

# 多目的計画法による飼料配合支援システム

中山 弘隆, 三谷 克之輔, 吉田 太

## 1. はじめに

飼料配合問題に線形計画法を利用することは, Waugh の報告[1]をはじめとして古くより研究[2],[3],[4],[5]され, 飼料工場や農家指導の一部に利用されてはきたが, いまだに生産現場において満足に活用されている状況にはない. その原因としてはモデル自体が内包する問題, さらにモデルと意思決定者とのヒューマンインターフェースが適切でないことに起因する問題の両面が考えられる. 後者の問題に対しては, 権藤[6]は表集計ソフトを活用することにより, 再計算機能を利用した感度分析や, モデルを対話的に逐次変更することが容易にできることを示した. 三谷[7]は, これを発展させて飼料原料の成分表の作成や目的や制約等の入力を独自に制作した表集計ソフト(SBAR)に管理させるとともに, この表形式で作成したモデルのデータをLPの計算プログラムに引き渡す方法を開発し, これによって同一画面上で多様な条件の入力を単純な操作で行なえるだけでなく, 全体を見通した設計が可能となり, LPを利用しながらLPに対する理解を深めることができ, 飼料配合に関する視野を大きくする効果が認められることを報告している. 前者のLPのモデル上の問題については, 目的は複数存在するのが普通であることや, 目的と制約は必ずしも明確に区別できないこともあり, そのような条件下で意思決定者が得られた解に満足できるかどうか, さらに満足度を向上できる解があるかどうかを効率的に探索できることが大切である. これらの問題に対して中山[8],[9],[10]は対話形式で希求水準を変更しながら満足解を求める対話型多目的計画法の1つとして満足化トレードオフ法を提案している. 本システムは中山の満足化トレードオフ法を飼料配合設計に応用したものであり, これと表形式の入力画面を組み合わせることによってさらにヒュー

マンインターフェイスを向上させたものである.

## 2. 対話型多目的計画法

複数の目的がある場合には目的間に競合が生じ, ある目的を改善するためには, 他の目的を犠牲にせざるを得ない場合が多い. このように相競合する目的関数間で, ある目的関数の値を改善すれば他の目的関数の値を犠牲にせざるを得ないというトレードオフの関係にある解の集合(Pareto最適解)から, 意思決定者が目標値(希求水準)を操作しながら合理的に満足解を選択できるようにする手法に対話型多目的計画法がある[11],[12]. 複数の目標値にできるだけ近い実行可能解を求める手法としては目標計画法(GP)があり, これを飼料配合設計や家畜の飼料給与設計に利用することが試みられている[13],[14],[15]が, GPは, 目標水準がゆるい場合には, Pareto最適性が必ずしも保証されないことや, 重みづけと得られる解の間に直接的な関係がないためにトレードオフ分析を効率的に行なうことができない点でヒューマンインターフェイスが優れているとは言い難い. このような欠点を補う対話型多目的計画法の1つとして満足化トレードオフ法が考案された[8].

## 3. 満足化トレードオフ法

$$f_i(x) \rightarrow \text{Max}_{x \in X} (i=1, 2, \dots, r)$$

に対する満足化トレードオフ法の手順は次のとおりである.

### Step 1. (希求水準の範囲の設定)

各目的関数をそれぞれ単独で最大化して, 希求水準の上限値 $f^*$ とする. 下限値 $f_*$ は手入力で適当な値を与えてもよいが,

$$x_i^* = \arg \text{Max}_{x \in X} f_i(x)$$

とするとき,

$$f_{i*} = \text{Min}_{1 \leq j \leq r} f_i(x_j^*)$$

で与えてもよい.

### Step 2. (希求水準の設定)

なかやま ひろたか 甲南大学理学部  
みつたに かつのすけ 広島大学生物生産学部  
よしだ ふとし 松下電工インフォメーションシステム  
センター

各目的に対する希求水準  $\bar{f}_i^k$  ( $i=1, \dots, r$ ) を意思決定者に尋ねる。最初は  $k=1$  とする。

**Step 3. (Min-Max 解)**

$$W_i = \frac{1}{f_i^* - f_{i*}}$$

として次の補助問題を解く。

**【問題A P】**

$$z + \alpha \sum_{i=1}^r W_i (\bar{f}_i^k - f_i(x)) \rightarrow \text{Min}$$

subject to

$$W_i (\bar{f}_i^k - f_i(x)) \leq z, \quad i=1, \dots, r$$

$$x \in X$$

ただし、 $\alpha$  は  $10^{-6}$  を初期値としてある。この解を  $x^k$  とする。

**Step 4. (トレードオフ分析)**

$f(x^k)$  を意思決定者に見せて、もっと改善したいと思う目的がなければ終了する。そうでなければ、改善したいと思う目的に対して新たな希求水準  $\bar{f}_i^{k+1}$  を答えてもらう。改善したい目的関数の添字の集合を  $I_j^k$  とする。他の目的関数に対しては感度解析を用いた自動トレードオフにより新たな希求水準を次式で与える。

$$\bar{f}_j^{k+1} = f_j^{k+1} + \Delta f_j^k \quad j \in I_j^k$$

ここで、 $\Delta f_j^k$  は次のようにして与えられる。

$$\Delta f_j = \bar{f}_j^{k+1} - \bar{f}_j^k \quad j \in I_j^k$$

とし、 $N$  を  $I_j^k$  に属さない目的関数の個数とすれば

$$\Delta f_i = - \frac{\sum_{j \in I_j^k} \lambda_j W_j \Delta f_j}{N \lambda_j W_j} \quad j \in I_j^k$$

ただし、 $\lambda_j$  は問題A Pの  $f_j$  に対する Lagrange 乗数で、 $\lambda_j = 0$  なる  $j$  に対しては  $\Delta f_j = 0$  とする。なお、このような自動トレードオフに不満であればマニュアルで補正入力することもできる。 $k=k+1$  として **Step 3** に戻る。

**【注1】** 希求水準の達成が必須であるとき、この目的関数は制約

$$f_i(x) \geq \bar{f}_i$$

にしなければならない。これは補助問題A Pを解くときにこの  $i$  に対する

$$W_i (\bar{f}_i^k - f_i(x)) \leq z$$

の  $z$  の係数を0にするだけでよい。もっと一般に

$$W_i (\bar{f}_i^k - f_i(x)) \leq \beta_i z$$

として  $\beta_i$  を区間  $[0, 1]$  の適当な値に定めることによって、完全な制約よりは少し目的に近いもの、あるいは完全な目的よりは少し制約に近いもの等、自由に調整する

ことができる。

**4. 機能の概要**

本システムは NECPC9800 シリーズで稼働するが、演算速度の点で CPU は 386 以上、数値演算コプロセッサを搭載していることが望ましい。

本システムの開発環境は次のとおりである。

開発機種	PC9801/RX
OS	MS-DOS (Ver. 3.3)
メモリサイズ	640KB
ソース言語	C (Quick C)

また、本システムで満足解を得るまでの操作の概要は次のとおりである。

**1) メニュー選択**

起動時のメニュー画面から、

- ① ファイルからのデータ読み込み
- ② 新規データの作成
- ③ .DAT 以外のデータ読み込み
- ④ ファイル削除
- ⑤ 終了

のいずれかを選択する。①のファイルは本システムで作成した既存のものであり、ファイル名の拡張子は DAT である。③の .DAT 以外のデータとは、Lotus 1-2-3 や SBAR などで作成された可変長のカンマ区切りのテキストファイルで拡張子が DAT 以外のものをさす。

**2) 希求水準の入力**

データ読み込みが完了し解析を開始すると、まず各目的関数を単独で最適化した場合の理想点(上限)と最悪点(下限)が表示されるので、この画面で各目的関数の希求水準  $\bar{f}_i$  を入力する。ここで、目的関数が最大化または最小化ではなく、適当なある値程度にしたいというターゲットの目的に対しては、その希求水準  $\bar{f}_i$  に対する許容範囲  $\epsilon$  を入力する。この許容範囲は  $\epsilon=0$  に設置してもよい。このように目的関数  $f_i(x)$  をターゲット化する場合は、 $f_i(x) \rightarrow \text{Max}$  と  $f_i(x) \rightarrow \text{Min}$  の2つを同時に考慮することによって処理するが、 $f_i(x) \rightarrow \text{Max}$  に対しては理想点は  $f_i^* = \bar{f}_i$ 、最悪点は  $f_{i*} = \bar{f}_i - \epsilon$ 、希求水準は  $\bar{f}_i - \epsilon$  とし、 $f_i(x) \rightarrow \text{Min}$  に対しては理想点は  $f_i^* = \bar{f}_i$ 、最悪点は  $f_{i*} = \bar{f}_i + \epsilon$ 、希求水準は  $\bar{f}_i + \epsilon$  とする。このことによって、適当なある値程度にしたいというファジィな問題を処理することができる。

**3) Pareto 解の表示**

希求水準の入力が完了し、OK をクリックすると計算

		解	感度	上限値	下限値	飼料価格	粗繊維 kg	原料	蛋白質 kg	カロリー-Mcal	配合計 kg
制約 上下 目的 / 上限 / 下限 / 許容 / 範囲 / 標準 / 範囲 / 旧 Pareto / 新 Pareto MAX MIN Weight	目的-MIN	---	---	---	---	5400.000	22.300	100.000	46.100	362.000	100.000
	目的-MAX	---	---	---	---	3461.044	8.161	13.000	11.500	315.000	---
	目的-TAR	---	---	---	---	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	---
	目的-TAR	---	---	---	---	3500.000	8.000	13.000	11.500	315.000	---
	目的-TAR	---	---	---	---	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	目的-TAR	---	---	---	---	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	目的-TAR	---	---	---	---	3461.044	8.161	14.279	11.333	314.611	100.000
	目的-TAR	---	---	---	---	0.323	100.000	0.000	19.989	12.792	100.000
	目的-TAR	---	---	---	---	1.000	1.000	0.000	7.621	0.000	0.000
	目的-TAR	---	---	---	---	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	---
トウモロコシ	41.946	0.000	---	0.000	31.000	0.021	0.000	0.069	3.510	1.000	
大豆かす	3.851	0.000	---	0.000	54.000	0.036	0.000	0.461	3.380	1.000	
米スカ(生)	14.279	0.000	---	0.000	30.000	0.072	1.000	0.108	3.620	1.000	
フスマ	20.514	0.000	---	0.000	27.000	0.087	0.000	0.120	2.810	1.000	
ハイキューブ	19.411	0.000	---	0.000	50.000	0.223	0.000	0.137	2.320	1.000	

図 1 本システムの実例 (画面設計はこの出力例と同じである)

を開始し、設定した条件に最も近い Pareto 解が表示される(図 1)。この解に満足であれば終了する。

#### 4) トレードオフ分析

上の解に不満であれば、希求水準の変更を行なう。この場合、希求水準の改善を行なわなかった目的関数については、感度分析による自動トレードオフによって緩和量を自動的に割り付けるので、意思決定者の労力は大幅に軽減できる。また希求水準の変更では満足な解が得られない場合は、目的と制約を入れ替えるかあるいは重みづけによって目的と制約の中間的な取扱等を設定する。必要な変更が完了し、OKをクリックすると計算を開始し、変更した条件に最も近い Pareto 解が表示される。満足解が得られるまでトレードオフ分析を繰り返す。

#### 5) ヒストリー機能

満足解を得る過程で、もとに戻って希求水準等の設定をやり直したい場合が生じることは多い。本システムでは対話的に行なってきた計算経過を棒グラフによって見ることができる。また各段階の数値データを呼び出すことや、途中の段階から計算を再出発することもできる。

表 1 飼料成分表

原 料	蛋白質 g/kg	カロリー Mcal/kg	粗繊維 g/kg	価格 円/kg
トウモロコシ $X_1$	69	3.51	21	31
大豆かす $X_2$	461	3.38	36	54
米スカ(生) $X_3$	108	3.62	72	30
フスマ $X_4$	120	2.81	87	27
ハイキューブ $X_5$	137	2.32	223	50

## 5. 本システムの活用例

ここで本システムの簡単な活用例を紹介しよう。表 1 に示した 5 種類の飼料原料を使用して 100kg の配合飼料を生産するものとする。このとき蛋白質は  $11.5 \pm 0.5$  kg、カロリーは  $315 \pm 3$  Mcal、原料  $X_3$  は  $13 \pm 2$  kg の範囲にしたい。粗繊維はできるだけ多い方がよいが、少なくとも 8 kg 以上は含ませたい。また、価格は安い方がよいが、できれば 3500 円以下に押さえたいものとする。この場合には、配合量を 100kg とすることが制約条件となるが、他の項目は目的となる。蛋白質、カロリーおよび原料  $X_3$  は目的のターゲット (目的-TAR) を選択する。それぞれ 11.5、315 および 13 を希求水準とし、許容範囲は 0.5、3 および 2 とする。粗繊維は最大化とし、価格は最小化として、それぞれの希求水準は 8 および 3500 とする。解は図 1 に示したように、蛋白質は 11.3 kg、カロリーは 314.6 Mcal、原料  $X_3$  は 14.3 kg、粗繊維は 8.2 kg、価格は 3461 円となる。本問題は伝統的 LP のように、蛋白質、カロリーおよび原料  $X_3$  の上限と下限の幅をそれぞれ 11~12、312~318 および 11~15 と設定した制約条件とし、粗繊維についても下限を 8 とし価格最小問題として解くこともできる。しかし、多目的計画のモデルの方が意思決定者の問題提起を素直に表現しているといえるし、伝統的 LP では制約が激しすぎると実行不可能になる場合が生じるが、多目的計画法を用いると、どのような場合でもできる限り希求水準に近い解を知ることができ、さらに全体のトレードオフ関係を容易に見ることができる。また、必要に応じて目的と制約は入れ替えることができるので、本手法は解を見ながらモデル修正が容易に行なえるというメリットをもっている。

## 6. 本システムの特徴

このソフトウェアの特徴は、モデルの柔軟性とソフトウェアの操作性の両面においてヒューマンインターフェイスを向上させ、意思決定者が違和感なく多目的計画法を利用できるようにすることを重視していることにある。ことにモデルの構築にあたっては、1)目的と制約の設定が簡易に行なえること、2)適当なある値程度にしたというフェジィな問題を処理できること、3)目的と制約の入れ替え、または重みづけによって両者の中間的な取扱いができること、4)解の改善のために、希求水準と感度解析を利用した自動トレードオフを併用できることなどが特徴である。飼料配合の場合には、ある解が得られてから、次の改善案が得られるまでに2分以上も時間間隔が開くと、飼料配合設計の作業に対する集中力が失われ、OR手法をツールとして使いこなしている実感が損われる場合が多い。OR手法が意思決定に容易に活用されるためには、意思決定者の意図に柔軟に対応できるモデルの構築が必要であると同時に、満足解を得るまでの手順や操作が簡易であり、意思決定に集中できるようなツールでなければならない。本システムでは同一画面で表形式でデータを入力できるので、操作は単純であり迅速にモデル変更ができるだけでなく、全体を見通した配合設計が可能である。また、S B A Rなどの他の表集計ソフトで作成されている飼料成分表を可変長のテキストファイルの形式で利用することもできるので、これを利用すれば配合原料のデータ入力の煩雑さから解放される。さらに、データファイルの目的、制約および変数の追加や削除は容易であるので、あらかじめ標準モデルをデータファイルに登録して提供すれば、モデルの作成の時間は大幅に節約できる。このソフトウェアは飼料配合設計を支援する目的で開発されたものであるが、表形式でモデルを表現することに馴染めば、多くの領域の人たちが容易に多目的線形計画を利用できる点で応用範囲の広いソフトウェアである。このソフトウェアに多くの部門の基本モデルを準備しておくことで、ORの教育と実践に役立てば幸いである。

### 参 考 文 献

- [1] Waugh, F. V.: The minimum-cost dairy feed. *J. Farm Econ.*, Vol.33 (1951), 299—310.
- [2] Dent, J. B. & Casey, H.: Linear programming and animal nutrition. Crosby Lock-

wood, London, 1967.

- [3] Yoshida, S.: Linear programs for least-cost hog rations on Oahu, Hawaii. *Sci. Bull., College of Agr., Univ. of the Ryukyus*, Vol. 17 (1970), 329—410.
- [4] Black, J. R. & Hlubik, J.: Basic of computerized linear programs for ration formulation. *J. Dairy Sci.*, Vol.63 (1980), 1366—1378.
- [5] 吉田実: 飼料設計のための線形計画法. 養賢堂, 東京, (1986).
- [6] 権藤元: 表集計ソフトの活用事例. 日本OR学会 秋季研究発表会アブストラクト集 (1987), 28—29.
- [7] 三谷克之輔: 肉牛農家とOR, オペレーションズ・リサーチ, Vol.34, No. 7 (1989), 368—371.
- [8] 中山弘隆: 多目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案. 計測自動制御学会論文集. Vol.20, No. 1 (1984), 29—35.
- [9] 中山弘隆: 対話型多目的計画法とその応用. オペレーションズ・リサーチ, Vol.36, No.9 (1991), 435—439.
- [10] Nakayama, H.: Trade-off analysis using parametric optimization techniques. *E. J. Oper. Res.*, Vol.60 (1992), 87—98.
- [11] 榎木義一, 中山弘隆: 多目的決定の動向と展望. システムと制御, Vol.28, No.11 (1984), 619—627.
- [12] 中山弘隆: 多目的意志決定—理論と応用—V—対話型計画法— システムと制御, Vol.31, No. 2 (1987), 121—128.
- [13] Rehman, T. & Romero, C.: Multiple-Criteria Decision Making Techniques and Their Role in Livestock Ration Formulation. *Agric. Systems*. Vol.15, No.1 (1984), 23—49.
- [14] 井上直人ら: 乳牛の最小費用飼料給与設計のための目標計画モデルの検討. 長野県畜試報告 Vol.20 (1985), 1—13.
- [15] Rehman, T. & Romero, C.: Goal Programming with Penalty Functions and Livestock Ration Formulation. *Agric. Systems*. Vol.23, No. 2 (1987), 117—132.