がよくない場合でも，［2］のアルゴリズムで十分に時間をかけて*iteration*を大きくしてゆくことにより，よい解分布が得られることを示している．

**表1**　$n=400$，$p=0.8$のランダムグラフ

| Clique Size : | | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| AJ | : | 5 | 36 | 31 | 22 | 5 | 1 | 0 |
| [2] | (1) : | | | | | 43 | 46 | 11 |
| [2] | (2) : | | | | | 32 | 52 | 16 |
| [2] | (3) : | | | | | 8 | 65 | 27 |
| [2] | (25) : | | | | | | 22 | 78 |
| [2] | (100) : | | | | | | | 100 |

解精度は当然ながら実行時間とのかね合いで決まるが，筆者らの文献［2］のアルゴリズム自体は，できる限り基本的で単純化したものに限定し，節点に対する時間計算量が（枝の疎密にかかわらず）単純な多項式オーダーで明確に与えられるものとしている．また，そこにおける実験も，新しく提案したアルゴリズムに対し，精度を重視した場合についてどのような傾向が見られるかを意図したものであり，その方式を絶対的に固定して優位なものであるとしたわけではない．

このような確率的手法の常套手段として，何回かの短時間試行の結果得られる解の中で最良のものを選び，全体としてより短時間で最適に近い解が得られるようにすることもできる．たとえば表1の場合には，*iteration*＝100までの試行を1回行なう代わりに，*iteration*≦3で試行回数を20回とすれば，1.73秒×20＝34.6秒以内の時間で十分に31の大きさの解を得ることができ，所要時間は60／100以内に短縮される．このようにすることで，表1に見られるように文献［2］のアルゴリズムが短時間で大きい解に立ち上がる，という特徴を生かすことができる．なお，本問題のNP完全性より，多項式時間では解精度の保証が得られない例は当然存在し得るが，前記特徴によりそれでもなおかなりよい近似度が期待できる．また，前記以外にも種々の高速化手法の導入を画ることが可能である．

ここで，筆者らの本研究のそもそもの主旨は，［2］とその文献にも記されているように，個々の問題ごとに個別に対応するのではなく汎用的な組合せ最適化問題の解法手段として期待されるボルツマンマシンの基本的概念を用いることによる新しい手法の提案と，その有効性を確認することにある．最大クリーク抽出問題の入力グラフはボルツマンマシンの仮想ネットワークそのものといえ，その新手法による本結果は，このようなアプローチに対しての一突破口を示すものである．

とみた　えつじ
電気通信大学　電子情報学科
〒182 調布市調布ヶ丘1－5－1
やまだ　よしあき
ＮＴＴ交換システム研究所
〒180 武蔵野市緑町3－9－11

## 参考文献

［1］ 久保，最大クリーク問題の近似解法に関するコメント，オペレーションズリサーチ，1993.

［2］ 猪瀬，山田，富田，高橋，近似最大クリークを抽出する確率アルゴリズムの実験的評価，電子情報通信学会秋季大会予稿集，Ｄ－３，1993.