

# 東洋信託銀行における 投資分析システムと数理計画法

桂 眞一

## 1. はじめに

信託銀行では、従来より主に年金数理の分野で数理統計が活用されてきたが、本格的に“数理計画法”が利用され始めたのは資産運用の分野であろう。1987年のブラックマンデーを契機に、リスク管理の重要性が叫ばれ、オプションをはじめとする金融ハイテク商品の急増と相まって定量分析にもとづいたシステムティックな運用が機関投資家の間に広がり始めた。欧米の先進技術を吸収し、ようやく日本のマーケットに順応した投資モデルが出そろってきたのが現状である。

当社においても、株式、債券、転換社債等の単独資産を対象にした投資モデルや、複数資産を対象にしたアセットアロケーションモデルに至るまで種々の投資モデルを開発した。その中には数理計画法を応用したものも多く、“数理計画法”はもはや投資モデルの開発に必要不可欠なものとなっている。

資産運用以外の分野にも数理計画法を応用できる分野は数多く存在するが、主なものを挙げると次のようなものである。

- 銀行全体の資産と負債を管理するALMの分野
- 銀行の保有しているさまざまな債権（キャッシュフロー）を合成し用途に応じて分解するセキュリタイゼーションの分野
- あらゆる選択肢からさまざまな制約のもと、効用を最大化し、リスクを最小化する経営の意思決定の分野

本稿では、資産運用の分野に限定し、数理計画法の応用例を紹介する。

## 2. 投資モデルと数理計画法

(1) 投資モデル開発における数理計画法の役割  
投資モデルの開発を行なう場合、図1のようなプ

ロセスを経るパターンが一般的であろう。第1段階として、必要なデータを収集する。次に、そのデータを加工し、分析のための基礎データを作り上げる。欠損値処理、異常値の除去、基本統計量の計算、分布状況のチェックなどがこのプロセスに含まれる。さらに、回帰分析、因子分析など、さまざまな分析手法を用いて分析を行なう。たとえば、株式市場の動きと為替や、他のマクロ変数の関係を分析するといった作業は、このプロセスで行なう。

最後に、分析結果をもとに、投資モデル（ルール）を設定し、実証検証を繰り返しながらより現実的な投資モデルを開発していく。

数理計画法は上記プロセスの中で図1の最適化計算という部分に利用している。

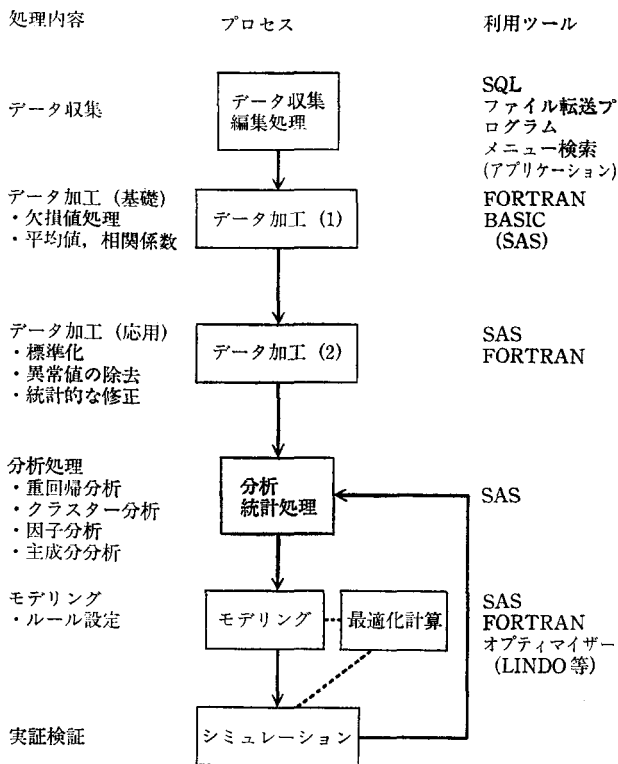


図1 投資分析・モデル開発フロー

かつら しんいち 東洋信託銀行 幹

〒100 千代田区丸の内1-4-3

たとえば、

債券や転換社債の評価モデルの場合、さまざまな要因から証券の価格を説明する理論価格モデルを定式化する。その理論価格が市場価格に最もフィット（理論価格と市場価格の差を最小化）するように理論価格式のパラメータを最適化計算により求める。

といったケースである。

### (2) 主な応用分野

当社で開発した数理計画法を使った投資モデルのうち、主なものを数理計画法の手法別に分類すると、概ね次のようになる。

- ① 線形計画法 (LP) を応用したもの
  - 株式インデックスファンド
    - シングルファクターモデル
    - マルチファクターモデル
  - 株式ティルト運用
    - マルチファクターモデル
- ② 2次計画法 (QP) を応用したもの
  - アセット・アロケーションモデル
- ③ 非線形計画法 (NLP) を応用したもの
  - 金利期間構造の推定
  - 債券評価モデル
  - 転換社債評価モデル
- ④ その他
  - 多目的計画法
    - 債券ポートフォリオ最適化モデル

### (3) 数理計画法の応用事例紹介

LPを応用したものの代表例として、株式のインデックスファンドモデルが挙げられる。モデルの構造により、シングルファクターモデルとマルチファクターモデルの2つに大別できるが、ここではマルチファクターモデルによるインデックスファンド構築例を紹介する。

インデックスファンドとは、

運用ポートフォリオと目標インデックスの連動誤差(トラッキングエラー)が最小となるよう最適化計算を行ない組入銘柄の配分比率を算出する方法である。目標インデックスの採用銘柄よりも少ない銘柄で運用ポートフォリオを構築することができるため、また従来のアクティブ運用に比べ売買回転率が低いため管理が比較的容易であり、80年代後半、おりからの右肩上がりの相場環境も手伝って急速に広まった運用手法である。また整備されたデータベース、大規模な問題が解法可能な最適化プログラム(オブティマイザ)が必要であり機関投資家向

けの投資手法ともいえる。

マルチファクターモデル

各銘柄の収益率を複数のファクターを用いて説明するモデルである。

$$R_i = \beta_{1i} f_1 + \beta_{2i} f_2 + \dots + \beta_{ki} f_k + \varepsilon_i$$

$R_i$  :  $i$  銘柄の投資収益率

$\beta_{ki}$  :  $i$  銘柄のファクターエクスポージャー

$f_k$  :  $i$  銘柄のファクターヴァリュエ

$\varepsilon_i$  :  $i$  銘柄の誤差項

最適化計算

たとえば下記のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \min & \sum (\omega_i \varepsilon_i)^2 \\ \text{st} & \sum \omega_i = 1 \\ & \omega_i > 0 \\ & \omega_i < U_i \quad (\text{個別銘柄の運用制約}) \\ & \sum \omega_i \beta_{ki} = \beta_{km} \\ & \omega_i : i \text{ 銘柄の配分比率} \\ & \beta_{km} : \text{インデックスの } k \text{ 番目のファクターエク} \\ & \quad \text{スポージャー} \end{aligned}$$

### (4) 数理計画法としてのLINDO, GINO

#### ①サイズ, 計算速度等

前述の最適化式の場合、対象銘柄数(変数の数)が少ないときには、GINOを使って解くことができる。実際には  $i > 1000$  となるケースが多く、独自にモデルを修正し、LINDOを用いて最適化計算を行なっている。上記モデルの場合、サイズは

$$\text{制約式} \times \text{変数} = (1300 \times 1200) \dots \dots \dots \text{①}$$

程度である。

同様のモデルの場合、制約式の数は最大4999式まで解法可能であった。

読者は計算時間に関心をもちられていると思われるが、条件式読み込みから結果出力まで5~6分というのが当社のシステム環境(後述する)での標準的な計算時間(elapse time)である。計算速度として大いに満足できる数字ではないが、図2に示したようにモデル生成までのプロセスが相対的に大きな比重を占め最適化計算を行なうプロセスは全体のごく一部分であるため、十分実用に耐え得るものである。

#### ②LINDO, GINOの機能・特徴

LINDOは線形計画、整数計画、2次計画のモデルを解く能力を有し、GINOは非線形計画モデルを解くために開発されたパッケージソフトである。

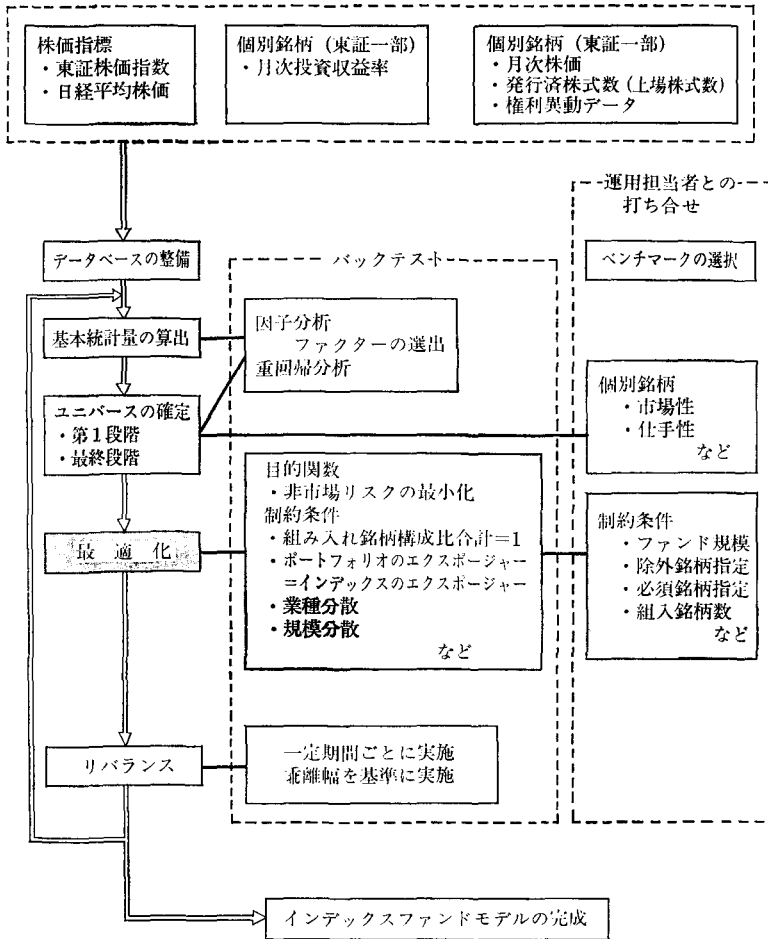


図2 インデックスファンド開発フロー

2次計画モデルについては、LINDOで解く場合、LaGrange乗数を使って線形に変換してから入力しなければならず、多少煩雑である。問題が小規模な場合にはGINOを使ったほうが便利であろう。

LINDO、GINOともに会話形式で問題を解くことができる。ユーザーは用意されているコマンド(LINDOでは50程度)を選択しながら、あたかも対話をするごとくモデルを解くことができる。

計算過程を表示したり、条件式の一部を変更するコマンドが用意されており、投資モデルの開発のように試行錯誤を伴う処理に適している。

前述のインデックスファンドモデルのような大規模なものはあらかじめ3GL等でモデル式をファイルに作成しておき、そのファイルをLINDO、GINOに読み込ませる形をとる。

### ③実務上の留意点

LINDOはLPマトリックスのスケーリングを行わない。ユーザーは係数の絶対値が100,000以上、または0.0001以下にすべきではないというのがおよそのルールである。経験的に、汎用的なモデル式を作り上げようとするときに上記条件を超えるようなケースに陥りやすく、注意を要する。

また、前述のインデックスファンドモデルのように、1,000を超える条件式が含まれる大規模な問題においては、多くの有効でない制約条件式を含む場合が生じることもある。計算時間を浪費するだけではなく、時には、制約条件式相互に矛盾が生じインフィジブルとなる場合もある。このような場合、LINDOからの出力情報が比較的乏しいため制約式を徐々にゆるめる等、属人的、職人芸的な工夫に頼る傾向が強くなるという問題も生ずる。

## 3. 投資分析システムの概要

投資モデルを開発するためにはかなり大規模なシステム整備が必要である。特に株式、債券、転換社債など個別資産を対象とした投資モデルの場合、総じて1000種類を超える対象資産(変数の数)をユニバースとして問題を解く必要があるため、最低限次のようなシステム構成が必要となった。

### (1) 基本コンセプト

当初、先物・オプションに代表される派生証券を組み合わせた新商品開発を行なうためのインフラの整備として計画されてきた。最終的には、インデックスファンドをはじめとする有価証券運用のサポートシステムとしての位置づけで当システムの開発に着手した。

以下に当システムの目的とするところを示す。

#### ①ミドルオフィスの業務支援

ディーリングシステムのようなフロントシステムでもなく、有価証券の権利保全、売買を管理するバックオフ

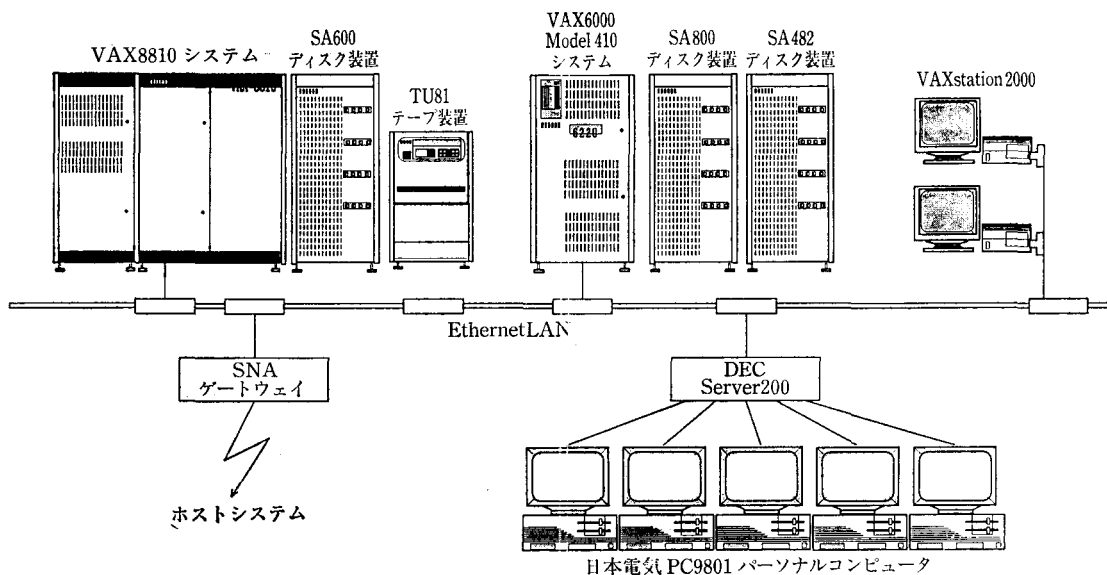


図 3 システム機器構成図

イスシステムでもない中間的なシステム。

②分析ニーズ（テーマ）のある人のためのシステム  
データベース検索メニューの他は、ユーザーフレンドリーなものではなく、主として 4GL を使ってユーザー自身が、分析、モデルの開発を行なうことを目的とする。

③柔軟なシステム

定型化されたシステムではなくデータとツールの整備に主眼を置いた「器」としての位置づけ。

(2) システム構成

①ハード構成

ミニコン VAX8810, VAX6410 を中心とした水平分散処理形態であり、VAX6410はデータベースサーバー、VAX8810は統計処理、シミュレーション用として使用している。

パソコン、ワークステーションを10数台、イーサネット LAN で接続する図 3 のような構成となっている。

ホストマシン（IBM社製）とも専用回線で接続しており日次ベースでデータベースの更新を行なっている。

②データベース

大部分のデータはリレーショナルDB（オラクル）で一元管理されており、ユーザーはSQL（構造化照会言語）を用いていろいろな角度からデータを検索、抽出することができる。定型的なものについてはメニュー画面により検索が可能となっている。

データベースは、外部情報DBとポートフォリオDB

の2つに大別できる。外部情報DBには、株式、債券等の市況データ、経済マクロ情報、財務データ等、投資分析に必要なと思われるものを網羅的に収集している。ポートフォリオDBには、年金、公的資金のデータが現在蓄積されており、リスク分析・パフォーマンス評価が可能となっている。合計で13ギガバイトの大容量となっている。図 4 のデータフローのようにホストマシンには投資分析システムの元データが保存されており、障害時には当該データをもとに修復可能なバックアップ機能を有する。

データベースの内容	容量
株式データ（10年分）	5.5
債券データ（5年分）	1.0
財務データ（5年分）	2.0
マクロデータ	0.5
ポートフォリオデータ	4.0
合計	13.0

単位：ギガバイト

③ソフトウェア

統計ツールとしては下記のソフトウェアを導入している。

- ・ 3GL      FORTRAN統計サブルーチン C, BASIC
- ・ 4GL      SAS

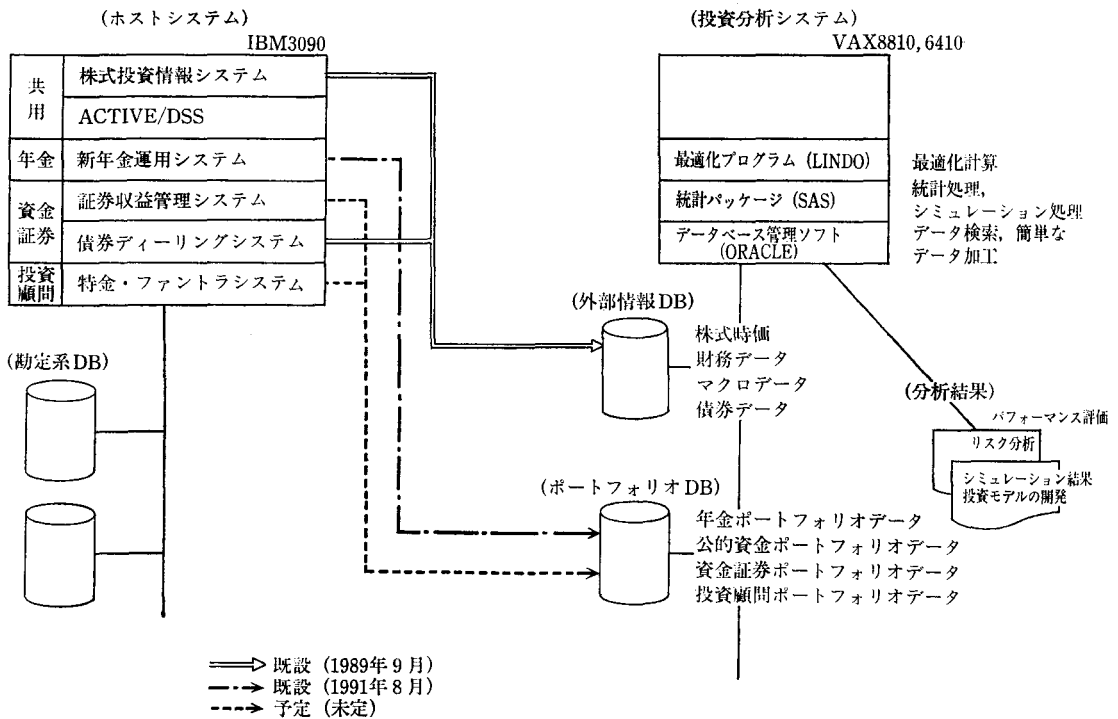


図 4 投資分析システム データフロー

・オブティマイザ LINDO, GINO

### (3) 数理計画法プログラムの動作環境

現状では、数理計画法プログラムが動作しているマシンはミニコン (VAX8810) に限られており、複数ユーザーが共用する構成をとっている。動作環境の詳細は以下のとおり。

動作マシン	ミニコン (VAX8810)
演算速度	6 MIPS
メモリ容量	120 MB
マルチユーザー数	10人程度

## 4. 今後の展開

### (1) システム面の整備

今さらいうまでもないが、昨今のコンピュータ技術の進歩はめざましいものがある。特にワークステーションの分野でこの傾向が強く、演算速度においては100mipsを超えるものもめずらしくないのが現状である。

UNIX系のRISCチップを搭載したワークステーション (演算速度:20MIPS, メモリー容量:20MB) を用いて、前述のインデックスフェンドモデルの動作テストを行なったが、計算時間は、ミニコンで5~6分を

要していたものが1分30秒程度に短縮でき、サイズも同種のモデルではないが、従来よりやや大きな問題が解けることが確認できた。

また、最近では、一部のユーザーの負荷が大きく、システム全体に影響をおよぼすこともたびたびおこっており、1台のミニコンでマルチユーザーをサポートする現在のシステム構成の弊害が顕在化してきた。

今後は、ミニコンはデータベースサーバーとして、統計処理、最適化計算、シミュレーション処理はワークステーション上で行なう垂直分散の方向へシステムを拡張することも緊急の課題となっている。

### (2) ソフト面

LINDO, GINOは、問題を無理に変形、変換することなくイメージどおりに記述することができる点に特徴があることは前に述べたが、この簡便さが初期段階ではきわめて重要である。投資モデルの開発のように、まずプロトタイプを作成し、試行錯誤を繰り返しながら徐々に完成品に近づけていくようなプロセスを経る処理では、プロトタイプを作成する際にできる限りイメージに沿った形で容易にモデル式を作成する必要があった。

現在もオブティマイザのツールとして利用しており、これらを使ったモデルは多い。

また、最近では最適化計算のアルゴリズムの研究も急速に進んでおり、より大きな問題がより速く解けるソフトウェアや最適化計算の方法論が数多く紹介されている。

当社においても、実用段階にある投資モデルのうち、定型化しているものについては、効率性を考え、それぞれの問題に応じたアルゴリズムの研究やソフトウェアの導入も検討すべきであろう。

また、投資モデルの開発面でも以下のような問題が生じている。

- ①繰り返し最適化計算を行なう頻度も増えており、その範囲や大きさを自由にコントロールすることが難しい。
- ②最適化計算の結果を次のステップで利用する場合、別のプログラムを介在させる必要がある。
- ③システムリソースを最大限に活用した大規模な最適化問題にトライすることができない。

汎用パッケージの場合、上記に関してきめ細かな対応がなされておらず、不便さを感じているのが現状である。NAG, OSLIB等、ライブラリー形式のものを導入し3GLに取り込むことも検討すべき時期にきているものと考ええる。

一方で、モデリングの生産性の向上も問題になっている。FORTRAN, BASICで記述したアプリケーションプログラムで計算した結果やSASで分析した結果と最適化プログラムのインタフェースが不十分であり、かなりの手間と時間を要しているのが現状である。3GL, 4GL, 最適化プログラムの中間に位置し、インタフェース機能の充実した4GL（またはエンドユーザー言語といわれているもの）の導入も今後の課題であろう。

児玉 正憲編

## 経済の情報と数理

高度情報化社会をむかえ、ますます高度化、複雑化する今日の社会経済現象の解明に情報の量・価値の理論や情報技術を用い、また数理的・計量的分析の基礎としての数学、統計学、OR等を利用する必要性が高まっている。本シリーズは、経済・経営学を学ぶうえに必要な数理の基礎知識を与え、また数理や情報が斯学で如何に応用されているかを解説した教科書・参考書群である。

### ⑥Sによる経営情報解析

時永祥三著/定価2987円/2月刊

米国AT&Tのベル研で開発され、UNIX下で稼動する会話型データ解析システムSの利用を中心に解説。Sの基本的機能、各種グラフィックスから多変量解析手順、時系列データ解析法、統計的検定法まで言及する。

### ⑦数理ファイナンス論

田畑吉雄著/4月刊

モダン・ファイナンスの本質である時間と不確実性の概念が各種証券に与える経済学的影響を数理的側面からの絞って考察し、ファイナンスで用いられる数学的手法の解説もあわせて行なう。

好評発売中

### ①線形数学

菊田健作著/定価2678円

大学文科系学生を対象に、線形代数の基礎とその応用としての線形計画法をわかりやすく解説。

### ②基本確率

玉置光司著/定価2472円

厳密な記述よりは直感に訴える記述を心掛け、多くの応用例を解くことにより、確率論的思考方に習熟する。

### ③基本数理統計学

児玉正憲著/定価3296円

数理統計学の基本的な考え方と手法を紹介する。厳密な証明は付録にゆずり、例によって理論を確認す。

### ④経済・経営分析のためのプログラミング

原田康平著/定価2369円

初学者を対象にBASICによるパソコン利用法の一端を紹介。統計解析、シミュレーション、数値計算に挑戦。

### ⑤経済のゲーム分析

村田省三著/定価2575円

基本的なゲーム分析の見通しのよさをもって経済分析に応用可能な個別理論をとらえてゆく。

発行=牧野書店 114 東京都北区西ヶ原3-60-18  
棟葉ビル3F・電話03(3949)0835

発売=星雲社 112 東京都文京区小石川5-19-25  
電話03(3947)1021・FAX 03(3947)1617