論文・研究レポート

区間AHPを用いるDEAの改良型領域限定法

小沢 知裕，山口 俊和，福川 忠昭

1. はじめに

DEA(Data Envelopment Analysis)[1],[2],[3],[13]は多入力多出力システムの相対的な効率を判定する手法である．この手法を適用すると，分析の評価対象(DMU：decision making unit)の相対的な効率が判明し，効率的でない場合には改善方法についての示唆が得られる．

ＤＥＡでは，評価対象ごとの分数計画問題（実際に解く場合には線形計画問題）において，入出力項目の最適ウェイトを決定し，評価対象が効率的かどうかの判定を行なう．入力項目間相互および出力項目間相互の重要性の関係を分析することなく，客観的な効率分析が行なえるという長所がある反面，入出力のウェイトに制限がないため，分析者にとって許容できない非現実的なウェイト付けが行なわれる可能性がある．たとえば，ある項目の最適ウェイトが極端に小さいという解のもとで評価対象が効率的になるという場合が生じることがあるが，これではその項目を初めから無視しているのと同じになってしまう．そこで，入出力項目のウェイトの下限と上限とを限定する形で先験的な情報を組み入れた“領域限定法”が開発されている[10],[11]．

領域限定法では，特定の１つの項目を基準にして，それ以外のすべての項目との比較を行なうことによってウェイトの比の上下限を設定するという方法を採用しているが，項目数が３以上の場合に，基準とする項目以外の項目同士のウェイトの比が正確に表現できないという問題点がある．また，その点を解決したとしても，上下限値の妥当性が問題となり，現在のところ，実用的なウェイトの限定方法は提案されていない．

本稿では，まずＤＥＡにおけるウェイトの役割を，入出力項目間の相対的な評価と，最良の効率が１になるような基準化の２つに分解し，改良型領域限定法の定式化を行なう．次に，入力の各項目および出力の各項目をそれぞれすべて一対比較し，評価値を区間で与えた一対比較行列[9]を作成し，ＡＨＰ[8],[12]のウェイト計算法によって改良型領域限定法のウェイトの上下限を求める方法を提案する．なお，各入出力項目のデータはすべて既知であり，各入出力値の上下限幅も既知であるとした上での一対比較判断なので，各入出力値の範囲内で２つの項目間の代替性を区間値で答えてもらうことは比較的容易であると考えられる．本稿で提案する方法は，比較的簡便な計算によってウェイトの上下限値が算出できる実用的な方法なので，実際問題への適用が容易になるものと期待できる．

おざわ　ともひろ　ソニー㈱
やまぐち　としかず　東京理科大学
ふくかわ　ただあき　慶応義塾大学

受理　93. 3. 25　再受理　93. 6. 8

2. ＤＥＡの領域限定法

n 個の DMU を考え，j 番目の DMU を DMU_j で表わし，記号を以下のように定義する．

X_{ij}：DMU_j の入力 i の値
　$(i=1,2,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots,n)$
Y_{rj}：DMU_j の出力 r の値
　$(r=1,2,\cdots,k;\ j=1,2,\cdots,n)$
v_i　：入力 i にかかるウェイト（変数）
　$(i=1,2,\cdots,m)$
u_r　：出力 r にかかるウェイト（変数）
　$(r=1,2,\cdots,k)$

n 個の DMU の中で分析の対象となる特定の DMU を $j=a$ とし，DMU_a について次のような分数計画問題を考える．

$$\text{最大化}\quad h_a=\sum_{r=1}^{k} Y_{ra}u_r\Big/\sum_{i=1}^{m} X_{ia}v_i \tag{1}$$

制約条件

$$\sum_{r=1}^{k} Y_{rj}u_r\Big/\sum_{i=1}^{m} X_{ij}v_i \leqq 1$$
$$(j=1,2,\cdots,n) \quad (2.a)$$
$$u_r \geqq 0\ (r=1,2,\cdots,k) \quad (2.b)$$
$$v_i \geqq 0\ (i=1,2,\cdots,m) \quad (2.c)$$

上記の問題を出力を最大化する線形計画問題に変換すると次のようになる．

最大化　$\xi_a=\sum_{r=1}^{k} Y_{ra}u_r$　(3)

制約条件　$\sum_{i=1}^{m} X_{ia}v_i=1$　(4.a)

$$\sum_{r=1}^{k} Y_{rj}u_r-\sum_{i=1}^{m} X_{ij}v_i\leqq 0 \quad (j=1,2,\cdots,n) \quad (4.b)$$

$$u_r\geqq 0 \quad (r=1,2,\cdots,k) \quad (4.c)$$

$$v_i\geqq 0 \quad (i=1,2,\cdots,m) \quad (4.d)$$

この問題の最適解をu_r^* ($r=1,2,\cdots,k$), v_i^* ($i=1,2,\cdots,m$), 最適目的関数値をξ_a^*とすると，$\xi_a^*=1$で，かつすべてのr, iについて，$u_r^*>0$, $v_i^*>0$であるような解が存在するならば，DMU_aはD効率的であり，そうでなければD非効率的である．なお実際には，この問題の双対問題を解いて，最適目的関数値が1で入力や出力のスラックがなければD効率的，スラックがあればD非効率的と判断した方がよい[14]．

領域限定法ではある特定の入力項目，それを仮に1番目とすると，その1番目の入力項目のウェイトv_1を基準にして次式で各入力のウェイトの範囲を限定している．

$$\alpha_i^L v_1\leqq v_i\leqq \alpha_i^U v_1 \quad (i=2,3,\cdots,m) \quad (5)$$

また出力も同様にある特定の出力項目，それを仮に1番目とすると，1番目の出力項目のウェイトu_1を基準にして次式で各出力のウェイトの範囲を限定する．

$$\beta_r^L u_1\leqq u_r\leqq \beta_r^U u_1 \quad (r=2,3,\cdots,k) \quad (6)$$

ここで，α_i^Lとα_i^Uは入力1を基準にした各入力ウェイトの比v_i/v_1($i=2,3,\cdots,m$)の上限と下限を表わし，β_r^Lとβ_r^Uは出力1を基準にした各出力ウェイトの比u_r/u_1($r=2,3,\cdots,k$)の上限と下限を表わしている．領域限定法のモデルは，上述の(3), (4.a), (4.b)式に加えて，領域を限定する入出力項目に関して(4.c), (4.d)式を(5)(6)式で置き換えたものになる．

3.　改良型領域限定法

領域限定法では，基準にする項目を1つ決め，それと残りのすべての項目との比較を行なうため，基準とする項目を含まない項目間の比較は，間接的な比較によって，本来の上下限の幅よりも上限が大きく，下限が小さいような表現になってしまう．これは，項目数が3以上の場合に生じる問題点である．

たとえば意思決定者が項目1のウェイトの範囲を2～4，項目2のそれを1～2，項目3のそれを8～12のように考えているものとする．このとき項目2，3の上限値を項目1の下限値で除して下限値とし，項目2，3の下限値を項目1の上限値で除して下限値とすると，項目2のウェイトの範囲は0.25～1，項目3のウェイトの範囲は2～6になる．ここで各項目に1，0.25，6というウェイトをつけると，計算したウェイトの範囲におさまるが，たとえばこれらをそれぞれ4倍して4，1，24とすると，意思決定者の考えている範囲を越えてしまう．そこでこのような問題点を解決するために，意思決定者のもっている情報を直接的に表現する方法を考える．

DEAにおける入出力項目にかかるウェイトu_r, v_iの役割を次の2つに分けて考察することにする．

① 項目間（入力項目間あるいは出力項目間）の相対的な評価

② 最良のD効率値が1になるような基準化

ここで，w_i：入力iの相対的評価値 ($i=1,2,\cdots,m$)

η：入力項目全体にかかる基準化のための係数

z_r：出力rの相対的評価値 ($r=1,2,\cdots,k$)

θ：出力項目全体にかかる基準化のための係数

とすると，u_r, v_iはそれぞれ次のような2つの変数の積として表わすことができる．

$$u_r=\theta z_r \quad (r=1,2,\cdots,k) \quad (7)$$

$$v_i=\eta w_i \quad (i=1,2,\cdots,m) \quad (8)$$

z_rとw_iにそれぞれ上下限値を与えて，次式のように制約することによって，特定の項目と比較することなしに，項目間の相対的な制約ができることになる．

$$Z_r^L\leqq z_r\leqq Z_r^U \quad (r=1,2,\cdots,k) \quad (9)$$

$$W_i^L\leqq w_i\leqq W_i^U \quad (i=1,2,\cdots,m) \quad (10)$$

(3), (4.a), (4.b), (4.c), (4.d)式の問題をもとに，(7)～(10)式の関係を考慮して，次のような定式化を行なう．

最大化　$\xi_a=\sum_{r=1}^{k} Y_{ra}\theta z_r$　(11)

制約条件　$\sum_{i=1}^{m} X_{ia}\eta w_i=1$　(12.a)

$$\sum_{r=1}^{k} Y_{rj}\theta z_r-\sum_{i=1}^{m} X_{ij}\eta w_i\leqq 0 \quad (j=1,2,\cdots,n) \quad (12.b)$$

$$\theta z_r\geqq 0 \quad (r=1,2,\cdots,k) \quad (12.c)$$

$$\eta w_i\geqq 0 \quad (i=1,2,\cdots,m) \quad (12.d)$$

$$Z_r^L\leqq z_r\leqq Z_r^U \quad (r=1,2,\cdots,k) \quad (12.e)$$

$$W_i^L\leqq w_i\leqq W_i^U \quad (i=1,2,\cdots,m) \quad (12.f)$$

$$\theta\geqq 0 \quad (12.g)$$

$$\eta\geqq 0 \quad (12.h)$$

この問題は非線形計画問題になっているが，(7)式と(8)式の関係を利用して，次のような線形計画問題に変換することができる．

最大化　$\xi_a=\sum_{r=1}^{k} Y_{ra}u_r$　(13)

$$\text{制約条件}\quad \sum_{i=1}^{m} X_{ia}v_i=1 \tag{14.a}$$

$$\sum_{r=1}^{k} Y_{rj}u_r-\sum_{i=1}^{m} X_{ij}v_i\leqq 0$$

$$(j=1,2,\cdots,n) \tag{14.b}$$

$$u_r\geqq 0 \quad (r=1,2,\cdots,k) \tag{14.c}$$

$$v_i\geqq 0 \quad (i=1,2,\cdots,m) \tag{14.d}$$

$$\theta Z_r{}^L\leqq u_r\leqq \theta Z_r{}^U \quad (r=1,2,\cdots,k) \tag{14.e}$$

$$\eta W_i{}^L\leqq v_i\leqq \eta W_i{}^U \quad (i=1,2,\cdots,m) \tag{14.f}$$

$$\theta\geqq 0 \tag{14.g}$$

$$\eta\geqq 0 \tag{14.h}$$

これは(3)，(4.a)，～(4.d)式に，(14.e)，(14.f)式を追加した形になっている．これを改良型領域限定法と呼ぶことにする．

(11)，(12.a)～(12.h)式の問題の最適解を $z_r{}^*$，$w_i{}^*$，θ^*，η^*，最適目的関数値を $\xi_a{}^*$ とし，θ，η がどのような基準化を行なっているかを考察する．(12.a)式に最適解を代入し，

$$\eta_a{}^*=1\Big/\sum_{i=1}^{m} X_{ia}w_i{}^* \tag{15}$$

を定義する．これは，相対的に最も有利なウェイト付けをしたときの DMU_a の入力に関する絶対的な効率値である．また，(11)式に最適解を代入し，

$$\xi_a{}^*/\theta_a{}^*=\sum_{r=1}^{k} Y_{ra}z_r{}^* \tag{16}$$

を定義する．これは，相対的に最も有利なウェイト付けをしたときの DMU_a の出力に関する絶対的な効率値である．したがって，相対的に最も有利なウェイト付けをしたときの DMU_a の絶対的な効率値を次のように表わすことができる．

$$g_a{}^*=\xi_a{}^*\eta_a{}^*/\theta_a{}^*$$

$$=\sum_{r=1}^{k} Y_{ra}z_r{}^*\Big/\sum_{i=1}^{m} X_{ia}w_i{}^* \tag{17}$$

上式を変形すると，

$$\xi_a{}^*=(\theta_a{}^*/\eta_a{}^*)\,g_a{}^* \tag{18}$$

となる．すなわち，$Z_r{}^L\leqq z_r\leqq Z_r{}^U$ および $W_i{}^L\leqq w_i\leqq W_i{}^U$ の範囲内のウェイト $z_r{}^*$，$w_i{}^*$ を用いることによって得られた絶対的効率値 $g_a{}^*$ に，基準化のための数値 $\theta_a{}^*/\eta_a{}^*$ を乗ずることによってD効率値 $\xi_a{}^*$ が求められていることがわかる．

4. 区間ＡＨＰを用いる改良型領域限定法

効率分析に改良型領域限定法を適用する場合，$W_i{}^L$，$W_i{}^U$，$Z_r{}^L$，$Z_r{}^U$ の値を実際にどのように与えるかという問題がある．本稿では，入力項目間および出力項目間について，それぞれ一対比較を行ない，一対比較値を区間で与え，ＡＨＰのウェイト計算法によって各入力項目，各出力項目のウェイトを区間として算出する．区間判断を許すＡＨＰは Saaty 他[9]によって示されており，これを「区間ＡＨＰ」と呼ぶことにする．このようにして得られたウェイトの区間にもとづいて，$W_i{}^L$，$W_i{}^U$，$Z_r{}^L$，$Z_r{}^U$ の値を決定する方法を提案する．

ＡＨＰは階層的な構造をもつ意思決定問題において，複数の評価基準のもとで，代替案の総合的な重要度を算出して，順位付けをすることを目的とした手法である．複数の要素（評価基準や代替案に相当する）各ウェイトを直接的に与えるものではなく，一対比較行列をもとに２つの要素間の直接的な比較に，他の要素を介在した間接的な比較の情報を取り入れた計算を行なうことによって，合理的なウェイトを得ることができる．

区間ＡＨＰによって $W_i{}^L$，$W_i{}^U$，$Z_r{}^L$，$Z_r{}^U$ を求める手順を以下に示す．

〈ステップ１〉(区間一対比較行列の作成)

各入力データの上下限幅とその単位を考慮して，入力の各項目をそれぞれ一対比較し，評価値を区間で与えた区間一対比較行列を作成する．実際には，一対比較行列の上三角部分に対応する一対比較のみに区間判断を求める．下三角部分には逆数対角行列の性質をもたせる．入力 p と入力 q に関する一対比較値 $\tilde{a}_{pq}$ を $a_{pq}{}^L$ から $a_{pq}{}^U$ という区間で与え，これを以下のように表わす．

$$\tilde{a}_{pq}=[a_{pq}{}^L,\ a_{pq}{}^U]\quad (p,q=1,2,\ldots,m;\ p\neq q) \tag{19}$$

入力項目に関する区間一対比較行列は以下の様になる．

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix} [a_{11}{}^L,a_{11}{}^U] & [a_{12}{}^L,a_{12}{}^U]\cdots & [a_{1m}{}^L,a_{1m}{}^U] \\ [a_{21}{}^L,a_{21}{}^U] & [a_{22}{}^L,a_{22}{}^U]\cdots & [a_{2m}{}^L,a_{2m}{}^U] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ [a_{m1}{}^L,a_{m1}{}^U] & [a_{m2}{}^L,a_{m2}{}^U]\cdots & [a_{mm}{}^L,a_{mm}{}^U] \end{pmatrix} \tag{20}$$

この行列の主対角要素は

$$\tilde{a}_{pp}=[1,\ 1]\quad (p=1,2,\cdots,m)$$

であり，(7)式と対称になる要素は

$$\tilde{a}_{pq}=[1/a_{pq}{}^U,\ 1/a_{pq}{}^L]\quad (p,q=1,2,\cdots,m;\ p\neq q)$$

とする．

同様に各出力データの上下限幅とその単位を考慮して出力の各項目をそれぞれ一対比較し，その評価値を区間で与えることにより区間一対比較を作成する．出力 s と出力に関する一対比較値 $\tilde{b}_{st}$ を $b_{st}{}^L$ から $b_{st}{}^U$ という区間で与え，これを以下のように表わす．

$$\tilde{b}_{st}=[b_{st}{}^L,b_{st}{}^U]\quad (s,t=1,2,\cdots,k;\ s\neq t) \tag{21}$$

出力項目に関する区間一対比較行列は以下の様になる．

$$\tilde{B}=\begin{pmatrix}[b_{11}{}^L, b_{11}{}^U] & [b_{12}{}^L, b_{12}{}^U]\cdots[b_{1k}{}^L, b_{1k}{}^U]\\ [b_{21}{}^L, b_{21}{}^U] & [b_{22}{}^L, b_{22}{}^U]\cdots[b_{2k}{}^L, b_{2k}{}^U]\\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots\\ [b_{k1}{}^L, b_{k1}{}^U] & [b_{k2}{}^L, b_{k2}{}^U]\cdots[b_{kk}{}^L, b_{kk}{}^U]\end{pmatrix} \tag{22}$$

この行列の主対角要素は

$\tilde{b}_{ss}=[1,\ 1]\ (s=1,2,\ldots,k)$

であり，(8)式と対称になる要素は

$\tilde{b}_{ts}=[1/b_{st}{}^U,\ 1/b_{st}{}^L]\ (s,t=1,2,\cdots,k;s\neq t)$

とする．

〈ステップ2〉(区間ウェイトの算出)

幾何平均法を用いて，入力に関する区間一対比較行列 $\tilde{A}$ から各入力のウェイト $\tilde{w}_i\ (i=1,2,\cdots,m)$ を次式のような区間として計算する．

$$\tilde{w}_i=[w_i{}^L, w_i{}^U] =\left[\frac{(\prod_{q=1}{}^m a_{iq}{}^L)^{1/m}}{\sum_{p=1}{}^m(\prod_{q=1}{}^m a_{pq}{}^U)^{1/m}},\ \frac{(\prod_{q=1}{}^m a_{iq}{}^U)^{1/m}}{\sum_{p=1}{}^m(\prod_{q=1}{}^m a_{pq}{}^L)^{1/m}}\right] \tag{23}$$

同様に，幾何平均法を用いて，出力に関する区間一対比較行列 $\tilde{B}$ から各出力のウェイト $\tilde{\mu}_r\ (r=1,2,\cdots,k)$ を次式のような区間として計算する．

$$\tilde{\mu}_r=[\mu_r{}^L, \mu_r{}^U] =\left[\frac{(\prod_{t=1}{}^K b_{rt}{}^L)^{1/K}}{\sum_{s=1}{}^K(\prod_{t=1}{}^K b_{st}{}^U)^{1/K}},\ \frac{(\prod_{t=1}{}^K b_{rt}{}^U)^{1/K}}{\sum_{s=1}{}^K(\prod_{t=1}{}^K b_{st}{}^L)^{1/K}}\right] \tag{24}$$

なお，上述のような幾何平均を求めるために，次のような区間演算の定義[6]を用いている．

c を実数とし，区間 $\tilde{d}$，$\tilde{e}$ を，$\tilde{d}=[d^L, d^U]$，$\tilde{e}=[e^L, e^U]$とすると，d^L，d^U，e^L，$e^U\geqq 0$ のとき，区間演算は以下のように定義される．

$$\tilde{d}+\tilde{e}=[d^L+e^L,\ d^U+e^U]$$

$$c\tilde{d}=\begin{cases}[cd^L,\ cd^U] & (c\geqq 0)\\ [cd^U,\ cd^L] & (c<0)\end{cases}$$

$$\tilde{d}\cdot\tilde{e}=[d^Le^L,\ d^Ue^U]$$

$$\tilde{d}/\tilde{e}=[d^L/e^U,\ d^U/e^L]$$

ところで，(23)式の分母は i の値にかかわらず一定であり，実際に利用するのは，後述のステップで示すように，$i=2, 3,\cdots,m$ の各ウェイトと $i=1$ のウェイトの比であるので，分母を省略して次式のように書き直す．

$$\tilde{w}_i=[w_i{}^L,\ w_i{}^U] =[(\textstyle\prod_{q=1}{}^m a_{iq}{}^L)^{1/m},\ (\prod_{q=1}{}^m a_{iq}{}^U)^{1/m}] \tag{25}$$

これによって，演算を繰り返すにしたがって区間の幅が広がるという区間演算の性質による影響を押さえることができる．

同様に，(24)式も分母を省略して，次式の様に書き直す．

$$\tilde{\mu}_r=[\mu_r{}^L,\ \mu_r{}^U] =[(\textstyle\prod_{t=1}{}^K b_{rt}{}^L)^{1/K},\ (\prod_{t=1}{}^K b_{rt}{}^U)^{1/K}] \tag{26}$$

〈ステップ3〉($W_i{}^L$，$W_i{}^U$，$Z_r{}^L$，$Z_r{}^U$ の決定)

各入力のウェイトの区間 $\tilde{w}_i$ の値より，$W_i{}^L$，$W_i{}^U$ を次式によって求める．

$$W_i{}^L=w_i{}^L\ (i=1,2,\cdots,m) \tag{27}$$

$$W_i{}^U=w_i{}^U\ (i=1,2,\cdots,m) \tag{28}$$

また，各出力のウェイトの区間 $\tilde{\mu}_r$ の値より，$Z_r{}^L$，$Z_r{}^U$ を次式によって求める．

$$Z_r{}^L=\mu_r{}^L\ (r=1,2,\cdots,k) \tag{29}$$

$$Z_r{}^U=\mu_r{}^U\ (r=1,2,\cdots,k) \tag{30}$$

このようにして求めた $W_i{}^L$，$W_i{}^U$，$Z_r{}^L$，$Z_r{}^U$ を上述の(14.e)，(14.f)式に代入することによって，改良型領域限定法を適用することができる．

ところで，ＤＥＡでは入出力値ともすべて定量データであるので，ＡＨＰで定性的な要素間の比較に用いられている言語的表現での比較によることなく，入出力データの上下限幅と単位を考慮しながら，項目間の量的な比較を行なうことができる場合が多い．また，本稿において区間ＡＨＰは，すべての代替案の総合的な順位付けのために利用するのではなく，妥当と考えられる入出力項目のウェイトの範囲を算出するために利用するので，ＡＨＰで検討されている整合性について表立って問題にする必要はない．なお，項目間の量的な比較が難しい場合には言語的表現で比較することになる．一般にＡＨＰでは，１～９という線形型一対比較値を用いるが，指数型一対比較値を用いた研究も行なわれている[7]．**表1** に両者の対応を示す．ρ は，「圧倒的に重要」を表わすウェイトの比R を決め，$\rho=\sqrt[8]{R}$より求めた数値である．線形型と指数型の比較は別の研究にゆずるが，後述の数値例では指数型の一対比較値を用いる．

5. 数　値　例

配送センターをＤＭＵとする**表2** のような３入力２出力の問題を考える．ここでは指数型一対比較値を用い，$R=100$とし，$\rho=\sqrt[8]{100}$とする．入力に関する区間一対比較行列を次のように作成する．

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix}[\rho^0,\ \rho^0] & [\rho^{-6},\ \rho^0] & [\rho^{-8},\ \rho^{-4}]\\ [\rho^0,\ \rho^6] & [\rho^0,\ \rho^0] & [\rho^{-2},\ \rho^0]\\ [\rho^4,\ \rho^8] & [\rho^0,\ \rho^2] & [\rho^0,\ \rho^0]\end{pmatrix}$$

$$
=\begin{pmatrix} [1.000,\ 1.000] & [0.032,\ 1.000] & [0.010,\ 0.100] \\ [1.000,\ 31.623] & [1.000,\ 1.000] & [0.316,\ 1.000] \\ [10.000, 100.000] & [1.000, 3.162] & [1.000,\ 1.000] \end{pmatrix}
$$

入力の区間ウェイトを計算すると，$\tilde{w}_1=[0.068, 0.464]$，$\tilde{w}_2=[0.681,\ 3.162]$，$\tilde{w}_3=[2.154,\ 6.813]$となるので，$W_1{}^L=0.068$，$W_1{}^U=0.464$，$W_2{}^L=0.681$，$W_2{}^U=3.162$，$W_3{}^L=2.154$，$W_3{}^U=6.813$とする．出力項目は2つなので，区間AHPを用いることなく，従来の領域限定の方法で，$Z_1{}^L=1.000$，$Z_1{}^U=50.000$，$Z_2{}^L=0.001$，$Z_2{}^U=1.000$とする．

DEA，従来の領域限定法，改良型領域限定法をそれぞれ適用して効率値を計算し，同じく表2に示す．なお，従来の領域限定法での上下限値は，$\alpha_2{}^L=W_2{}^L/W_1{}^U=1.4678$，$\alpha_2{}^U=W_2{}^U/W_1{}^L=46.4158$，$\alpha_3{}^L=W_3{}^L/W_1{}^U=4.6416$，$\alpha_3{}^U=W_3{}^U/W_1{}^L=99.9998$，$\beta_2{}^L=Z_2{}^L$ $Z_1{}^U/=0.0002$，$\beta_2{}^U=Z_2{}^U/Z_1{}^L=1.0000$とした．この表から，$DMU10$と$DMU13$は，改良型領域限定法では$D$非効率的であるが，従来の領域限定法では$D$効率的と判定されてしまうことなどがわかる．

6. おわりに

本稿では，改良型領域限定法の定式化を示し，区間AHPを用いてウェイトの上下限を計算する方法を提案した．この方法は，各項目間の区間判断を行なうことによって，あとは簡便な計算でウェイトの上下限を計算することができる実用的な方法であり，新規出店問題[15]にも適用することができる．

なお，入出力項目の数が多くなると，一対比較の回数が増加し，判断のための負担が増加するという問題が生じるが，これまで報告されているDEAの事例研究では，入出力項目の数はそれほど多くないので問題はない．また，もし多い場合にはすべての一対比較判断を求めないHarker流の対処法[4][5]を考えればよい．

表1 線形型と指数型の一対比較値

	同じくらい重要	少し重要	かなり重要	非常に重要	圧倒的に重要
線形型	1	3	5	7	9
指数型	ρ^0	ρ^2	ρ^4	ρ^6	ρ^8

参考文献

[1] Banker, R. D., A. Charnes and W. W. Cooper : "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis," Manage. Sci., pp.1978—1992, Vol.30, No.9 (1984)

[2] Charnes, A., W.W. Cooper and E.Rhodes: "Measuring the Efficiency of Decision Making Units," European J. Oper. Res., pp.429—444, Vol.2, No.6 (1978)

[3] Charnes, A., W. W. Cooper and E. Rhodes: "Evaluating Program and Managerial Efficiency : An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through," Manage. Sci., pp.668—734, Vol.27, No.6 (1981)

[4] Harker, P. T. : "Alternative Modes of

表2 数値例

DMU	入力項目			出力項目		D 効率値		
	作業員数(十人)	機器台数(台)	作業スペース(百m²)	出荷量(万個)	商品数(百種)	DEA	従来型領域限定法	改良型領域限定法
1	17	4	14	2.1	7.5	0.9563	0.8834	0.7281
2	20	13	6	2.4	9.2	1.0000	1.0000	1.0000
3	9	4	6	1.8	4.0	1.0000	1.0000	1.0000
4	29	18	20	5.5	10.1	0.9330	0.8950	0.8950
5	16	12	28	4.3	12.3	1.0000	0.7288	0.6927
6	6	7	6	1.2	4.7	1.0000	0.7104	0.7104
7	5	15	16	2.8	4.0	1.0000	0.6561	0.6561
8	11	3	4	1.3	5.1	1.0000	1.0000	1.0000
9	27	20	31	4.1	15.2	0.7912	0.5288	0.5288
10	10	3	5	1.4	5.3	1.0000	1.0000	0.9978
11	24	12	18	3.8	9.0	0.7767	0.7268	0.7268
12	6	13	21	2.5	4.4	0.9277	0.4841	0.4841
13	22	4	16	2.7	8.9	1.0000	1.0000	0.8178
14	4	6	10	1.1	3.8	0.9115	0.4652	0.4652
15	38	19	30	5.1	19.0	0.8164	0.6327	0.6327
16	18	21	27	3.1	15.8	1.0000	0.5760	0.5760

Questioning in the Analytic Hierarchy Process," Math. Modeling, pp.353—360, Vol.9, No. 3 — 5 (1987)

[5] Harker, P. T. : "Incomplete Pairwise Comparison in the Analytic Hierarchy Process," Math. Modeling, pp.838—848, Vol.9, No.11 (1987)

[6] 石渕久生, 田中英夫:"区間係数をもつ線形計画問題の定式化とその解析", 日本経営工学会誌, pp.320—329, Vol.40, No.5 (1989)

[7] 増田達也, 中村泰, 夜久生司:"指数型ファジィ一対比較値を用いたAHPの相対的重要度の導出法", 電子情報通信学会論文誌, pp.646—650, Vol. J75—A, No. 3 (1992)

[8] Saaty, T. L. : Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, (1980)

[9] Saaty, T. L, and Vargas, L. G.: "Uncertainty and Rank Order in the Analytic Hierarchy Process", European Journal of Operational Research, pp.107—117, Vol.32 (1987)

[10] 末吉俊幸:"DEAによる効率性分析に関する一考察", オペレーションズ・リサーチ誌, pp.167—173, Vol.35, No.3 (1990)

[11] Thompson, R. G., F. D. Singleton, R. M. Thrall, and B. A. Smith : "Comparative Site Evaluations for Locating a High-Energy Physics Lab in Texas," Interface, pp.35—49, Vol.16, No.6 (1986)

[12] 刀根薫:「ゲーム感覚意思決定法」, 日科技連出版社 (1986)

[13] 刀根薫:"企業体の効率分析手法——DEA入門——(1)~(5)," オペレーションズ・リサーチ誌, pp.800—803, Vol.32, No.12 (1987), pp.45—48, Vol.33, No.1 (1988), pp.95—99, Vol.33, No.2 (1988), pp.150—151, Vol.33, No.3 (1988), pp.191—198, Vol.33, No.4 (1988)

[14] 刀根薫 : "An ε-Free DEA and a New Measure of Efficiency", 1993年度OR学会春季研究発表会アブストラクト集, pp.182—183 (1993)

[15] 山口俊和, 清水康之, 福川忠昭:"DEAモデルにもとづく新規出店問題への多目的計画法の応用", オペレーションズ・リサーチ誌, pp.455—460, Vol.36, No.9 (1991)