

遺伝的アルゴリズムの基礎と応用[IV]

小林 重信, 山村 雅幸

今回は、GAの挙動に関する理論的解析を中心に議論する。また、機械学習とGAの関連にも言及する。

8. GAの挙動解析

GAの枠組みは簡潔であり、実装が容易であることから、さまざまな領域において、GAの応用が試行錯誤的に展開されているのが現状である。

本章では、GAの挙動を説明する手がかりを与える仮説や理論をいくつか紹介する。

8.1 スキーマ定理と building block 仮説

染色体が文字列で表現されている場合、優れた形質の生成に貢献する文字列の集りをパターン化したものをスキーマ (schema) と呼ぶ。たとえば、染色体長を5ビットとすると、スキーマ *1*01 は、文字列 11101, 11001, 01101 および 01001 に照合するパターンを表わす。ここで、*は変数を表わす。スキーマ中の最初の定数と最後の距離をスキーマ H の定義長 (defining length) といい、 $\delta(H)$ で表わす。たとえば、 $\delta(*1*01)=3$ である。スキーマ中の定数の数を次数 (order) といい、 $o(H)$ で表わす。たとえば、

$$o(*1*01)=3$$

である。

t 世代の集団において、スキーマ H を含む個体数を $m(H, t)$ 、 H を含む個体の平均適応度を $f(H)$ 、集団内の全個体の平均適応度を \bar{f} で表わすものとする。

simple GA の枠組みのもとで、選択、交叉、突然変異の操作を順に適用したとき、スキーマ H を含む個体数がどのように変化するかを調べてみよう。simple GA では復元抽出を許すルーレット選択を採用していることから、選択によるスキーマ H を含む個体数の変化の期待値は次式で求まる。

$$m(H, t+1) = m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \quad (1)$$

こばやし しげのぶ, やまむら まさゆき
東京工業大学 大学院総合理工学研究科知能科学専攻
〒227 横浜市緑区長津田4259

次に交叉の影響を考える。交叉確率を p_c とするとき、1点交叉によってスキーマ H が壊される確率は、染色体長を L とするとき、次式で求まる。

$$p_c \frac{\delta(H)}{L-1} \quad (2)$$

同様に、突然変異確率を p_m とするとき、突然変異によって H が壊される確率は、次式で求まる。

$$p_m o(H) \quad (3)$$

(1), (2), (3) より、選択によってその数が変化した後、交叉および突然変異による破壊を免れて生存するスキーマ H を含む個体の数は次式で与えられる。

$$m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \left[1 - p_c \frac{\delta(H)}{L-1} - p_m o(H) \right] \quad (4)$$

(4)式は、 $t+1$ 世代におけるスキーマ H を含む個体数 $m(H, t+1)$ の下限を与えるもので、次のスキーマ定理として要約される [1]。

【スキーマ定理 (schemata theorem)】

$$m(H, t+1) \geq m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \left[1 - p_c \frac{\delta(H)}{L-1} - p_m o(H) \right] \quad (5)$$

スキーマ定理は、現世代から次世代に生き残るスキーマの期待数の下限を与えるもので、選択による増減から1点交叉と突然変異による破壊分を差し引いたものからなる。(5)式において、1点交叉によるスキーマの破壊確率はスキーマの定義長 $\delta(H)$ に比例し、突然変異による破壊確率は次数 $o(H)$ に比例する。

実際には、交叉および突然変異によって、新たにスキーマ H をもつ個体が生成されることを考慮に入れなければならない。

スキーマ定理にもとづく building block 仮説とは、“世代交替を通じて、平均適応度が高く、定義長が短く、かつ次数が低いスキーマ、すなわち building block が生き残り、さらに平均適応度の高い別の building block と組み合わせ、最適解の探索が加速される”ことを主張するものである。

building block 仮説は、一見、もっともらしい説明

を与えているが、論理の展開においていくつかの飛躍がある。スキーマ定理を与える下限の変動と実際の個体数の変動の間には大きな隔たりがあり、場合によっては、無関係であるかもしれない。交叉や突然変異によるスキーマの獲得が同じ操作によるスキーマの破壊を上回る場合も十分考えられる。

筆者らは、building block 仮説における定義長の影響に着目して、短いスキーマがGAの性能向上につながるかどうかを理論的に考察したので、その一部を次節で紹介する。

8.2 遺伝子座交換定理と building block 仮説

building block 仮説の妥当性を明らかにするために、遺伝子座を交換することによって、GAの性能がどのように変化するかを調べることにする。

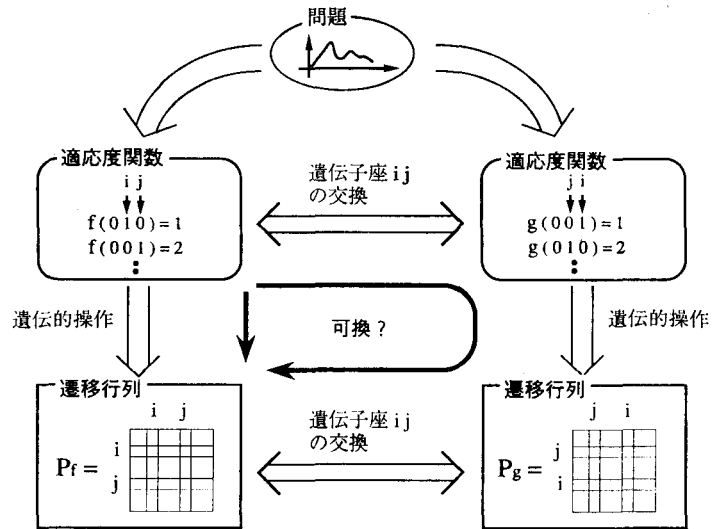
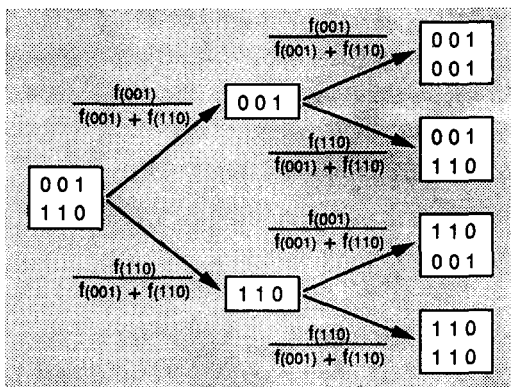
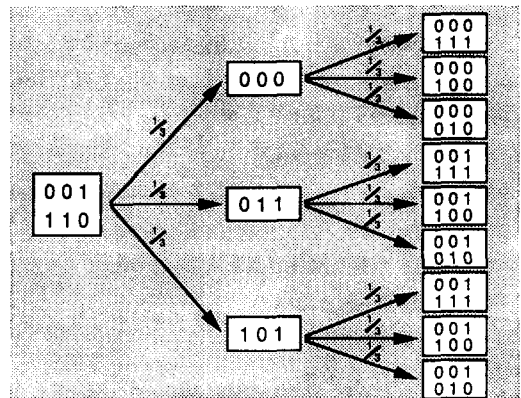


図 1 遺伝子座交換の概念図

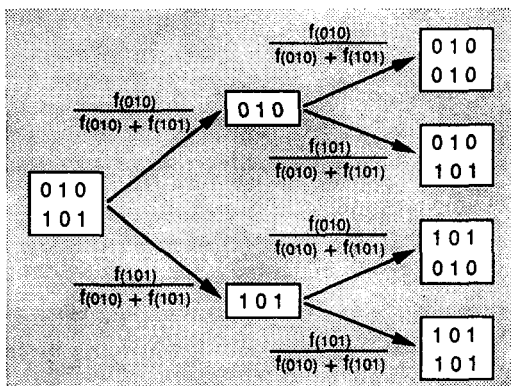
染色体 c に対して、 i 番目の遺伝子座と j 番目の遺伝子座を入れ替えた染色体を遺伝子座 ij 交換形染色体と呼



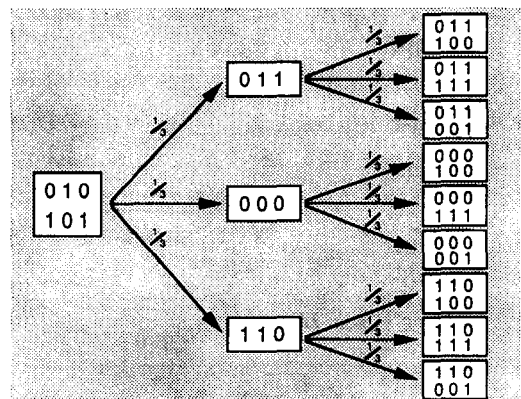
元の形



元の形



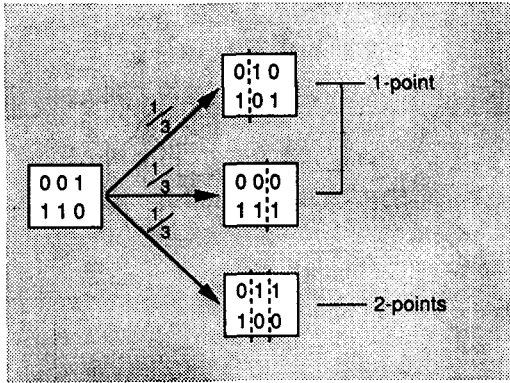
23交換形



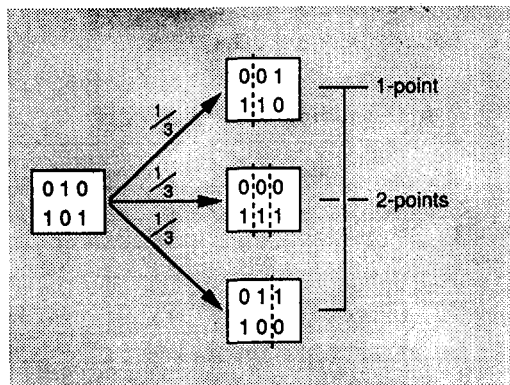
23交換形

図 2 選択の遺伝子座交換不変性

図 3 突然変異の遺伝子座交換不変性



元の形



23交換形

図 4 一様交叉の遺伝子座交換不変性

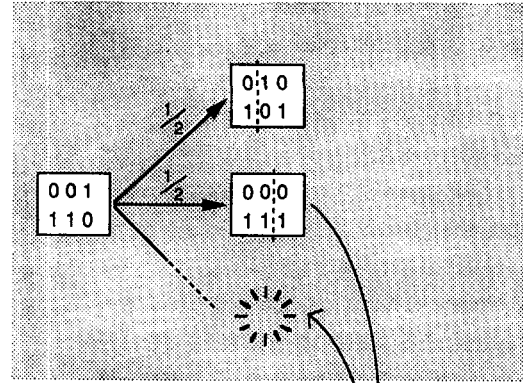
び, c^{ij} で表わす. 集団 P の各個体に対して, 遺伝子座交換を施して得られる集団を 遺伝子座 ij 交換形集団と呼び, P^{ij} で表わす. 適応度関数 f に対して, $f^{ij}(c) = f(c^{ij})$ なる適応度関数 f^{ij} を 遺伝子座 ij 交換形適応度関数と呼ぶ.

図 1 に 遺伝子座交換の概念図を示す. 図 1 において適応度関数 f と g は互いに 遺伝子座 ij 交換形の関係にあるものとし, P_f と P_g はそれぞれの集団に対して, 一連の遺伝的操作を適用した後の状態遷移行列を表わす. P_f と P_g が i 行 j 列を入れ替えたとき一致するならば, すなわち可換であるならば, GA の性能は 遺伝子座の交換に対して不変であることがいえ, したがって GA の性能はスキーマの定義長には依存しないことになる.

遺伝子座の交換について, 次の性質が成り立つ [2].

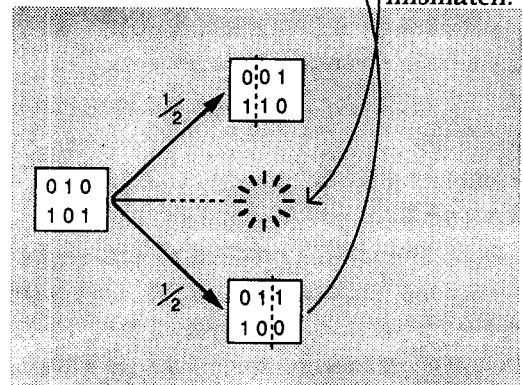
〔遺伝子座交換定理〕

- [1] 選択は 遺伝子座の交換に関して不変である.
- [2] 突然変異は 遺伝子座の交換に関して不変である.



元の形

mismatch!



23交換形

図 5 1点交叉の遺伝子座交換依存性

[3] 交叉が 遺伝子座の交換に関して不変であるための必要十分条件は交叉が一様であることである.

図 2 は, 3 bit-2 個体の場合について, 選択の 遺伝子座交換不変性を 図式的に示している. すなわち, 適応度関数 f^{ij} の下で 集団 P から 選択によってつくられる 樹系図と 適応度関数 f の下で 集団 P^{ij} から 選択によってつくられる 樹系図は 同型であることを示している.

図 3 は, 3 bit-2 個体の場合について, 突然変異が一様に起る限り, 遺伝子座交換の不変性が成立することを示している.

図 4 は, 3 bit-2 個体の場合について, 一様交叉による 樹系図を示しており, 一様交叉は 遺伝子座交換不変性の十分条件であることを 図式的に示している. 交叉が一様でないと, ある集団から始まる 樹系図は他のものと同型でなくなるか, 同型であってもリンクにラベルづけされる確率が異なることが起り得る. いずれの場合も, 遺伝的操作の適用を繰り返せば, 異なった 樹系図が得られることになる. これは 遺伝子座の交換に不変であること

に反する。図5は、3 bit-2個体の場合について、1点交叉の場合の樹系図を示している。この例のように、非一様交叉では遺伝子座の交換によって、遷移する集団が異なることが起こり得る。

以上の議論をまとめれば、遺伝子座の交換の影響は、選択および突然変異ではなく、非一様交叉のみにあると要約される。

simple GAは1点交叉を採用しているので、遺伝子座の交換の影響を受けることになり、したがって、最適な遺伝子座の交換を論じることに意味がある。それでは、building block 仮説が主張するように、高い適応度をもつスキーマの定義長が短くなるように遺伝子座を交換したとき、GAの性能は本当に向上するであろうか。

突然変異の影響を排除するために、選択と交叉だけのGAを考える。

選択と交叉だけのGAの挙動は図6の酔歩モデルによって示される。この図の横軸は、集団中のすべての個体対についての染色体のハミング距離の総和を、縦軸は集団中の種類の数を表わす。交叉によりハミング距離の総和は変化しないことから、交叉による状態遷移はハミング距離一定の空間内の酔歩に相当する。一方、選択は適応度の低い個体を淘汰することにより、集団中の種類を減少させ、次に探索可能な状態空間を縮小するように働く。状態空間の縮小を引き起こす可能性は、集団内の適応度の相対的な分布に依存する。適応度の分布にいちじるしい偏りがあるとき、状態空間の縮退が起こりやすくなる。そのような集団をトラップ (trap) と呼ぶ。図6は交叉による酔歩と選択による状態空間の縮退を繰り返して集団全体が収束していく様子を模式的に示している。

トラップ中に最適な個体が存在するとき、選択により、最適解に収束する可能性は高くなる。最適解の近傍にトラップが存在するとき、最適な個体を含む集団への遷移が妨げられ、GAの性能が悪化する場合が考えられる。

高い適応度をもつスキーマの定義長を短くするような遺伝子座の交換によりGAの性能が悪化する例を示そう。表1に示されるような3 bits 問題の適応度関

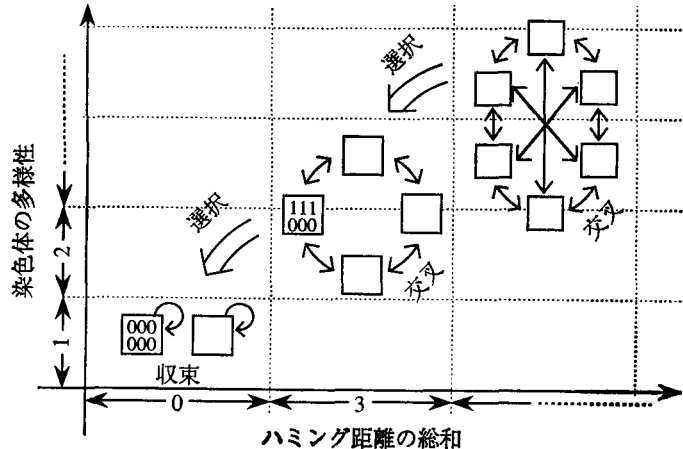


図6 選択と交叉にもとづくGAの挙動

表1 building block 仮説の反例

| chromosome | fitness | | convergence | |
|------------|------------------|-----|-------------|-----------|
| | f | g | $a_f(\%)$ | $a_g(\%)$ |
| 000 | 1.0 | 1.0 | 1.24 | 1.23 |
| 001 | 2.0 | 2.0 | 6.59 | 4.64 |
| 011 | 3.0 | 3.0 | 14.8 | 15.0 |
| 010 | 2.0 | 2.0 | 4.97 | 7.09 |
| 110 | 3.0 | 4.0 | 14.8 | 18.6 |
| 111 | 5.0 | 5.0 | 31.0 | 30.8 |
| 101 | 4.0 | 3.0 | 19.9 | 15.9 |
| 100 | 2.0 | 2.0 | 6.59 | 6.68 |
| | expected fitness | | 3.61 | 3.59 |

数を考える。ここで、 f は000のとき最小値1を取り、111のとき最大値5を取る。 f においてスキーマ1*1は同じ次数のスキーマ*11や11*より高い適応度をもつ。一方、 g は f の遺伝子座23交換形であり、 g ではスキーマ11*は同じ次数のスキーマ*11や1*1より高い適応度をもつ。

building block 仮説によれば、 f におけるスキーマ

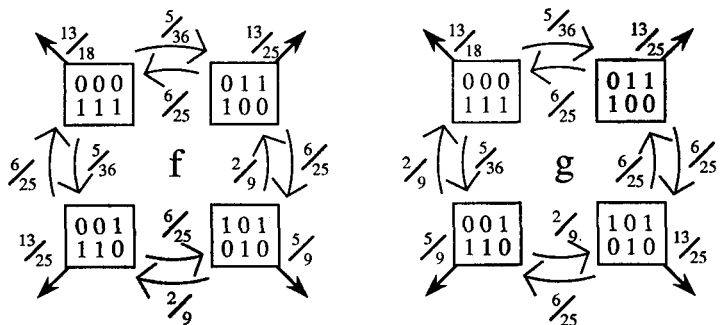


図7 総ハミング距離が3の部分空間における状態遷移図

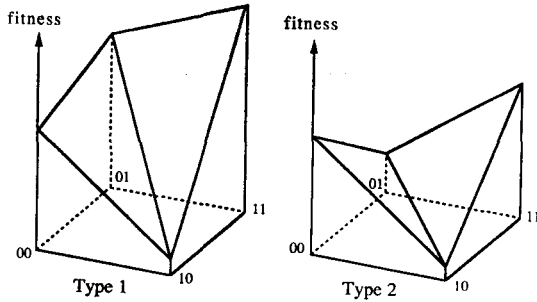


図 8 最小騙し問題

1*1よりも、 g におけるスキーマ11*の方がより多く生き残るはずである。

図7は、2個体の場合について、表1の適応度関数に対する総ハミング距離が3の部分空間における状態遷移図を表わす。適応度関数 f では、最適な個体を含まないトラップは右下の{101, 010}であるのに対し、適応度関数 g では、最適な個体を含まないトラップは左下の{001, 110}である。 g のトラップの方が最適解の近くに存在することから、GAの最適解への収束性能が悪化することが予想される。

実際に、初期分布を一様、交叉確率を1として、各染色体への収束確率および収束時の適応度の期待値を求めた結果が表1に示されている。表1より、最適解への収束確率および収束時の適応度の期待値のいずれもが、 f より g の方が悪くなっており、この例はbuilding block 仮説の反例になっている。

この例より、1点交叉を採用しているsimple GAでは、building block 仮説は必ずしも成立しない。その理由は、性能の悪化に関わるトラップが集団における適応度の相対的な分布によって決まることに求められる。

以上の議論は、building block 仮説が主張する“定義長は短い方がよい”という考えを否定するものであるが、building block という考え方そのものを否定するものではないことに注意されたい。GAの性能を引出すためには、前回までに議論してきたように、問題領域に固有な部分構造をbuilding block として積極的に活かすようなコード化および交叉の創意工夫が必要なることを改めて強調しておきたい。

8.3 最小騙し問題の解析

騙し問題 (deceptive problem) とは、“GAをだます問題”という比喩的な定義が、従来、使われており、“最適解に至ることを妨げる問題”と言い替えられて使われている。

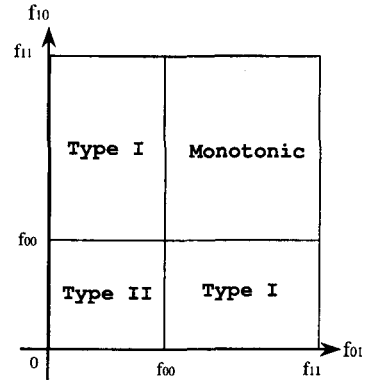


図 9 最小騙し問題

騙し問題の中で最も小さな問題は、2 bit からなる最小騙し問題 (minimum deceptive problem) と呼ばれ [1], 図8に示すように、type I と type II の2通りが存在する。11は適応度が最大の点、00は最小の点であり、type I では10または01のどちらかが00より大きい適応度をもつ。type II では00は10と01の両方より大きい適応度をもつ。

図9は横軸に01の適応度、縦軸に10の適応度を取り、00の適応度をパラメータとして最小騙し問題を表わしたものであり、この図で第2および第4象限が type I、第3象限が type II に相当する。第1象限は単調問題 (monotonic problem) と呼ばれる。

最小騙し問題の場合、突然変異を除外すれば、交叉によるスキーマの生成を陽に考慮することが可能であり、各スキーマの個体数の集団に対する比率 $P_{ij}(t)$ を次の非線形差分方程式によって表わすことができる [1]。

$$P_{11}(t+1) = P_{11}(t) \frac{f_{11}}{\bar{f}} \left[1 - p_c' \frac{f_{00}}{\bar{f}} P_{00}(t) \right] + p_c' \frac{f_{01} \cdot f_{10}}{\bar{f}^2} P_{00}(t) \cdot P_{10}(t) \quad (6)$$

$$P_{10}(t+1) = P_{10}(t) \frac{f_{10}}{\bar{f}} \left[1 - p_c' \frac{f_{01}}{\bar{f}} P_{01}(t) \right] + p_c' \frac{f_{00} \cdot f_{11}}{\bar{f}^2} P_{00}(t) \cdot P_{11}(t) \quad (7)$$

$$P_{01}(t+1) = P_{01}(t) \frac{f_{01}}{\bar{f}} \left[1 - p_c' \frac{f_{10}}{\bar{f}} P_{10}(t) \right] + p_c' \frac{f_{00} \cdot f_{11}}{\bar{f}^2} P_{00}(t) \cdot P_{11}(t) \quad (8)$$

$$P_{00}(t+1) = P_{00}(t) \frac{f_{00}}{\bar{f}} \left[1 - p_c' \frac{f_{11}}{\bar{f}} P_{11}(t) \right] + p_c' \frac{f_{01} \cdot f_{10}}{\bar{f}^2} P_{01}(t) \cdot P_{10}(t) \quad (9)$$

ここで、

| | | | | | | |
|--------------|---|---|---|---|---|---|
| P_s | 11 00 | 10 01 | 01 00 | 10 00 | 11 01 | 11 10 |
| 11 00 | $\frac{2f_{11}f_{00}}{(f_{11}+f_{00})^2}$ | | | | | |
| 10 01 | | $\frac{2f_{10}f_{01}}{(f_{10}+f_{01})^2}$ | | | | |
| 01 00 | | | $\frac{2f_{01}f_{00}}{(f_{01}+f_{00})^2}$ | | | |
| 10 00 | | | | $\frac{2f_{10}f_{00}}{(f_{10}+f_{00})^2}$ | | |
| 11 01 | | | | | $\frac{2f_{11}f_{01}}{(f_{11}+f_{01})^2}$ | |
| 11 10 | | | | | | $\frac{2f_{11}f_{10}}{(f_{11}+f_{10})^2}$ |
| xx xx | | | | | | |

図 10 2 bit-2 個体の選択による状態遷移行列

$$p_c' = p_c \cdot \delta(H)/(L-1) \quad (10)$$

$$\bar{f} = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 P_{ij}(t) \cdot f_{ij} \quad (11)$$

[Goldberg 89] は, (7)~(9)の方程式を数値的に解くことにより, 集団サイズを十分大きくとれば, type I の騙し問題はつねに最適解を得ることができ, type II の騙し問題も, 多くの場合, 最適解を得ることができることを確認したと報告している。

8.4 マルコフ解析

GAはマルコフ過程であり, 突然変異を除外した場合, simple GAは吸収マルコフ過程となる。状態 i から状態 j への遷移確率 p_{ij} からなる行列を遷移確率行列といい, P で表す。ある状態分布 π_t から π_{t+1} への状態遷移は次式で与えられる。

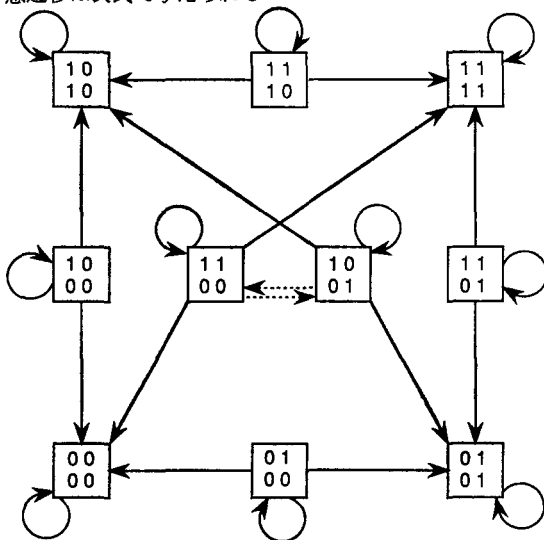


図 12 2 bit-2 個体の状態遷移図

$$\pi_{t+1} = \pi_t P \quad (12)$$

吸収過程では, 遷移確率行列は次の標準形に直せる。

$$P = \begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (13)$$

$n \rightarrow \infty$ のとき, P^n は次の行列に収束する。

$$P^n = \begin{bmatrix} 0 & MR \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで, $M = (I - Q)^{-1}$ を基本行列, MR を吸収確率行列という。ある初期分布 π_0 に対する吸収分布は $\pi_0 MR$ で求められる [3]。

GAの遺伝的操作はそれぞれ個体集団を状態とするマルコフ過程であるから, 1回の世代交替サイクルによって状態遷移行列 P は各操作に対応する遷移行列の積として次のように表わされる。

$$P = P_s \cdot P_c \cdot P_m \quad (15)$$

ここで, $P_s \cdot P_c \cdot P_m$ はそれぞれ選択, 交叉, 突然変異

| | |
|----------|---|
| M | 11 00 |
| 11 00 | $\frac{1}{\Delta} \{ 1 - (1 - \alpha) \frac{2f_{10}f_{01}}{(f_{10}+f_{01})^2} \}$ |
| 10 01 | $\frac{1}{\Delta} \{ +\alpha \frac{2f_{10}f_{01}}{(f_{10}+f_{01})^2} \}$ |
| 01 00 | |
| 10 00 | |
| 11 01 | |
| 11 10 | |

図 13 2 bit-2 個体の基本行列

| | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 00 | 01 | 10 | 11 |
| 00 | 01 | 10 | 11 |
| $\frac{f_{00}^2}{(f_{11}+f_{00})^2}$ | | | $\frac{f_{11}^2}{(f_{11}+f_{00})^2}$ |
| | $\frac{f_{01}^2}{(f_{10}+f_{01})^2}$ | $\frac{f_{10}^2}{(f_{10}+f_{01})^2}$ | |
| $\frac{f_{00}^2}{(f_{01}+f_{00})^2}$ | $\frac{f_{01}^2}{(f_{01}+f_{00})^2}$ | | |
| $\frac{f_{00}^2}{(f_{10}+f_{00})^2}$ | | $\frac{f_{10}^2}{(f_{10}+f_{00})^2}$ | |
| | $\frac{f_{01}^2}{(f_{11}+f_{01})^2}$ | | $\frac{f_{11}^2}{(f_{11}+f_{01})^2}$ |
| | | $\frac{f_{10}^2}{(f_{11}+f_{10})^2}$ | $\frac{f_{11}^2}{(f_{11}+f_{10})^2}$ |

1

による遷移行列を表わす。突然変異を考えない場合、 P_m は単位行列となる。 P_s はルーレット選択の定義から求まる。 P_c は1点交叉の確率を定義することにより求まる。以下では、突然変異は考えないものとする。すなわち、次式の場合を考える。

$$P = P_s \cdot P_c \quad (16)$$

2 bit-2 個体の場合の選択 および交叉による状態遷移行列を図10および図11に示す。図12は 2 bit-2 個体の状態遷移図を表わし、図中、実線は選択による遷移を、破線は交叉による遷移を表わしている。

(16)式を標準形に直し、基本行列 $M = (I - Q)^{-1}$ を求めると、2 bit-2 個体問題の場合、図13のように求まる。また、吸収確率行列 MR は図14のように求まる。

ランダムに生成される初期分布は次のとおりである。

$$\pi_0 = \left[\frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{16} \frac{1}{16} \frac{1}{16} \frac{1}{16} \right] \quad (17)$$

交叉確率を α とするとき、最適解への吸収確率は次式

| | | | | |
|--|---|---|---|---|
| 10 | 01 | 10 | 11 | 11 |
| 01 | 00 | 00 | 01 | 10 |
| $\frac{1}{\Delta} \left\{ +\alpha \frac{2f_{11}f_{00}}{(f_{11}+f_{00})^2} \right\}$ | | | | |
| $\frac{1}{\Delta} \left\{ 1 - (1 - \alpha) \frac{2f_{11}f_{00}}{(f_{11}+f_{00})^2} \right\}$ | | | | |
| | $\frac{(f_{01}+f_{00})^2}{f_{01}^2+f_{00}^2}$ | | | |
| | | $\frac{(f_{10}+f_{00})^2}{f_{10}^2+f_{00}^2}$ | | |
| | | | $\frac{(f_{11}+f_{01})^2}{f_{11}^2+f_{01}^2}$ | |
| | | | | $\frac{(f_{11}+f_{10})^2}{f_{11}^2+f_{10}^2}$ |

$$\Delta = \frac{2\alpha\{f_{10}f_{01}(f_{11}^2+f_{00}^2)+f_{11}f_{00}(f_{10}^2+f_{01}^2)\}+(f_{11}^2+f_{00}^2)(f_{10}^2+f_{01}^2)}{(f_{11}+f_{00})^2(f_{10}+f_{01})^2}$$

| | | | |
|--------|----------------|----------------|--------|
| P_c | 11 | 10 | others |
| | 00 | 01 | |
| 11 | $(1 - \alpha)$ | α | |
| 10 | α | $(1 - \alpha)$ | |
| others | | | 1 |

図 11 2 bit-2 個体の交叉による状態遷移行列

で与えられる。

$$\pi_{\infty^{11}}(\alpha) = A \frac{B}{\alpha + C} + D \quad (18)$$

ここで、 A 、 C 、 D の具体形は省略するが、いずれも正の値をとり、 B は次式で表わされる。

$$B = (f_{11}f_{10} - f_{00}f_{01})(f_{10}f_{00} - f_{01}f_{11}) \quad (19)$$

B が正ならば、(18)より $\pi_{\infty^{11}}$ は単調減少となり、 B が負ならば、 $\pi_{\infty^{11}}$ は単調増加となる。

騙し問題をここでは次のように定義する。

【定義 (騙し問題)】

次の不等式を満たす交叉確率 $0 < \alpha \leq 1$ が存在するとき、その問題は騙しの (deceptive) であるという。

$$\pi_{\infty^{opt}}(\alpha) < \pi_{\infty^{opt}}(0) \quad (20)$$

(20)式は、突然変異を除外したGAにおいて、交叉の導入が最適解への吸収確率を減少させるとき、その問題は騙し的であることを意味する。

(19)と(20)より、次の騙し境界定理が得られる [4]。

【定理 (2 bit-2 個体における騙し境界)】

2 bit-2 個体において、 f_{11} を最適解とする問題が騙し的である必要十分条件は次の不等式で与えられる。

$$(f_{11}f_{10} - f_{00}f_{01})(f_{10}f_{00} - f_{01}f_{11}) > 0 \quad (21)$$

(21)を f_{10} と f_{01} の関係式として解くと、次の不等式が得られる。

| MR | 00 00 | 01 01 | 10 10 |
|----------|--|--|--|
| 11 00 | $\frac{f_{00}^2}{\Delta'} \{2\alpha f_{10} f_{01} + f_{10}^2 + f_{01}^2\}$ | $\frac{f_{01}^2}{\Delta'} \{2\alpha f_{11} f_{00}\}$ | $\frac{f_{10}^2}{\Delta'} \{2\alpha f_{11} f_{00}\}$ |
| 10 01 | $\frac{f_{00}^2}{\Delta'} \{2\alpha f_{10} f_{01}\}$ | $\frac{f_{01}^2}{\Delta'} \{2\alpha f_{11} f_{00} + f_{11}^2 + f_{00}^2\}$ | $\frac{f_{10}^2}{\Delta'} \{2\alpha f_{11} f_{00} + f_{11}^2 + f_{00}^2\}$ |
| 01 00 | $\frac{f_{00}^2}{f_{01}^2 + f_{00}^2}$ | $\frac{f_{01}^2}{f_{01}^2 + f_{00}^2}$ | |
| 10 00 | $\frac{f_{00}^2}{f_{10}^2 + f_{00}^2}$ | | $\frac{f_{10}^2}{f_{10}^2 + f_{00}^2}$ |
| 11 01 | | $\frac{f_{01}^2}{f_{11}^2 + f_{01}^2}$ | |
| 11 10 | | | $\frac{f_{10}^2}{f_{11}^2 + f_{10}^2}$ |

$$\Delta' = (f_{11} + f_{00})^2 (f_{10} + f_{01})^2 \Delta$$

$$= 2\alpha \{f_{10} f_{01} (f_{11}^2 + f_{00}^2) + f_{11} f_{00} (f_{10}^2 + f_{01}^2)\} + (f_{11}^2 + f_{00}^2)(f_{10}^2 + f_{01}^2)$$

図 14 2 bit-2 個体の吸収確率行列

$$f_{10} < \frac{f_{11}}{f_{00}} f_{01} \text{ or } f_{10} > \frac{f_{00}}{f_{11}} f_{01} \quad (22)$$

式(22)および図15を使って定理の意味を説明する。(22)式を満たす範囲は図15では濃い影で示される。

図15は、 (f_{00}, f_{00}) を原点とすると、第1象限では、適応度が遺伝子ごとに単調に増加するので、単調問題という。第2、第4象限は、従来、type I 騙し問題、第3象限は type II 騙し問題と呼ばれてきた。

しかし、騙し境界定理によれば、type I、type II の騙し問題は、Type I、Type II の非単調問題と呼ぶべきであり、非単調問題の中に騙し問題と非騙し問題が存在すると言い換えるべきである。図中、空白の領域は非単調ではあるが、騙し的ではない問題の存在領域を表わしている。

単調問題であれば、GAを使わずとも、あるいは確率的な探索法を使わずとも、従来の探索手法が適用可能であり、GAの存在理由はない。非単調であっても、交叉がうまく機能する問題(非単調かつ非騙し的問題)が存在

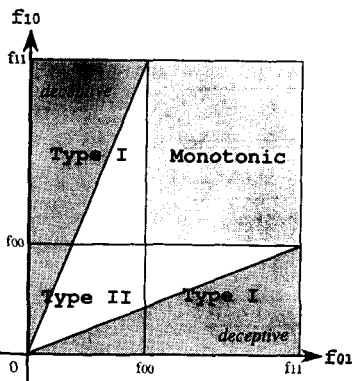


図 15 2 bit-2 個体の騙し境界

在することこそ、GAの存在意義を根拠づけるものであり、交叉がGAにおいて本質的な役割をになっていることの証明に他ならない。

交叉確率と最適解への吸収確率の関係について、いくつかの数値例を示す。図16は適応度 {1, 2, 3, 4} からなる問題を単調(実線)、type I(点線)、type II(破線)の3通りにコーディングした例である。図において、横軸は交叉確率、縦軸は吸収確率を表わす。図より、単調なコーディングは交叉確率の増加に対して、最適解への吸収確率が単調増加であるのに対し、非単調なコーディングでは単調に減少して騙し的になる。この例のように、適応度を順位に対して線形に与えた場合、非単調なコーディングでは騙し的であることが騙し境界定理から容易に導かれる。

図17は type II であるが、騙し的でない例を示している。この例では、適応度とコーディングを次のように与えている。

$$f_{01}=1, f_{10}=2, f_{00}=3, f_{11}=100 \quad (23)$$

f_{11} の値を極端に与えているが、定理によれば、

$$f_{11} > 6 \text{ or } f_{11} < \frac{3}{2} \quad (24)$$

であれば、type II であるが、騙し的ではない。

上で紹介した騙し境界定理は2 bit-2 個体という最小問題に対して得られたもので、 n bit- m 個体問題に対して同じような定理を解析的に導くことは困難である。しかし、予備的な解析および数値解析の結果からは次のことが予想される。

2 bit- m 個体に拡張した場合、騙し境界は曲線となり、非騙し領域が m の増加とともに拡大するが、type I および type II の両領域において、騙し領域は、量的な違

$$\frac{\frac{11}{11}}{\frac{f_{11}^2}{\Delta} \{2\alpha f_{10} f_{01} + f_{10}^2 + f_{01}^2\}}$$

$$\frac{f_{11}^2}{\Delta} \{2\alpha f_{10} f_{01}\}$$

$$\frac{f_{11}^2}{f_{11}^2 + f_{01}^2}$$

$$\frac{f_{11}^2}{f_{11}^2 + f_{10}^2}$$

いはあるものの、依然、存在する。

3 bit-2 個体に拡張した場合、状態遷移図は 2 bit-2 個体のものを立方体の各面に埋め込んだものに、立方体の対頂点同士を結んだ内部に新しい状態が出現し、これらの影響により、騙し境界の形状はより複雑になることが

予想される。またスキーマ定理における定義長の影響は 3 bit 以上から現われるので、定義長が短いスキーマの生き残りやすさを調べることも興味ある課題である。

以上、GA をマルコフ吸収過程として、近似なしに、定式化した上で、騙し問題の境界条件を与える定理を紹介し、交叉の有用性と GA の存在意義を議論した。

GA の挙動を解析するための理論的研究の今後の発展が期待される。

9. 機械学習と GA

GA にもとづく機械学習 (Genetic Based Machine Learning) の研究は、Pittburg アプローチと Michigan アプローチの 2 つに分けられる [1]。

9.1 Pittburg アプローチ

[Smith 80] は、Pittburg 大学に提出した学位論文の中で、LS-1 と呼ばれる学習システムを提案した [5]。LS-1 は、ルール集合の学習を目的とするもので、1 つのルール集合を 1 つの個体に対応づける。2 つのルー

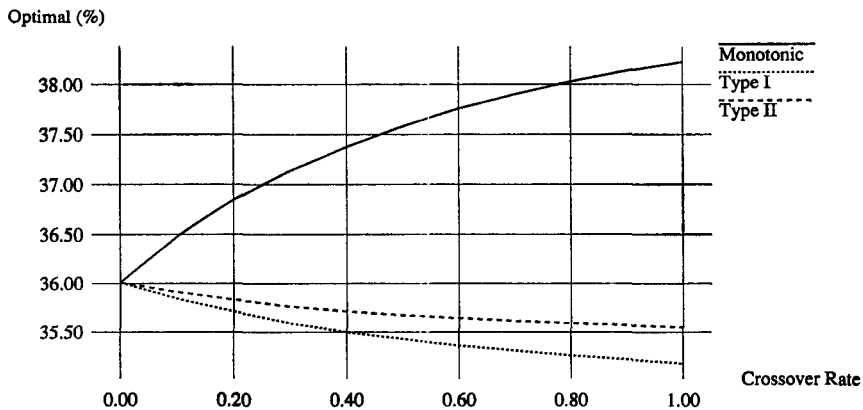


図 16 線形コーディングに対する GA の性能

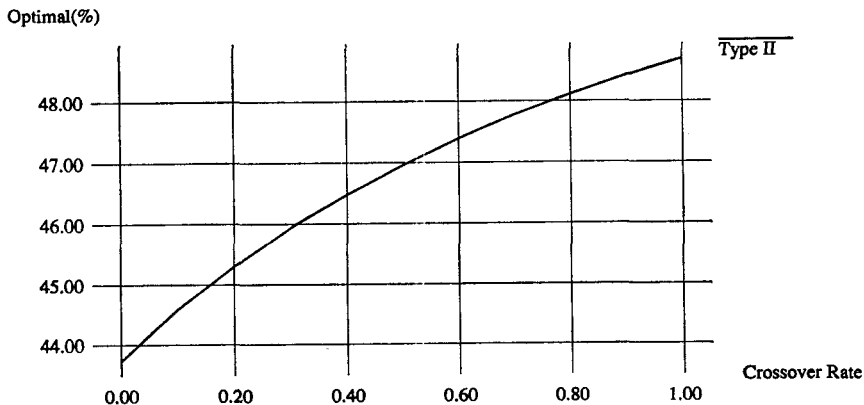


図 17 騙しでない type II の例

ル集合 $S1$ と $S2$ を考える。これらを順序集合とみなせば、ルール名を用いて1次元の文字列として、たとえば、次のように表現することができる。

$S1: r1 r2 r3 r4 r5$

$S2: r6 r7 r8 r9$

各染色体ごとに、交叉のための切断箇所（“|”で表わす）を指定した上で、染色体長が異なることを考慮に入れて、整列を次のように行なう。

$S1: r1 r2 r3|r4 r5$

$S2: r6 r7|r8 r9$

1点交叉により、 $S1$ と $S2$ は次のように変化する。

$S1: r1 r2 r3 r8 r9$

$S2: r6 r7 r4 r5$

この方法はルールの並べ方の影響を受けることから、逆位(inversion)と呼ぶ一種の突然変異を導入することにより、ルールの並べ方を変更できるようにしている。

要約すれば、 $LS-1$ は、2つの集合が与えられたとき、各集合を2つの部分集合に分割し、それらを併合することにより、新しいルール集合を生成していることに他ならない。 $LS-1$ 自身は新ルールを生成する能力をもたないことに注意されたい。

9.2 Michigan アプローチ

[Holland 78] の提案による Classifier System [6] では、classifier と呼ばれる強度(strength)が付加されたルールの1つ1つが各個体に対応づけられる。

Classifier System における学習は、新しいルールの生成・削除、すなわちルール集合の更新を対象とする長期的な学習およびルールの強度の更新を対象とする短期的な学習からなる。

長期的な学習では、GAが使われる。短期的な学習では、bucket brigade 法や profit sharing 法などの強化学習アルゴリズムが使われる。

bucket brigade 法 [7] は、ある種の市場経済を模倣したものである。メッセージリスト上のメッセージに照合するルールは賭金(bit)を払って競りに参加する。この賭金は当該メッセージを出力したルールまたは環境に与えられる。競りに勝ったルールはメッセージを出力し、環境から報酬(roward)が得られれば、独り占めできる。このような操作を繰り返して、結果として、環境からの報酬の期待値を最大化するような強化学習を意図している。しかし、本方法の収束性についての数学的解析はほとんどなされていない。

profit sharing 法 [8] は、報酬が与えられたとき、

それまでに適用されたルール系列を一括的に強化する方法であり、報酬を各ルールにどのように分配するかが問題とされる。報酬の分配方法を定める関数を強化関数というが、従来、場当り的に設定されてきた。

最近、[宮崎92]により、profit sharing 法における強化関数の最適性についての理論的な考察がなされて、報酬の分配方法に関する手がかりが得られている[9]。

9.3 他の強化学習との関連性

強化学習は報酬という特別な入力を手がかりとして環境に適応する機械学習の一種である。一般に、感覚入力器は環境の状態変数をすべては検知できないので、不確実性の処理が要求される。また、報酬は行動に対して即座に与えられるとは限らないので、遅れの処理が要求される。強化学習には経験の収集と強化のふたつの側面がある。従来の研究は、これらのどちらかに焦点を当てるかにより2種類に分類される。

9.2節で紹介した bucket brigade 法や profit sharing 法は、経験の強化に焦点を当てた方法である。

一方、[Sutton 88] のTD法(Temporal difference 法)[10]や[Watkins 92]のQ-learning[11]では、環境を同定することが、結果として最適な行動の学習に結びつくとして、経験の収集に焦点を当てている。Q-learning は行動に付加されたQ-値と呼ばれる重みを経験を積むにつれて更新する。特定の条件の下でQ-値は行動の価値を報酬からのステップ数に対するある割引率で見積もった期待値に収束することが知られている。Q-値から最適な行動を学習できるので多くの研究で用いられている。しかし環境の同定に正確を期するためには非常に多くの試行を要することが問題とされている。

報酬に遅れのある学習の究極の目標は、開かれた動的な環境下で自律的に振舞うことができるロボットの実現にある。これらの目標を達成する上で、GAは強力な手段の1つではあるが、人工知能、ニューラルネットなどの研究と融合を図ることが、今後、必要とされよう。

10. おわりに

以上、4回にわたり、「遺伝的アルゴリズムの基礎と応用」と題する連載解説を執筆させていただいた。紙面の制約ならびに筆者の能力的および時間的制約もあり、当初の目的を達成できたとは到底思えない。しかし、本連載がきっかけとなり、本学会員の中からGAへの興味をもち、この分野の発展に貢献する人が現われてくれれば筆者の望外の喜びとするところである。

最後に、本連載を執筆するに当たり、仲介の労を取られた東京工業大学高橋真吾氏、遅れがちな原稿に対して臨機応変的に対処された森雅夫編集委員長、以下学会事務局の皆様にはたいへんお世話になりました。この場を借りて厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- [1] Goldberg, D. : Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley (1989).
- [2] 山村, 小林: GAにおける Building Block 仮説の理論的考察, 第3回重点領域研究「自律分散システム」全体講演会資料, pp.213-218 (1992).
- [3] 森村, 高橋: マルコフ解析, 日科技連 (1979).
- [4] 居村, 織田, 小林: マルコフ過程による Simple GAの解析, 日本機械学会第2回FANシンポジウム講演論文集, pp.283-288 (1992).
- [5] Smith, S.F. : A Learning System Based on Genetic Adaptive Algorithms, Ph.D. Thesis, Univ. of Pittsburg (1980).
- [6] Holland, J.H., and Reightman, J.S.: Cognitive Systems Based on Adaptive Algorithms, Pattern-Derected Inference Systems. Waterman, D. A., and Hayes-Roth, F. ed., Academic Press (1978).
- [7] Holland, J.H. : Escaping Brittleness, Machine Learning, An Artificial Intelligence Approach. Vol.2. R.S. Michalski, J.G. Carbonell and T.M. Mitchell eds., Morgan Kaufmann, pp.593-623 (1986).
- [8] Grefenstette, J.J. : Credit Assignment in Rule Discovery Systems Based on Genetic Algorithms, Machine Learning 3, pp.225-245 (1988).
- [9] 宮崎, 山村, 小林: Classifier System を用いた環境適応システムの構築, 第18回システムシンポジウム, 第16回知識システムシンポジウム・第2回ニューラルネットワークシンポジウム合同シンポジウム, 講演資料, pp.273-278 (1992).
- [10] Sutton, R.S. : Learning to Predict by the Methods of Temporal Differences, Machine Learning 3, pp.9-44 (1988).
- [11] Watkins, C.J.C.H., and Dayan, P.: Technical Note: Q-Learning, Machine Learning 8, pp.55-68 (1992).

報 文 集 価 格 表 (会員価格)

| | | |
|--------|---|-------|
| T-73-1 | ネットワーク構造を有するオペレーションズ・リサーチ問題の 電算機処理に関する基礎研究 | 1200円 |
| T-76-1 | オペレーションズ・リサーチのためのデータとプログラムに関する研究 | 4000円 |
| T-77-2 | 環境アセスメントにおけるシステム分析手法に関する研究 —第I編: 環境影響評価支援システムの検討— —第II編: 空間に対する影響の評価に関する調査研究— | 2000円 |
| T-77-3 | 環境アセスメントにおけるシステム分析手法に関する研究 —第III編: 米国における環境アセスメントマニュアル事例調査— | 2400円 |
| R-79-1 | 「ORの実践とその有効活用」視察団報告 | 1200円 |
| R-82-1 | 「欧州におけるOR実施状況」視察団報告書 | 1200円 |
| R-84-1 | 「米国におけるORの実践」視察団報告 | 1200円 |
| T-73-2 | 新手法による高速道路交通量の推計 | 1200円 |
| R-88-1 | 「南米諸国とのOR交流視察団」報告書 | 1200円 |