防災計画における最適化

青木　義次

1. はじめに

防災計画における最適化といっても，フィジカルな面での因果関係や災害に対する人々の認識の仕方もわからないことが多く，単純に数理的な最適化技法を応用するというわけにいかないことが多い．本稿では，むしろ防災計画の置かれた状況を率直に理解し，その中でどのような判断が可能かという視点に立ち，問題を定式化し解決する方法を示したい．

2. 具体的な防災計画の状況

2.1 規制誘導型防災計画の課題

議論が抽象的になりやすいので，具体的な防災計画の例をあげ，これを解決することを想定して論を展開したい．以下の例では，数字を単純化して示す．

A市では，防火上危険な木造密集市街地があり，その敷地面積合計は，1万 m^2 である．将来，都市計画的な規制をして，不燃化を進めてゆく必要に迫られている．つまり，建物が建て替わるときに，新設建物は現在の木造建物より燃えにくい建物でなければ建設を許可しないように規制することを考えている．この「燃えにくい建物」としては，法律上「耐火造」もしくは「防火造」といった大まかな分類があるが，この他にも，建物の開口部の形態や隣棟間隔などによって防火性能は異なってくる．きめの細かい規制をすることで，より安全で効率的な市街地を形成するようにしなければならない．

そこで，一定の防火性能を有する場合には，新設建物の建設を許可し，それ以下では許可しないという規制を考える．問題は，この防火性能の水準としてどのレベルが最適かというものである．

2.2 評価基準

ここで，評価規準としては，その地域で発生する災害から生じる人命損失と，その地域から得られる経済的利益のふたつがある．後者については，建築費用のうちの

あおき　よしつぐ　東京工業大学　工学部　建築学科
〒152 目黒区大岡山 2-12-1

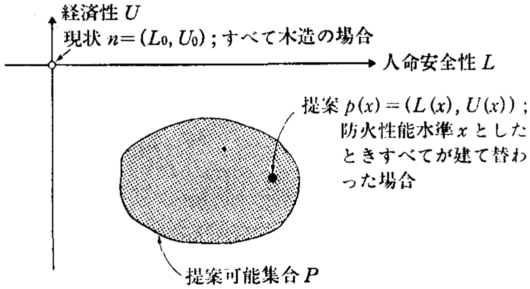

図 1　防災計画の評価空間

防火性能を確保するためのコストと災害にあった場合の資産（人命を除く）損失額がある．これ以外にも，金銭的利得が考えられるが無視できるものと考えてよい．また，建設コストと損失額は，一定の利子率のもとでまとめて，金銭評価できるので，（マイナスにもなりうるが）経済的利益はひとつの尺度で表わすことができる．

一方，人命損失については，後述するように，経済的利益の尺度に還元することはできないと考え，ここでは人命損失の発生確率という尺度を用いる．

すなわち経済的利益(金額)と人命損失の発生確率という2つの尺度で市街地の状態を評価する．つまり2次元の評価空間で判断することになる．また，今後の議論で考えやすくするため，人命損失の尺度を反転させて，人命安全性の尺度で計ることとすると，評価空間は，人命安全性 L と経済的利益 U の2次元空間となる．さらに，現状での人命安全性 L_0 と経済的利益 U_0 を原点として，市街地の状態を2次元空間の点で表わすことができる．

すべての建物が，防火性能の水準 x で作られているとしたとき，市街地の状態（以下，この状態を提案状態と呼ぶ）は，**図 1** のように表わすことができる．この水準 x が，現状と同じ，つまり木造のままであれば，図1の原点にとどまっていることになる．一般的には，木造よりも防火性能を高くするので，人命損失は少なくなり，人命安全性は現状の状態（図1の原点）よりも右側にくる．また，経済的利益は，防火性能を高めれば建設費用は大きくなり，被害額の方は小さくなるものの，全体としては現状に比べてマイナスになる．したがって，原点

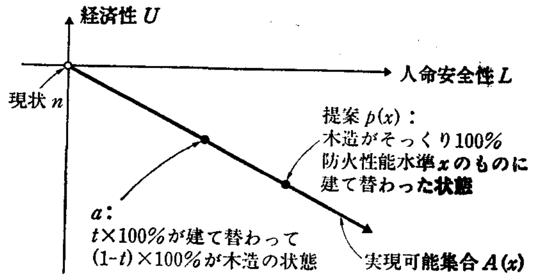

図 2　建て替えの割合の変化による状態の変化

よりも下側にくる．つまり，提案状態は2次元評価空間で第4象限に位置する．

この提案状態は，防火性能の水準xを変化させると人命安全性と経済的利益が変化するので，それぞれの値を$L(x)$，$U(x)$と表わすことにする．

現状と提案状態を評価空間でのベクトルとして表わせば

$$n=(L_0,\ U_0),\ p(x)=(L(x),\ U(x))$$

となる．

2.3　技術的・制度的制約

提案状態$p(x)$は，どんなものでも提案できるわけではなく，技術的・制度的・経済的制約からある範囲に限定をうけるので，この範囲を提案可能集合Pと呼ぶ．すなわち，

$$p(x)\in P$$

である．一般に防災水準xと評価空間での提案状態$p(x)$は，1対1対応と考えてよいので，提案可能集合Pからより望ましい提案状態$p(x)$を選択する問題と考えてよい．現状nと提案可能集合Pは評価空間上で図1のようになっている．

2.4　評価状態の変動性

他の最適問題と異なるのは，次のような点である．ある防火水準x（ある提案状態$p(x)$）を選択したとしても，直ぐに，$p(x)$という状態が実現されるわけではない．この地域の発展につれ新設建物は徐々に増加し，100%新規建物に建て替わったときに$p(x)$になるが，その途中段階では，図2のように，現状nから次第に変化し，提案状態$p(x)$に近づいてゆくと考えられる．新設建物の割合がtのときの状態aは，ほぼその割合で決まるので，

$$a=tp(x)+(1-t)n$$

と仮定できる．つまり，人命安全性と経済的利益が，それぞれ

$$tL(x)+(1-t)L_0,\ tU(x)+(1-t)U_0$$

となっている．

問題は，地域には各時点で人々が生きており，提案状態だけで安全だとわかっても意味がなく，現状から提案状態に至る各状態でも，より望ましいものでなくてはならない．つまり，評価空間での点$p(x)$を評価するのだけではなく，提案xのもとで徐々に変化する未来の状態のすべてについて評価する必要が生じる．提案xのもとでの未来の状態の集合を実現可能集合$A(x)$と呼ぶ．

市街地発展が進んでゆくと，高層化が起こり，現在の建物の床面積の合計より新規建物の床面積合計の方が大きくなることがある．こうした状況を考慮するため，図2のように$A(x)$は現状nから提案状態$p(x)$を通り，さらにその先に延長していると仮定する．

いずれにしても，新規建物の建設は，個人の建設行為がほとんどであり，計画側では予測すら難しい．新設建物の割合tを知ることは困難なのである．また，規制する防火性能の水準によっても新設建物の割合は変化するであろう．このことは，提案xと提案yとを比較する際，市街地の新設建物の状況を推測し，両提案のもとで実現される状態の評価空間での位置を推測し，これを比較してどちらの提案がよいかを決めることが絶望的であることを意味する．われわれには，各提案xに対して，ひとつの実現可能集合$A(x)$が決まるということだけしかわからないのであり，この実現可能集合$A(x)$を率直に比較判断するしかないのである．

ここで，現状のままということは計画しないことと同じであるので，これを除外して考えると，補助パラメータtは正の値をとると考えてよい．この条件のもとでは，防火水準をxとしたときの実現可能集合$A(x)$は，以下のようになる．

$$A(x)=\{a|a=tp(x)+(1-t)n,\ t>0\}$$

このとき，図2のように実現可能集合は，ひとつの提案に対して現状nからひとつの半直線になる．

上記の防火性能の義務水準xを決めるというわれわれの課題は，評価空間の集合$A(x)$を見ながら望ましい防火水準xを制約$p(x)\in P$を満たす中から選ぶことである．

3.　防災計画の一般的特徴

3.1　人命評価の問題

前項では，具体例をひとつやや詳細に記述したが，その中のいくつかの特徴はかなり一般的な点でもあることを説明しておきたい．より基本的な点については文献[1]

に述べてあるので参照されたい．

また，人命損失をなんらかの方法で金銭的に評価できないかという誘惑があるが，基本的にはできないとして考える方がよい．人命に対する補償額を人命損失の金銭評価と考える人もいるが，十分な補償額をもらっても殺されることを容認する人はいない．この問題の深刻なことは，生から死の過程があっても，死から生の過程がないことに尽きる．つまり，修復不可能性の問題なのである．このような場合，人命と金銭の代替性を想定することは困難であり，そうした意味で，防災計画の評価問題は多次元評価問題となる．先の例では，そのうち最も単純な2次元評価問題となっている．

3.2 評価状態の変動性

先の例では，評価対象が実現可能集合というように，評価空間の部分集合となっていた．通常の意思決定問題では，実現状態が複数考えられたとしても，それぞれの生起確率を考え，この期待値としての状況をひとつ考えるということが行なわれる．つまり，計画案xに対して，評価対象は評価空間でひとつの点 $p(x)$ として評価される．むしろ，このように確率を付与することで，数学的には評価空間がコンパクトな空間となることを保証したり，混合戦略のような凸集合の性質をフルに引き出すことも可能になったといってもよい．また，そのように考えづらい場合でも，資産選択問題のようにバラツキなどの変動要因そのものも評価軸のひとつとして繰り込むことで，評価対象は，評価空間のひとつの点に対応する．防災計画でも，このようなことが可能ではないのかという疑問があるかも知れない．しかし，以下のふたつの理由で，防災計画においては，評価対象を評価空間の点とみなすことは，慎重であるべきである．

防災計画を立案する中で，しばしば登場するのが「万が一，…ならばどうすべきか」という議論である．可能性はきわめて小さいが重大な被害を被る状況が，常に問題とされているのであり，単純に期待値のような議論にしてしまうと，このような視点が失われる危険があるのである．もうひとつの問題が，先に述べたように，計画案が提案されてからその実現までに多くの月日がかかるということであり，その途中の段階も問題とされるからである．

具体例に登場した特徴のいくつかが基本的な特徴でもあることを示したが，特に，評価対象が評価空間上で集合として判断せざるをえないという問題は，防災計画に限らないようにも思える．つまり，評価空間で評価対象を点として処理するこれまでの一般的な最適化技法や意思決定方法で定式化してしまったがゆえに無視されていたことが，他の分野の問題でもあるのではないかと考えられる．そうした場合には，防災計画という特殊な状況のもとで考えた以下で示す方法が，そうした問題を照射するきっかけになればと期待したい．

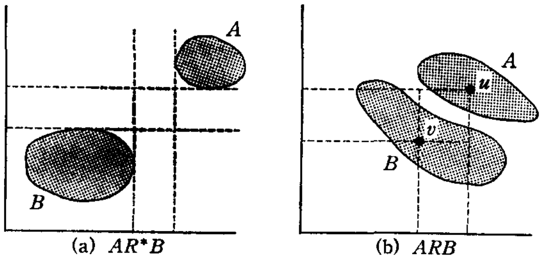

図 3 集合の関係

4. ふたつの集合の比較評価の方法

4.1 評価空間における支配概念の拡張

先の具体例の問題に戻ろう．これまで数理的方法にない問題，つまり提案水準xのもとでの実現される状態の集合，実現可能集合 $A(x)$ や他の水準yにおける実現可能集合 $A(y)$ についての比較という問題を検討しよう．すなわち，評価空間内の部分集合の比較という問題を定式化しておこう．

最初に，通常の評価空間に関することをまとめておこう．評価空間と称する以上，評価空間の点uをベクトルで表記したとき，各要素 u_i について順序関係＞および等号関係＝が定義されている．さらに，任意のふたつの点 u，v について，

$$\exists i\ [u_i > v_i] \text{ and } \forall j\ [u_j \geqq v_j]$$

が成立しているならば，uはvを支配していると言い，

$$u > v$$

と表記し（最初の各要素 u_i についての順序関係＞と同じ記号を用いているが前者がスカラーに対するものであるのに対し，これはベクトルに関する関係であることに注意），uをvより望ましいものとみなす．この支配の概念は，通常の評価の概念の基本となっているものである．

われわれの課題は，この評価空間における点についての支配概念を拡張して，集合についての順序概念を構築することである．つまり，集合 A，B に関して，

$$\boldsymbol{ARB}$$

なる関係$\boldsymbol{R}$が成立するとき，集合Bよりも集合Aの方を望ましいと判断できるような関係$\boldsymbol{R}$の概念を上記の支配

関係＞を利用して構築することである．

このような関係としては種々のものが考えられるが，あまり議論されていない．まず考えられるのが，

$$AR^{*}B \Leftrightarrow \forall u \in A,\ \ \forall v \in B\ [u>v]$$

として定義できる関係 R^{*} である．2次元の場合に，この関係を図示したものが，図3(a)である．しかし，このように厳しい関係が成立するのは，具体的問題の中では稀であり，われわれの問題のためには，もう少しゆるい関係が必要である．そこで，次の関係Rを定義する．

$$ARB \Leftrightarrow [\forall v \in B\ [\exists u \in \forall\ [u>v]]]$$
$$\text{and}\ [\forall u \in A\ [\exists v \in B\ [u>v]]]$$

直観的には，2次元評価空間では図3(b)のような関係である．この関係Rがわれわれの問題を考える場合に適切であるかどうか考えておこう．Aとしてxを提案したときの実現可能集合 $A(x)$，Bとしてyを提案したときの実現可能集合 $A(y)$ と考えてみる．関係Rの定義の前半は，

$$\forall v \in A(y)\ [\exists u \in A(x)\ [u>v]]$$

となり，yを提案して実現する状態vがどんなものであっても，それに対応して，提案xをしておけばより望ましいものuが存在していることを主張しており，提案yのもとでは，提案xをしておけばもっとよい状態uがありえたという「後悔」が残ることを意味している．後半は，

$$\forall u \in A(x)\ [\exists v \in A(y)\ [u>v]]$$

となり，逆に提案xのもとで実現する状態uがどんなものであって，もそれに対応して，提案yのもとではそれよりも望ましくない状態vがありえるということであり，提案x以外の提案yをすると，状態xのときより悪いが実現する可能性があることを意味している．こうした意味を考えると，上記の関係Rは一応われわれの期待にそっていると考えることができよう．この他にも関係Rとして種々のものが考えられるが，ここでは，上記で定義した関係Rを採用して，以下議論を進めたい．

4.2 拡張された最適性の概念

先の支配の概念を用いると，支配されることがない状態というものを考えることができるが，これをパレート最適と呼び，頻繁に用いられる．以下，上記で定義した関係Rをもとにパレート最適概念と類似した概念を定義しておく．

【定義：R最適性】 提案可能集合Pが与えられ，その各要素に対して実現可能状態集合 $A(x)$ が定義されるとき，x^{*} がR最適な提案であるとは，

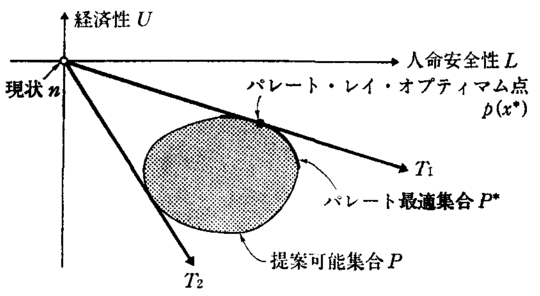

図 4　防災計画の最適性

$$A(x)RA(x^{*})$$
$$p(x) \in P,\ \ p(x^{*}) \in P$$

なるxが存在しないことである．

すなわち関係 R の意味で x^{*} よりも望ましいものが存在しなければ，それが最適であるということである．

4.3 パレート・レイ・オプティマム

R最適性の概念を効率的にわれわれの問題に適用するために，若干特殊な概念を定義しておく．

事例で述べたように，実現可能集合 $A(x)$ は半直線になっていた．図1を再び眺めてみると，現状nを原点とすると提案可能集合Pは第4象限にあり，図2に示すように実現可能集合 $A(x)$ は，右下がりの半直線になる．もしも，これが右上がりとなっていれば，原点から離れるほど原点に近いところを支配することとなり，自然と原点から離れたところが選択されてゆくので，わざわざ計画的な配慮など必要なくなってしまう．現実的には，図2のようになった場合が問題となるので，実現可能集合のうち，そうしたものだけを扱うため，明確な定義を与えておく．

【定義：パレート無差別半直線】 実現可能集合 $A(x)$ が原点をとおる半直線となっており，$A(x)$ 内のすべての点が $A(x)$ のパレート最適となっているとき，この集合 $A(x)$ をパレート無差別半直線と呼ぶ．

以上のもとで，パレート・レイ・オプティマムという概念が定義できる．

【定義：パレート・レイ・オプティマム】 すべての提案xについて，実現可能集合 $A(x)$ が原点nを通るパレート無差別半直線となる場合で，提案 x^{*} がR最適のとき，これをパレート・レイ・オプティマムという．

これまでの議論においては，$p(x^{*})$ が提案可能集合Pのパレート最適であることを要請していないが，パレート・レイ・オプティマムな点 x^{*} はすべてパレート最適となっていることが証明できる．詳しくは，文献［2］

を参照されたいが，パレート・レイ・オプティマムな点 x^* を見出す方法を示唆する命題を示しておきたい．

まず，現状 n と提案可能集合 P が与えられたときに，現状 n を頂点とし P を包む円錐 $C(n,P)$ を考える．

$$C(n,P)=\{a \mid a=tp(x)+(1-t)n,\ t\geqq 0,\ p(x)\in P\}$$
$$=\{a \mid a\in A(x),\ p(x)\in P\}\cup\{n\}$$

さらに，この円錐の境界を $\partial C(n,P)$ と表わす．また，提案可能集合 P におけるパレート最適集合を P^* と表わす．このとき，次の命題が得られる．

【命題1】 x^* をパレート・レイ・オプティマムな点とするとき，次の関係が成り立つ．

$$p(x^*)\in\partial C(n,P)\cap P^*$$

5. 防災計画における最適化

5.1 防災計画における最適化

具体例として示した防災計画の最適化問題について，上記のパレート・レイ・オプティマムの概念を適用してみよう．

命題1によってパレート・レイ・オプティマムな点 x^* に対応する評価空間上の点 $p(x^*)$ は，現状 n を頂点とする提案可能集合 P を包む円錐 $C(n,P)$ の境界にあることから，まず，この円錐を作る．評価空間が2次元であるので，この円錐は図3で nT_1 と nT_2 の間の領域ということになる．したがって，その境界 $\partial C(n,P)$ はふたつの半直線 nT_1 と nT_2 ということになる．一方，$p(x^*)$ は，提案可能集合のパレート最適集合 P^* にも含まれていることから，半直線 nT_1 と提案可能集合 P の接点ということになる．結局，図3のように，現状 n から提案可能集合 P に接線を引き，その接点を $p(x^*)$ とすれば，この点に対応する義務づけ防火水準 x^* がパレート・レイ・オプティマムな水準となる．

これまで議論してきたように，防火水準 x^* を提案しておけば，提案のもとで実現する状態が幅をもっていても，集合の比較関係 $\boldsymbol{R}$ で述べたような意味で望ましい案であることになる．

5.2 特定できないという情報の価値

上記までの議論を振り返ってみると，若干奇妙なことが生じている．通常，提案可能集合 P が与えられると，最適なものは，この集合のパレート最適集合にあると考えている．このパレート最適集合のうちのどの点がより望ましいかということに関しては判断のしようがない．

また，本稿の議論では，ある提案 x をしても，実現状態は評価空間上では $p(x)$ のような点になると限らず集合 $A(x)$ となってしまい，この実現可能集合 $A(x)$ の中から評価すべき点を特定できないというのが前提であった．

しかし，命題1によれば，われわれが望ましいものとして探究したパレート・レイ・オプティマムな点は，パレート最適集合 P^* をさらに限定した集合に属している．2次元評価空間の場合，図3のようにパレート最適集合 P^* は曲線部分になるのに対して適当な条件のもとで，パレート・レイ・オプティマムな点は唯1つの点となる．大雑把な言い方をすると，提案可能集合の次元 m に対して，パレート最適集合は m-1次元であり，パレート・レイ・オプティマムな点の集合は m-2次元となる．このような限定性がどこから生じたのかを考えてみると，これは，ひとつの提案 x に対して，実現状態が特定できなかったということから生じている．つまり，特定できないという事実が最適集合をより限定しているのである．やや大袈裟にいえば，全くわからないという事実があるということは，大変有用な情報なのである．

6. おわりに

防災計画という極めて特殊な問題の最適性の議論を紹介したが，これまでの一般的な方法をただ応用しようというのではなく，計画のおかれた状況というものを率直に見つめ，この状況に適した最適性の概念を構築することを試みた．こうした特殊な状況での概念は，定式化してみると，意外と一般的な側面をもっているように思え，全く異なる分野での応用を読者の方々に期待したい．

最後に，不備な原稿を査読され修正箇所をご教示いただいた編集者にお礼申しあげます．筆者のような特殊な分野の研究者がＯＲの専門研究者からご教示いただけるのもＯＲならではのことと感じました．

文献

1) 川越邦雄・青木義次：安全論，新建築学大系12建築安全論，彰国社，1983

2) 青木義次：計画の構造と手法，建築研究報告 No. 80，建設省建築研究所，1977