

# 人口に与える生産性と生存率の影響

柳井 浩

## 1. はじめに——問題と結論

物資が豊かになり、生活に余裕ができれば出生率が上昇して人口が増加する。マルサス以来しばしばなされてきたこの指摘は、今日の先進諸国における人口減を議論の外に置くものとすれば、論拠に関しても、また、現象に関しても、現代においてなお人を背かせるものをもっている。したがって、生産性の向上が、物資と生活水準の向上を通じて人口の増加をもたらすであろうことも容易に納得のゆくところである。

一方において、医療技術の向上もまた人口の増加に寄与する。医療の進歩によって、人間の生存率（ある時点において生きている人間が、一定期間後にもなお生存している割合）が増大する。就中、出生時および幼児期の生存率の改善にはめざましいものがあることは周知の通りである。そして、生存率の増大が人口の増大に直結していることは言をまたない。

昨今、開発途上国においてしばしば見られる人口の爆発的増加に対して、上記の二者、すなわち、生産性の向上と生存率の改善が、いずれもその原因となっていることは明らかである。しかし、そのいずれを主であり、いずれを従であるとすべきか、については議論の余地がある。大ざっぱに言って、現在の所は、後者すなわち生存率の上昇の方を主とすべきだとする方が、現実との対応において、いささか有力と見られている。

本稿は、ごく簡略化された数理モデルによっていずれの要因の効果が大きいのかを論じたものである。すなわち、人口の推移を、生存率と生産性をパラメータにもつ差分方程式モデルによって記述し、その解の極限值に対するパラメータの影響を調べてみた。その結果として得られたのは、「生存率における増加倍率の、人口増に対する影響は、生産性における増加倍率の約1.5倍に相当す

やない ひろし 慶応義塾大学 理工学部

〒223 横浜市港北区日吉2-1-1

受理 92.8.24

る」ということで、やはり生存率の影響の方が大きい。

## 2. モデル

モデルの基本になったものは、筆者が以前に作成した低開発国発展に関するシミュレーション用のモデル[1]である。このモデルでは、15年を1期とする。また、これに対応して人口も、

層	年齢幅	人口	
幼年層	(0~14才)	… $u_i$	
青年層	(15~29才)	… $v_i$	
中年層	(30~44才)	… $w_i$	
老年層	(45~60才)	… $x_i$	$i$ : 期

の4層によって構成されている国を考える。1期後、各構成要素はその

生存率  $k$

の分が15才年をとり、次の層に移行する：

$$v_{i+1} = k u_i, \quad (1)$$

$$w_{i+1} = k v_i, \quad (2)$$

$$x_{i+1} = k w_i, \quad (3)$$

なお、今期の老年人口は次の期には消滅するものとする。

また、青年層と中年層は労働に従事し生産する。それゆえ、国民総生産は、これらの労働に従事する人口に生産性  $s$

を乗じたものとして与えられる：

$$\text{国民総生産} = \text{生産性} \times (\text{青年人口} + \text{中年人口}).$$

また、この国は自然の物成に恵まれており、

自然収穫  $n$  億ドル/期

が労働力を投入することなしに得られる。それゆえ、第  $i$  期における国民所得はこれらを合計した

$$\begin{aligned} \text{国民所得} &= \text{国民総生産} + \text{自然収穫} \\ &= s(v_i + w_i) + n \text{ (億ドル)}. \end{aligned}$$

となる。

いま、この国民所得の全額を国内の消費にまわすものとする。そして  $i+1$  期の幼年人口はこの値に一定の増殖率  $z$

という係数を乗じたものとして得られるものとしよう：

$$u_{i+1} = zs(v_i + w_i) + zn. \quad (4)$$

さて、(1)~(4)式をベクトル-行列の形にまとめて書けば、

$$\begin{pmatrix} u_{i+1} \\ v_{i+1} \\ w_{i+1} \\ x_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & sz & sz & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ x_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} zn \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

となる。これが本稿の議論の基本となる人口推移モデルである。

### 3. モデル上の論議

前節で定式化したモデルによる人口を構成する各層は(5)式の行列から明らかなようにパラメータ  $s$ ,  $z$  および  $k$  の値が小さいときには、早晩一定値に収束して平衡状態に達する：

$$\begin{aligned} u_i &\rightarrow u \\ v_i &\rightarrow v \\ w_i &\rightarrow w \\ x_i &\rightarrow x \end{aligned} \quad (6)$$

これらの最終的な値は平衡方程式

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & sz & sz & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} zn \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

を解くことによって得られる。これに対応して全人口、国民総生産、国民所得が計算できるが、これらは数値例とともに表1にまとめてある。なお、表1(b)の数値例は表1(a)に与えられたパラメータの値に対応するものである。さて、最終的な全人口  $p$  は表中にも示されているように

$$p = \frac{z(1+k)(1+k^2)n}{1-szk(1+k)} \quad (8)$$

という式によって与えられる。もとより、全人口がこの値に近づくまでにはながしかの時間の経過が必要ではあるが、この値を全人口に対するパラメータの影響を論ずるための目安とすることはできよう。

いま、この国が採集経済の状態にあり、生存率  $k$  を自然な環境での最小値  $k_m$ 、生産性  $s$  をゼロとすれば、全人口  $p$  はその最小値  $p_m$

$$p_m = z(1+k_m)(1+k_m^2)n \quad (9)$$

になる。すなわち  $p_m$  はその国土が養える基本的な人口である。したがって、この値と比例関係にある自然収獲  $n$  はその国の基本的な規模を表わす量と考えることがで

表 1

(a) パラメータの意味と数値例

生存率	$k$	$k=0.8$ : 15年後10人中8人が生存
生産性	$s$	$s=0.27$ : 労働人口1万人が15年間に0.27億ドル生産、労働者1人1年あたり180ドルの生産
増殖率	$z$	$z=2$ : 国民所得1億ドル/期につき2万人/期の出生
自然収獲	$n$	$n=12$ (億ドル)

(b) 平衡状態における人口および諸量と数値例

最終幼年人口	$u = \frac{zn}{1-szk(1+k)}$ (万人)	107.9万人
最終青年人口	$v = \frac{znk}{1-szk(1+k)}$ (万人)	86.3万人
最終中年人口	$w = \frac{znk^2}{1-szk(1+k)}$ (万人)	69.1万人
最終老年人口	$x = \frac{znk^3}{1-szk(1+k)}$ (万人)	55.3万人
全人口	$p = \frac{z(1+k)(1+k^2)n}{1-szk(1+k)}$ (万人)	318.6万人
国民総生産/期	$\frac{szk(1+k)n}{1-szk(1+k)}$ (億ドル)	42.0億ドル
国民所得/期	$\frac{n}{1-szk(1+k)}$ (億ドル)	54.0億ドル
国民所得/年人	$\frac{10^4}{15z(1+k)(1+k^2)}$ (ドル)	112.9ドル

きる。

(9)式で与えられる全人口  $p$  は自然収獲  $n$  と比例関係にあるから(9)式の両辺を  $n$  で除して規準化しても議論の一般性は損われない。

$$q = \frac{p}{n} = \frac{z(1+k)(1+k^2)}{1-szk(1+k)} \quad (10)$$

この値  $q$  を規準人口あるいは単に人口と呼び、これが生産性  $s$  および生存率  $k$  にどのように依存するのかをみてみることにしよう。

### 4. 生存率と生産性の人口に対する影響

まず、 $q$  をタテ軸に、

ヨコ軸に  $k$  をとり  $k$  と  $q$  の関係をいくつかの  $s$  について示したのが図1、

ヨコ軸に  $s$  をとり  $s$  と  $q$  の関係をいくつかの  $k$  について示したのが図2である。

いずれの曲線も、最初のごくわずかの部分を過ぎればすぐに急峻な立ち上りを見せ、無限大に発散する。このような立ち上がりは、 $k$  (生存率) や  $s$  (生産性) がそ

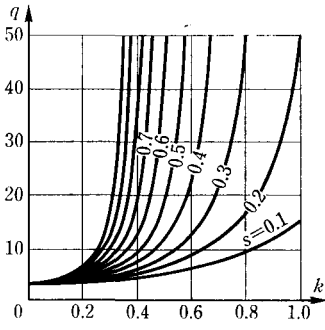


図1 生存率(k)と規準人口(q)

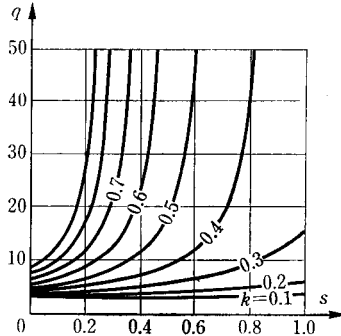


図2 生産性(s)と規準人口(q)

それぞれある値に近づくにつれ、人口qに対する影響がきわめて顕著なものになることを示している。

(10)式が表わす人口qが“無限大”に発散するのは(10)式

$$1 - s \times k(1+k) = 0 \quad (11)$$

においてであるが、ここではいうまでもなく本稿のモデルが妥当な表現力を失っていることになる。しかし逆にいえば、実際の現象においては、数値としての人口こそ他の要因によって有限の値におさえられているものの、生存率と生産性がある条件に達すれば爆発的な人口増加が見られることに対応するものと解釈できる。

次に、k(生存率)とs(生産率)の人口qに対する影響を比較しよう。そのため、kをヨコ軸、sをタテ軸にとってqの等高線を描いたのが図3である。等高線はq=5からq=50まで一定間隔(=5)のqの値について画かれているから、水平あるいは垂直に一定距離進むときに横切る等高線の本数によって対応するqのおよその増分を知ることができる。そこで、図3を見ればkの値が小さい所では、一定の増分に対するqの増分はkの値に対するものの方が大きく、kの値が大きくなるにつれこれが小さくなり、kが1に近づけば、sの値に対するものの方が少し大きくなる。

しかし、パラメータkやsの値そのものは、現実とある程度の対応はあるにしても、厳密な意味では本稿のモデル上でしか意味をもたない。具体的な値は、しよせん仮定上のものに過ぎない。だから、kやsの共通の増分に対するqの変化を比べても、これらの要因の影響に関して当を得た比較をしているとはいえない。それよりはむしろ、kやsの一定率の増加に対するqの増加を比較すれば、実際問題に対してもある程度の示唆を与えられる比較ができる。

そのためには、kとsをそれぞれ対数軸で目盛ったグ

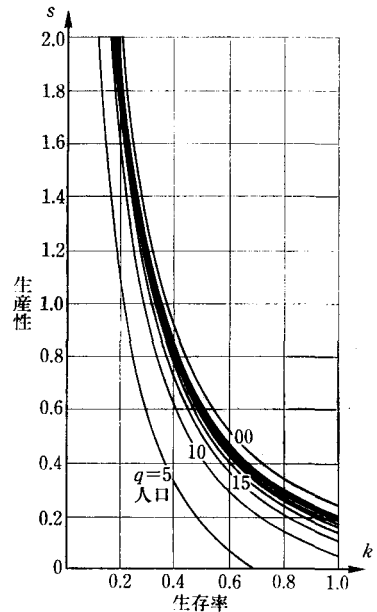


図3 規準人口の等高線

ラフ上に等高線を描いてみればよい。グラフ上、水平あるいは垂直に一定距離進むことが、kあるいはsを一定の比率だけ変化させることに対応するからである。図4に示すのが、このような等高線群で、急な右下がりのほぼ平行直線に近い曲線群であり、その勾配はおおよそ-1.5である。また、本稿ではこれまで増殖率zの値をz=2という値を用いて作図してきたが、(10)式からわかるように、この値が変化しても対数方眼紙上の等高線群はqの値が変わったり、上下に平行移動するだけでその全体の姿を変えない。したがってこの勾配の値も不変と考えてよい。\*)

\*) (10)式は

$$\frac{q}{z} = \frac{(1+k)(1+k^2)}{1-s \times k(1+k)} \quad (i)$$

と書き直すことができる。ここで

$$q' = \frac{q}{z} \quad (ii)$$

$$s' = s \times z \quad (iii)$$

とおけば、(i)式は

$$q' = \frac{(1+k)(1+k^2)}{1-s' \times k(1+k)} \quad (iv)$$

となる。この式に対応する(k, s')あるいは、(logk, log s')座標上のq'の等高線はzには無関係なものとなる。また、(iii)式により

$$\log s' = \log s + \log z \quad (v)$$

が成立するから、(logk, log s)座標上の曲線は、どれも、(logk, log s')座標上のそれを平行移動したものである。そして、(ii)式により、q'の等高線q'=cは、qの等高線q=c/zに対応する。すなわち、(10)式の等高線群全体の姿形はzの影響を受けない。

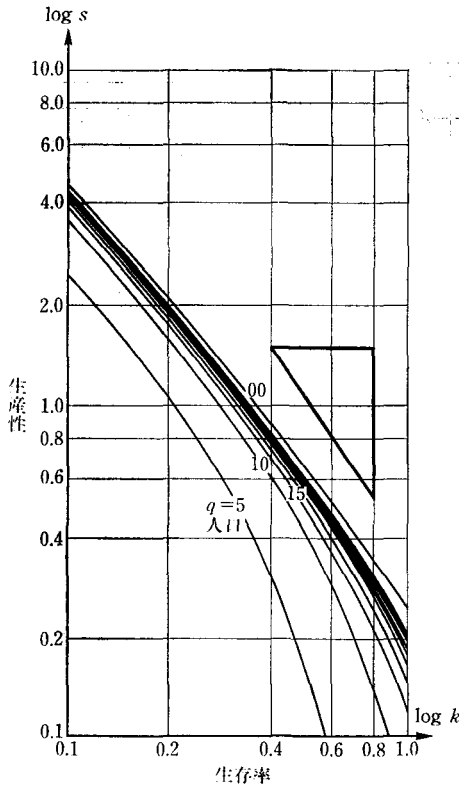


図4 規準人口の等高線 (対数軸)

そこで、 $\phi$  を適当な単調増加関数とすれば、 $q$  は近似的に

$$q = \phi(\ln s + 1.5 \ln k) \quad (12)$$

と書くことができる。それゆえ、

$$\frac{dq}{q} = \frac{\phi'(\ln s + 1.5 \ln k)}{\phi(\ln s + 1.5 \ln k)} \left( \frac{ds}{s} + 1.5 \frac{dk}{k} \right) \quad (13)$$

という関係が成立する。この式から本稿の結論として次のことがいえる：

「生存率  $k$  における増加倍率の、人口増に対する影響は、生産性  $s$  における増加倍率の約1.5倍に相当する。」

## 5. おわりに

本稿は、文部省科学研究費補助金、重点領域研究「高度技術社会のバースペクティブ」研究課題「技術移転の経済効果」課題番号03228103（研究代表者 森村英典 筑波大教授）の研究結果の一部である。このモデルの構成にあたっては、この研究会の活発な討論による所がきわめて大きい。また、本稿の執筆にあたっては、この研究部会のメンバー：森村英典、鈴木久敏（筑波大）、森雅夫（東工大）、栗田治（慶応大）、山本晋（ソニー）、依田聖

（ジューキ）の各氏には細部にわたる懇切な御教示をいただいた。また、高橋幸雄氏（東工大）には、日本科学技術連盟における研究会において数々の有益な御指摘をいただいた。ここに感謝の意を表するものである。

## 参考文献

柳井 浩「低開発国の人口・経済推移」オペレーションズ・リサーチ、1985、1月号 pp.29-35

## 付録A 生存率と平均寿命

本稿のモデルにおける主要なパラメータの1つは生存率であった。この生存率は15才ごとに切断した各年齢層が、15年を1期とするその間にどのくらいに減少するのかわかる比率であった。ここでは、この生存率が、やはりこのモデルの上の話ではあるが、平均寿命とどのように対応するのかわかることを示して参考に供することにしよう。

このモデルにおける人口の分布は図A-1に示すように、幼年層の人口を1とすると、青年層： $k$ 、中年層： $k^2$ 、老年層： $k^3$ と一定の比率で低下してゆく。いま、次の層に到達せずに死亡する人々も、その層の年齢一杯は生存しているものとして平均寿命  $a$  を計算すれば

$$a = \sum_{j=1}^3 (k^{j-1} - k^j) 15j + k^3 \cdot 60 \quad (A1)$$

という式になる。これを  $k$  の各種について計算した結果をグラフに示したのが図A-2である。

## 付録B 年齢層の幅と1期間の長さについて

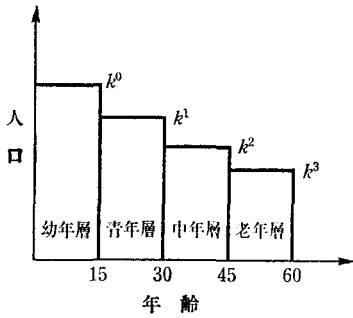
本稿のモデルでは全人口を各々15才を幅とする年齢層に切りわけ、また1期間を15年間として、1期ごとに各層の人口が一定の割合で減少しつつ次の層へ移行するものとしてきた。この15年間という幅をとったのは、モデルとそれとあつかいを、見通しのよい、簡単なものにするためであるが、逆にこれが長きに失し、そのことが得られる知見に大きな影響を与えるのではないかという懸念も生じ得る。それゆえ、ここでは上述の年齢層の役割をそのままに、前期および後期に2等分するとともに、1期間もまた15/2=7.5年として同様のモデルを作り、数値計算をして結果を比較してみることにする。

このとき本文中(10)式で与えられた規準人口に対応する式は

$$q_2 = \frac{x_2(1+k_2)(1+k_2^2)(1+k_2^4)}{1-s_2x_2k_2^2(1+k_2)(1+k_2^2)} \quad (B1)$$

となる。ここに各変数は本文のモデルにおけるものと同様のものであるが、1期間の長さが半分になったので、

$$k_2 = \sqrt{k} \quad (B2)$$



図A-1 人口分布

$$s_2 = s / 2 \quad (B3)$$

$$z_2 = z \quad (B4)$$

という対応関係が成立するものと考えられる。

そこでいま、図4に対応して  $k_2$  と  $s_2$  をそれぞれ対数軸に目盛ったグラフ上に  $q_2$  の等高線を画してみたのが図B-1である。(ここでも、ただちにわかるように  $z_2$  は図全体の姿に影響を与えない。) この図に見るごとく、これらの等高線はほぼ3の勾配をもつ平行な直線群と見なすことができよう。そこで、本文中におけると同様  $\phi_2$  を適当な単調増加関数として

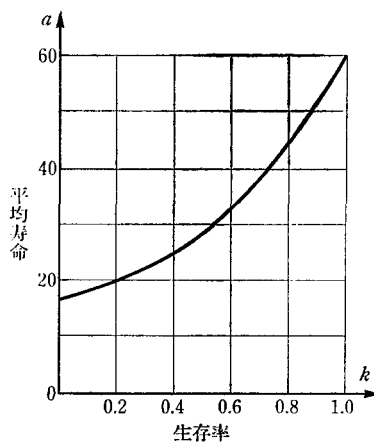
$$\frac{dq_2}{q_2} = \frac{\phi_2'(\ln s_2 + 3 \ln k_2)}{\phi_2(\ln s_2 + 3 \ln k_2)} \cdot \frac{ds_2}{s_2} + 3 \cdot \frac{dk_2}{k_2} \quad (B5)$$

という関係を導くことができる。

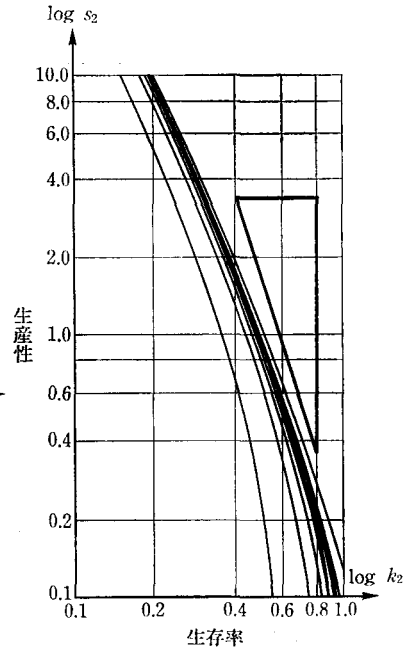
いまここで(B2)および(B3)式に与えられる対応関係を上式に代入すれば

$$\frac{ds_2}{s_2} = \frac{ds}{s} \quad (B6)$$

$$\frac{dk_2}{k_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dk}{k} \quad (B7)$$



図A-2 生存率と平均寿命



図B-1 規準人口( $q_2$ )と等高線(対数軸)

となるから、(B5)式は

$$\frac{dq_2}{q_2} = \frac{\phi_2'(\ln s_2 + 3 \ln k_2)}{\phi_2(\ln s_2 + 3 \ln k_2)} \left( \frac{ds}{s} + 1.5 \frac{dk}{k} \right) \quad (B8)$$

となる。すなわち、1期間を2つにわけたこのモデルにおける規準人口の変化率についても、本文のモデルにおけると同一の結論を得る。

このことから年齢層の幅と期間の長さの影響は、本稿における議論の精度において無視できるものと考えられる。

## 会 合 記 録

4月6日(火) 庶務幹事会	6名
4月9日(金) 評議員会	9名
4月9日(金) 理事会	11名
4月12日(月) 企業サロン企画委員会	6名
4月19日(月) 編集委員会	11名
4月28日(水) 企業サロン企画委員会	

## 第7回理事会議題(5-4-9)

1. 総会議案の件
  - 1) 平成4年度事業報告の件
  - 2) 平成4年度収支計算報告および監査報告の件
  - 3) 平成5年度事業計画の件
  - 4) 平成5年度予算の件
  - 5) 平成5年度6年度役員選任の件
  - 6) 名誉会員推薦の件
2. 第6回理事会議事録の件
3. 入退会の件