ファジィ解を考慮した対話型多目標計画法

高野 康浩，山口 俊和

1. はじめに

将来の計画を立案するとき，不確実な要因が伴なうために，目的関数や制約条件の係数を確定値で得ることが困難である場合，係数をあいまいなまま扱えるファジィ多目的計画法は，意思決定を助ける有効な手法の1つである．

ファジィ数理計画法には，種々のタイプの定式化および解法［1，8］があるが，その多くは解が非ファジィ数として得られるものである．初期の計画段階では計画案に対して，さまざまな角度から検討をしなければならない．たとえば，実行に移した場合に関係する部門に対して，あらかじめ原材料の調達や人員の確保などの準備を行なってもらったり意見を聞く必要がある．このような場合，非ファジィな解よりは，さまざまな可能性を含んだファジィな解の方が，得られる情報が多く利用価値が高いであろう．また，計画を実行するまでの期間内に，定式化の際に定量化できなかった要因等についても検討する必要があり，そのような場合にも有用であると考えられる．

決定変数がファジィ変数であるファジィ多目標計画問題としては，田中ら［2］によって提案されている方法がある．これは，ファジィ変数にかかる係数が，すべて非ファジィ数として与えられる多目標計画問題に対して，意思決定者に，式の両辺の差のファジィ数の「正である度合」を決定してもらい，その条件のもとで，変数のあいまいさ（幅）を最大にするように線形計画問題として定式化したものである．さらに，坂和ら［3］によって，ファジィ変数にかかる係数もファジィ数であるような多目的計画問題に対して，可能性と必然性の概念にもとづく4種類の指標を用いて，それぞれ4種類のファジィα実行可能性・ファジィγパレート最適性の概念が示されている．

これら2つの方法では，ファジィ変数の形状をあらかじめ仮定して定式化を行なっている．しかし，ファジィ変数の形状は，与えられたファジィ係数の影響を受けるものと考えられる．また，ファジィ数を非ファジィ数に変換するためのしきい値を入力する必要があるが，意思決定者にとってしきい値の決定は困難なものとなろう．

本論文では，ファジィ変数の形状を仮定せず，必要に応じて，ファジィ変数のあいまいさを取り除くことができ，目標計画法の付順方式や加重方式に相当する問題を扱えるようなファジィ多目標計画問題の定式化を行ない，意思決定者との対話形式によって満足解を導出する手法を提案する．

こうの　やすひろ，やまぐち　としかず　東京理科大学

受　理　92.4.16
再受理　92.6.26

2. モデルの設定

本研究で扱う問題は，目的関数と制約条件を同レベルで考え，係数がファジィ数である複数の目的関数をもつ無制約線形計画問題とし，意思決定者の

(1) 目的関数をだいたい B_i 以上にしたい
(2) 目的関数をだいたい B_i 以下にしたい
(3) 目的関数をだいたい B_i ぐらいにしたい

という3種類の目標を扱う．ここで，i を目的関数の添字，I_1，I_2，I_3 をそれぞれ3種類の目標の集合とし，以下の問題として設定する．

【FMOP】

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ij} \otimes \tilde{X}_j \gtrsim \tilde{B}_i \qquad (i \in I_1) \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ij} \otimes \tilde{X}_j \lesssim \tilde{B}_i \qquad (i \in I_2) \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ij} \otimes \tilde{X}_j \approx \tilde{B}_i \qquad (i \in I_3) \quad (3)$$

$$\tilde{X}_j \geqq 0 \qquad (j=1,2,\cdots,n) \quad (4)$$

ただし，$\tilde{A}_{ij}$，$\tilde{B}_i$ は L—R ファジィ数とし，以下のよ

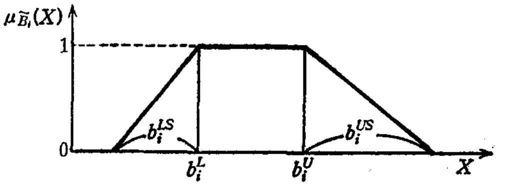

図 1　$\tilde{B}_i$ のメンバシップ関数

うに表わすものとする．

$$\tilde{A}_{ij}=(a_{ij}^L,\ a_{ij}^U,\ a_{ij}^{LS},\ a_{ij}^{US})_{LR} \tag{5}$$

$$\tilde{B}_i=(b_i^L,\ b_i^U,\ b_i^{LS},\ b_i^{US})_{LR} \tag{6}$$

$\tilde{B}_i$ のメンバシップ関数を図 1 に示す（$\tilde{A}_{ij}$ は省略）．

問題の構造を簡単にするために，

$$a_{ij}^L-L^{-1}(0)a_{ij}^{LS}\geqq 0 \tag{7}$$

とする．すなわち，$\tilde{A}_{ij}$ のいかなる要素も非負ではないということである．また，$\tilde{X}_j$ のいかなる要素も非負でないとする．このような条件を加えることにより，ファジィ数の積の演算が扱いやすくなる．

目的関数 i の要求水準 $\tilde{B}_i$ を，図 1 のようなメンバシップ関数として定め，目標ベクトル法［4］の考え方を導入して，$i\in I_1$ のときは，b_i^L を必要レベル，b_i^U を十分レベルと呼ぶことにする．$\tilde{B}_i$ が L—R ファジィ数であるということは，意思決定者が必要レベルと十分レベルを，はっきり定めることができない場合を想定している．また，$i\in I_2$ のときには，b_i^L は十分レベル，b_i^U が必要レベルになる．$i\in I_3$ のときには，I_3 を I_3^- と I_3^+ に分割して次式のように考える．

$$\tilde{B}_i^-\gtrsim\sum_{j=1}^n \tilde{A}_{ij}\otimes\tilde{X}_j \qquad (i\in I_3^-) \tag{8}$$

$$\sum_{j=1}^n \tilde{A}_{ij}\otimes\tilde{X}_j\lesssim\tilde{B}_i^+ \qquad (i\in I_3^+) \tag{9}$$

3. α レベル集合を用いた定式化

α レベル集合による閉区間を以下のように表わす．

$$A^\alpha=[a_L^\alpha,\ a_R^\alpha]=\{y\mid\mu_{\tilde{A}}(y)\geqq\alpha\} \tag{10}$$

(4)式および(7)式より，本論文における区間数の演算は，以下のように表わすことができる．

$$A_{ij}^\alpha\otimes X_j^\alpha=[a_{Lij}^\alpha x_{Lj}^\alpha,\ a_{Rij}^\alpha x_{Rj}^\alpha] \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^n A_{ij}^\alpha\otimes X_j^\alpha=[\boldsymbol{a}_{Li}^\alpha\boldsymbol{x}_L^\alpha,\ \boldsymbol{a}_{Ri}^\alpha\boldsymbol{x}_R^\alpha] \tag{12}$$

$$B_i^\alpha-\sum_{j=1}^n A_{ij}^\alpha\otimes X_j^\alpha=[b_{Li}^\alpha-\boldsymbol{a}_{Ri}^\alpha\boldsymbol{x}_R^\alpha,\ b_{Ri}^\alpha-\boldsymbol{a}_{Li}^\alpha\boldsymbol{x}_L^\alpha] \tag{13}$$

【FMOP】は，α レベル集合を用いることで，区間数 A_{ij}^α，B_i^α，$B_i^{-\alpha}$，$B_i^{+\alpha}$ と区間変数 X_j^α をもつ以下の問題に書き換えることができる．

【IMOP】

$$\sum_{j=1}^n A_{ij}^\alpha X_j^\alpha\geqq B_i^\alpha \qquad (i\in I_1) \tag{14}$$

$$\sum_{j=1}^n A_{ij}^\alpha X_j^\alpha\leqq B_i^\alpha \qquad (i\in I_2) \tag{15}$$

$$\sum_{j=1}^n A_{ij}^\alpha X_j^\alpha\geqq B_i^{-\alpha} \qquad (i\in I_3^-) \tag{16}$$

$$\sum_{j=1}^n A_{ij}^\alpha X_j^\alpha\leqq B_i^{+\alpha} \qquad (i\in I_3^+) \tag{17}$$

$$x_{Lj}^\alpha\geqq 0 \qquad (j=1,2,\cdots,n) \tag{18}$$

係数が区間で与えられた不等式を扱う方法として，石渕ら［5］の「不等式の成り立つ度合」がある．これは制約式の係数や右辺定数が区間数である線形の不等式に対して，左辺から右辺を引いた差の区間を考え，この差の区間が 0 以下である度合を，0 以上 1 以下の実数として表わし，意思決定者にこの度合を決定してもらうことで，通常の線形の制約式に変換する方法である．この「不等式の成り立つ度合」は，不等号の成立状態を線形のメンバシップ関数であらわしているというように解釈することができる．したがって，意思決定者に成り立つ度合を決定してもらうことは，不等号の成立状態を示すメンバシップ関数の α レベル集合を定めてもらうことに相当する．

目標計画法では，目的関数値と要求水準の差異に対して，リグレット関数を定めて問題を解く．上述の不等号の成立状態のメンバシップ関数は，この概念と共通する点がある．この不等号の成立状態を示すメンバシップ関数を，不等号のメンバシップ関数 $\mu_{Ei}^\alpha(\boldsymbol{x})$ と呼ぶ．

そこで，(14)～(17)式を以下のように変形する．

$$[b_{Li}^\alpha-\boldsymbol{a}_{Ri}^\alpha\boldsymbol{x}_R^\alpha,\ b_{Ri}^\alpha-\boldsymbol{a}_{Li}^\alpha\boldsymbol{x}_L^\alpha]\leqq 0 \qquad (i\in I_1) \tag{19}$$

$$[b_{Li}^\alpha-\boldsymbol{a}_{Ri}^\alpha\boldsymbol{x}_R^\alpha,\ b_{Ri}^\alpha-\boldsymbol{a}_{Li}^\alpha\boldsymbol{x}_L^\alpha]\geqq 0 \qquad (i\in I_2) \tag{20}$$

$$[b_{Li}^{-\alpha}-\boldsymbol{a}_{Ri}^\alpha\boldsymbol{x}_R^\alpha,\ b_{Ri}^{-\alpha}-\boldsymbol{a}_{Li}^\alpha\boldsymbol{x}_L^\alpha]\leqq 0 \qquad (i\in I_3^-) \tag{21}$$

$$[b_{Li}^{+\alpha}-\boldsymbol{a}_{Ri}^\alpha\boldsymbol{x}_R^\alpha,\ b_{Ri}^{+\alpha}-\boldsymbol{a}_{Li}^\alpha\boldsymbol{x}_L^\alpha]\geqq 0 \qquad (i\in I_3^+) \tag{22}$$

$$x_{Lj}^\alpha\geqq 0 \qquad (j=1,2,\cdots,n) \tag{23}$$

これにより，$i\in I_1$ のときの不等号のメンバシップ関数は次式のようにする（図 2 参照）．

$$\mu_{Ei}^\alpha(\boldsymbol{x})=\begin{cases}0\ ;\ b_{Li}^\alpha-\boldsymbol{a}_{Ri}^\alpha\boldsymbol{x}_R^\alpha>0\\ \dfrac{-b_{Li}^\alpha-\boldsymbol{a}_{Ri}^\alpha\boldsymbol{x}_R^\alpha}{b_{Ri}^\alpha-b_{Li}^\alpha+\boldsymbol{a}_{Ri}^\alpha\boldsymbol{x}_R^\alpha-\boldsymbol{a}_{Li}^\alpha\boldsymbol{x}_L^\alpha}\end{cases} \tag{24}$$

$$
\begin{cases}
 ;\ b^{\alpha}_{Li}-a^{\alpha}_{Ri}x^{\alpha}_{R}\leqq 0, \\
 \quad b^{\alpha}_{Ri}-a^{\alpha}_{Li}x^{\alpha}_{L}\geqq 0 \\
1\ ;\ b^{\alpha}_{Ri}-a^{\alpha}_{Li}x^{\alpha}_{L}<0
\end{cases}
$$

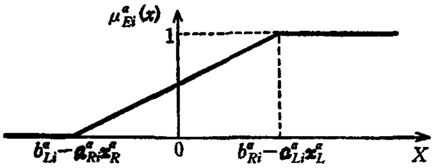

図 2　不等号のメンバシップ関数 ($i\in I_1$)

$i\in I_2$ のときの不等号のメンバシップ関数は次式のようにする（図3参照）.

$$
\mu^{\alpha}_{Ei}(x)=\begin{cases}
0\ ;\ b^{\alpha}_{Ri}-a^{\alpha}_{Li}x^{\alpha}_{L}<0 \\
\dfrac{b^{\alpha}_{Ri}-a^{\alpha}_{Li}x^{\alpha}_{L}}{b^{\alpha}_{Ri}-b^{\alpha}_{Li}+a^{\alpha}_{Ri}x^{\alpha}_{R}-a^{\alpha}_{Li}x^{\alpha}_{L}} \\
\quad ;\ b^{\alpha}_{Li}-a^{\alpha}_{Ri}x^{\alpha}_{R}\leqq 0, \\
\quad\quad b^{\alpha}_{Ri}-a^{\alpha}_{Li}x^{\alpha}_{L}\geqq 0 \\
1\ ;\ b^{\alpha}_{Li}-a^{\alpha}_{Ri}x^{\alpha}_{R}>0
\end{cases} \tag{25}
$$

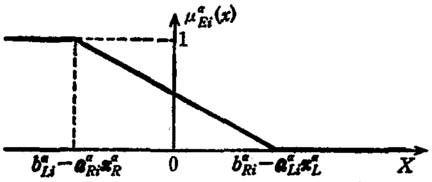

図 3　不等号のメンバシップ関数 ($i\in I_2$)

また，$i\in I_3$ のときの不等号のメンバシップ関数は，(8)，(9)式より図4のように表わすことができる.

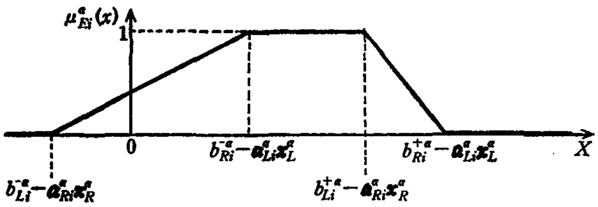

図 4　不等号のメンバシップ関数 ($i\in I_3$)

このように，不等号のメンバシップ関数を導入することによって目的関数間の基準化の必要がなくなる.

4.　対話形式による解法

意思決定者は，係数 $\tilde{A}_{ij}$ のメンバシップ関数値が1の部分が最も可能性が高いと考えている．そこで，$\alpha=1$ とした α レベル集合で対話形式により満足解を求め，この解をもとにして，$\alpha=1$ 以外の他の α レベル集合の解を求めることを考える．最小のメンバシップ関数を最大にするという Bellman と Zadeh の最大化決定［6］に従って，次の問題を考える.

【MMOP—1】

最大化　λ　(26)

制約条件

$\mu^{1}_{Ei}(x)\geqq\lambda \qquad (i\in I)$　(27)

$x^{1}_{Rj}-x^{1}_{Lj}\leqq\theta_j \qquad (j=1,2,\cdots,n)$　(28)

$x^{1}_{Rj}\geqq x^{1}_{Lj}\geqq 0 \qquad (j=1,2,\cdots,n)$　(29)

ただし，θ_j は α レベルにおけるしきい値で，$\theta_j\geqq 0$ である．また，$I=I_1\cup I_2\cup I_3^{-}\cup I_3^{+}$ とする.

この問題は，非線形計画問題となるが，2分法と2段階シンプレックス法の第1段階を併用することにより解くことができる［7］.

このような，メンバシップ関数の多目的最大化問題のパレート最適解の概念として，坂和［8］は，次のような，M—パレート最適解を定義している.

定義 1（M—パレート最適解）

【MMOP—1】において，$\mu^{1}_{Ei}(x)\geqq\mu^{1}_{Ei}(x^*)$，$i=1,2,\cdots,m$ で，しかも，ある j について $\mu^{1}_{Ej}(x)>\mu^{1}_{Ej}(x^*)$ となるような $x\in X$ が存在しないとき，$x^*\in X$ をM—パレート最適解と呼ぶ.

【MMOP—1】の解がM—パレート最適解であるかどうか，次の手順に従って調べる.

Step 1　$F=\phi$

Step 2　【MMOP—1】を解く.

Step 3　$\lambda_i=\mu^{1}_{Ei}(x)$　$(i\in I)$ とする.

Step 4　$\min_i \lambda_i$ となる i に対して，
$I=I\setminus\{i\}$，$F=F\cup\{i\}$，$\lambda_i{}^*=\lambda_i$
とする.

Step 5　次の問題を解く.

最大化　d^+　(30)

制約条件

$\mu^{1}_{Ei}(x)-d^+\geqq\lambda_i \qquad (i\in I)$　(31)

$\mu^{1}_{Ei}(x)\geqq\lambda_1{}^* \qquad (i\in F)$　(32)

$x^{1}_{Rj}-x^{1}_{Lj}\leqq\theta_j \qquad (j=1,2,\cdots,n)$　(33)

$x^{1}_{Rj}\geqq x^{1}_{Lj}\geqq 0 \qquad (j=1,2,\cdots,n)$　(34)

Step 6　$I=\phi$ ならば Step 7 へ．それ以外は，Step 3 へ戻る.

Step 7　$I=I_1\cup I_2\cup I_3^{-}\cup I_3^{+}$，$F=\phi$ として終了.

Step 5 の問題は，非線形計画問題となるが，d^{+} の値は，0以上1以下なので，【MMOP—1】と同様にして解くことができる．

意思決定者との対話の内容として，以下のような項目を考える．

（1） 付順方式による解法

経営計画問題では，目標間に優先順位がつけられる場合がある．最も優先順位の高い目標の添字を P_1 の集合に，次に優先順位の高い目標の添字を P_2 の集合に，以後 $P_3, P_4, \cdots, P_r$ にそれぞれ属するものとする．目標間に優先順位がつけられない場合には，すべての目標が最も優先順位が高いものとして扱えばよいので，【MMOP—1】を次のように書き換える．

【MMOP—1】

最大化　λ　(35)

制約条件

$$\mu_{Ej}^{1}(x) \geqq \lambda \quad (i \in P_o) \tag{36}$$

$$\mu_{Ei}^{1}(x) \geqq 0 \quad (i \in P_f) \tag{37}$$

$$\mu_{Ei}^{1}(x) \geqq \lambda_i{}^{*} \quad (i \in P_k) \tag{38}$$

$$x_{Rj}^{1} - x_{Lj}^{1} \leqq \theta_j \quad (j=1,2,\cdots,n) \tag{39}$$

$$x_{Rj}^{1} \geqq x_{Lj}^{1} \geqq 0 \quad (j=1,2,\cdots,n) \tag{40}$$

ただし，$I = P_1 \cup P_2 \cup \cdots \cup P_r$，$k < o < f$ とする．

この問題は，次のような手順で解く．

Step 1　$o=1$ とする．

Step 2　【MMOP—1】を解く．

Step 3　M—パレート最適解のテストをする．

Step 4　$\lambda_i{}^{*} = \mu_{Ei}^{1}(x)$ とする．

Step 5　$o=o+1$ とし，$o>r$ ならば終了し，それ以外なら Step 2 へ戻る．

（2） 加重方式に相当する解法

目標計画法では，各目的関数と要求水準の差異の加重和を最小にする定式化がなされている．また，フレキシブル計画法においても，凸オペレータが提案されている．そこで，本論文でも同様の考え方を導入する．

【MMOP—1】において，不等号のメンバシップ関数を凸オペレータを用いて定式化すると，問題の構造が複雑になってしまう．また，凸オペレータで解かれた問題は，必ずしもウェイトどおりの結果が導かれるわけではない．

そこで，十分レベルを仮想的に増加減することで不等号のメンバシップ関数のウェイトづけを行なう．仮想的な増加減とは，【MMOP—1】の計算は仮想的な十分レベルで行ない，不等号のメンバシップ関数の計算はもとの十分レベルで行なうことで，結果的には目的関数間のウェイトを変化させていることになるのである．十分レベルを仮想的に増加させることは，ウェイトを大きくすることに，仮想的に減少させることは，ウェイトを小さくすることにそれぞれ対応する．このような手法を用いることで，結果的に凸オペレータと同じ役割を果たすことができるものと考える．

目標計画法では，付順と加重の併用の利点も知られているが，先に述べた(1)と併用することで，同様の効果を得ることができる．

（3） しきい値 θ_j の値の変更

θ_j の値を0とすることで，非ファジィ変数として扱うことができる．一方，ファジィ変数として扱う場合には，まず，きわめて大きな正の実数を与えて解を求め，そのファジィ解の幅が非現実的な場合は，意思決定者が妥当と思う θ_j に変更する．

（4） 不等号のメンバシップ関数の固定

ある不等号のメンバシップ関数値をある値以上にしたい場合には，次式を【MMOP—1】に加える．

$$\mu_{Ei}^{1}(x) \geqq \lambda_i^{F} \quad (i \in FI) \tag{41}$$

ただし，$I \cap FI = \phi$ とする．

また，λ_i^F の値を段階的に増加減することで，他の不等号のメンバシップ関数に与える影響を知ることができる．

（5） リスク区間の計算

ファジィ係数には，現時点でははっきりと定めることができないが，いずれはある非ファジィ係数になるものがある．したがって，現時点での意思決定はなんらかのリスクを含んでいるわけである．そこで，ファジィ係数が，意思決定者にとって，最悪になった場合と最善になった場合の不等号のメンバシップ関数値を区間で表わし，意思決定の参考にする．

$a_{Li}^{1} x_L^{1}$ の増加分を Δ_{Li}，$a_{Ri}^{1} x_R^{1}$ の減少分を Δ_{Ri} とすれば，不等号のメンバシップ関数値 λ_i は $\lambda_i + \Delta\lambda_i$ になる．ただし，$\Delta\lambda_i$ は以下の式で求められる．

① $i \in I_1$ のとき

$$\Delta\lambda_i = \{\Delta_{Li}(-b_{Li}^{1} + a_{Ri}^{1} x_R^{1}) + \Delta_{Ri}(-b_{Ri}^{1} + a_{Li}^{1} x_L^{1})\} / \{(b_{Ri}^{1} - b_{Li}^{1} + a_{Ri}^{1} x_R^{1} - a_{Li}^{1} x_L^{1} - \Delta_{Li} - \Delta_{Ri})(b_{Ri}^{1} - b_{Li}^{1} + a_{Ri}^{1} x_R^{1} - a_{Li}^{1} x_L^{1})\} \tag{42}$$

ここで，

$\Delta\lambda_i{}^{-}$: $\Delta_{Li}=0$，$\Delta_{Ri} = a_{Rt}^{1} x_R^{1} - a_{Li}^{1} x_L^{1}$

$\Delta\lambda_1^{+}: \Delta_{Li}=a^1_{Ri}x^1_R-a^1_{Li}x^1_L,\ \Delta_{Ri}=0$

である.

② $i\in I_2$ のとき

$$\Delta\lambda_i=\{\Delta_{Li}(b^1_{Li}-a^1_{Ri}x^1_R)+\Delta_{Ri}(b^1_{Ri}-a^1_{Li}x^1_R)\}/\{b^1_{Ri}-b^1_{Li}+a^1_{Ri}x^1_R-a^1_{Li}x^1_L-\Delta_{Li}-\Delta_{Ri})(b^1_{Ri}-b^1_{Li}+a^1_{Ri}x^1_R-a^1_{Li}x^1_L)\} \quad (43)$$

ここで,

$\Delta\lambda_i^{-}: \Delta_{Li}=a^1_{Ri}x^1_R-a^1_{Li}x^1_L,\ \Delta_{Ri}=0$

$\Delta\lambda_i^{+}: \Delta_{Li}=0,\ \Delta_{Ri}=a^1_{Ri}x^1_R-a^1_{Li}x^1_L$

である.

リスク区間は以下のように計算する.

$$\lambda_{Li}=\max\{0,\ \lambda_i+\Delta\lambda_i^{-}\} \quad (44)$$

$$\lambda_{Ri}=\min\{1,\ \lambda_i+\Delta\lambda_i^{+}\} \quad (45)$$

5. 他の α レベル集合への拡張

意思決定者は，どの α レベル集合においても，不等号のメンバシップ関数値が等しいことを望んでいる場合を考える．意思決定者にとっては，$\alpha=1$ で得られた結果が最も可能性が高いと考えているので，4章で求めた満足解から計算される不等号のメンバシップ関数値を基準に考える．このような観点から，どの α レベル集合においても，不等式のメンバシップ関数値が等しいという条件を少しゆるめた以下のファジィ不等号の定義を提案する．

定義 2（ファジィ不等号）

複数の任意の α レベル集合における不等号のメンバシップ関数値が，すべて $\alpha=1$ で得られた不等号のメンバシップ関数値以上であるとき，“$\gtreqqless$”，“$\lesseqqgtr$”は成立しているとする．

任意の α レベル集合を降順に拡張しながら，定義2を用いると，目的関数の係数や要求水準のあいまいさによって，凸ファジィ集合［8］に属するようなファジィ解を求めることができる．また，与えられた数値では，実行可能解が存在しない場合が考えられるので，そのような場合には，数値を変更することで，定義2を満たすことができるかどうかを情報として，意思決定者に示す．

満足解を x^* とし，以下の手順に従って，意思決定者との対話によって，他の α レベル集合に拡張する．

Step 1 $\alpha'=1,\ \lambda_i=\mu^1_i(x^*)$ とする．

Step 2 意思決定者に調べたい α レベル $(0\leqq\alpha<\alpha')$ を決定してもらう．

Step 3 しきい値 θ_j を必要ならば変更する．ただし，$\theta_j\geqq x^{\alpha'}_{Rj}-x^{\alpha'}_{Lj}$ を満たすこととする．

Step 4 次の問題を解く．

【MMOP—α】

$$\text{最小化}\quad P_1d^{-}+P_2\eta \qquad (P_1\gg P_2) \quad (46)$$

制約条件

$$\mu^{\alpha}_i(x)+d^{-}\geqq\lambda_i \qquad (i\in I) \quad (47)$$

$$x^{\alpha}_{Rj}-x^{\alpha}_{Lj}\leqq\eta \qquad (j=1,2,\cdots,n) \quad (48)$$

$$x^{\alpha}_{Rj}-x^{\alpha}_{Lj}\leqq\theta_j \qquad (j=1,2,\cdots,n) \quad (49)$$

$$x^{\alpha}_{Lj}\leqq x^{\alpha'}_{Lj} \qquad (j=1,2,\cdots,n) \quad (50)$$

$$x^{\alpha}_{Rj}\geqq x^{\alpha'}_{Rj} \qquad (j=1,2,\cdots,n) \quad (51)$$

$$x^{\alpha}_{Rj}\geqq x^{\alpha}_{Lj}\geqq0 \qquad (j=1,2,\cdots,n) \quad (52)$$

Step 5 定義2を満足しない i に対して，次のいずれかの問題を意思決定者に選択してもらう．

(1) $i\in I_1$ のとき

$$\Delta=(1-\lambda_1)b^{\alpha}_{Li}+\lambda_ib^{\alpha}_{Ri}-\{\lambda_ia^{\alpha}_{Li}x^{\alpha}_L+(1-\lambda_i)a^{\alpha}_{Ri}x^{\alpha}_R\} \quad (53)$$

① α レベル集合における必要レベルの変更

$\lambda_i\neq1$ ならば，$b^{\alpha}_{Li}-\Delta/(1-\lambda_i)$ を新しい b^{α}_{Li} とする．$\lambda_i=1$ のときは，必要レベルの変更では，定義2を満たすことはできない．

② α レベル集合における十分レベルの変更

$\lambda_i\neq0$ ならば，$b^{\alpha}_{Ri}-\Delta/\lambda_i$ を新しい b^{α}_{Ri} とする．$\lambda_i=0$ のときは，十分レベルの変更では，定義2を満たすことはできない．

③ α レベル集合における目的関数の係数の変更

目的関数の係数の左側の広がりを大幅に変更しなくても済むように，次の線形計画問題を解く．

$$\text{最小化}\quad P_1y_{n+2}+P_2y_{n+1} \qquad (P_1\gg P_2) \quad (54)$$

制約条件

$$\lambda_i\sum_{j=1}^{n}x^{\alpha}_{Lj}y_j+\lambda_iy_{n+2}\geqq\Delta \quad (55)$$

$$y_{n+2}\leqq b^{\alpha}_{Ri}-b^{\alpha'}_{Ri} \quad (56)$$

$$y_j/a^{LS}_{ij}\leqq y_{n+1} \qquad (j=1,2,\cdots,n) \quad (57)$$

$$y_j\leqq a^{\alpha'}_{Lij}-a^{\alpha}_{Lij} \qquad (j=1,2,\cdots,n) \quad (58)$$

$$y_j\geqq0 \qquad (j=1,2,\cdots,n) \quad (59)$$

以上の結果より，$a^{\alpha}_{Lij}+y_j$ を新しい a^{α}_{Lij} とする．また，$y_{n+2}\neq0$ のときは，$b^{\alpha}_{Ri}-y_{n+2}$ を新しい b^{α}_{Ri} とする．

(2) $i\in I_2$ のとき

$$\Delta=(1-\lambda_i)a^{\alpha}_{Li}x^{\alpha}_L+\lambda_ia^{\alpha}_{Ri}x^{\alpha}_R-\{\lambda_ib^{\alpha}_{Li}+(1-\lambda_i)b^{\alpha}_{Ri}\} \quad (60)$$

① α レベル集合における必要レベルの変更

$\lambda_i \neq 1$ ならば，$b^\alpha_{Ri} + \Delta/(1-\lambda_i)$ を新しい b^α_{Ri} とする．$\lambda_i = 1$ のときは，必要レベルの変更では，定義 2 を満たすことはできない．

② α レベル集合における十分レベルの変更

$\lambda_i \neq 0$ ならば，$b^\alpha_{Li} + \Delta/\lambda_i$ を新しい b^α_{Li} とする．$\lambda_i = 0$ のときは，十分レベルの変更では，定義 2 を満たすことはできない．

③ α レベル集合における目的関数の係数の変更

目的関数の係数の右側の広がりを大幅に変更しなくても済むように，次の線形計画問題を解く．

最小化 $P_1 y_{n+2} + P_2 y_{n+1}$

$$(P_1 \gg P_2) \tag{61}$$

制約条件

$$\lambda_i \sum_{j=1}^{n} x^\alpha_{Rj} y_j + \lambda_i y_{n+2} \geqq \Delta \tag{62}$$

$$y_{n+2} \leqq b^{\alpha'}_{Li} - b^\alpha_{Li} \tag{63}$$

$$y_j / a^{US}_{ij} \leqq y_{n+1} \qquad (j=1,2,\cdots,n) \tag{64}$$

$$y_j \leqq a^\alpha_{Rij} - a^{\alpha'}_{Rij} \qquad (j=1,2,\cdots,n) \tag{65}$$

$$y_j \geqq 0 \qquad (j=1,2,\cdots,n) \tag{66}$$

以上の結果より，$a^\alpha_{Rij} - y_j$ を新しい a^α_{Rij} とする．また，$y_{n+2} \neq 0$ のときは，$b^\alpha_{Li} + y_{n+2}$ を新しい b^α_{Li} とする．

Step 6　他の α レベル集合へ拡張する場合 Step 2 へ，その他は終了

本論文で提案した解法の全体のフローチャートを**図 5** に示す．

6. 数 値 例

次のような 5 つの目的関数をもつ問題を考える．

$$(70,\ 75,\ 5,\ 6)_{LR} \otimes \tilde{X}_1 \oplus (50,\ 60,\ 3,\ 4)_{LR} \otimes \tilde{X}_2 \underset{\sim}{\geqq} \tilde{B}_1 \tag{67}$$

$$(100,\ 102,\ 2,\ 2)_{LR} \otimes \tilde{X}_1 \oplus (110,\ 115,\ 2,\ 2)_{LR} \otimes \tilde{X}_2 \underset{\sim}{\geqq} \tilde{B}_2 \tag{68}$$

$$(15,\ 15,\ 1,\ 1)_{LR} \otimes \tilde{X}_1 \oplus (10,\ 10,\ 1,\ 1)_{LR} \otimes \tilde{X}_2 \underset{\sim}{\leqq} \tilde{B}_3 \tag{69}$$

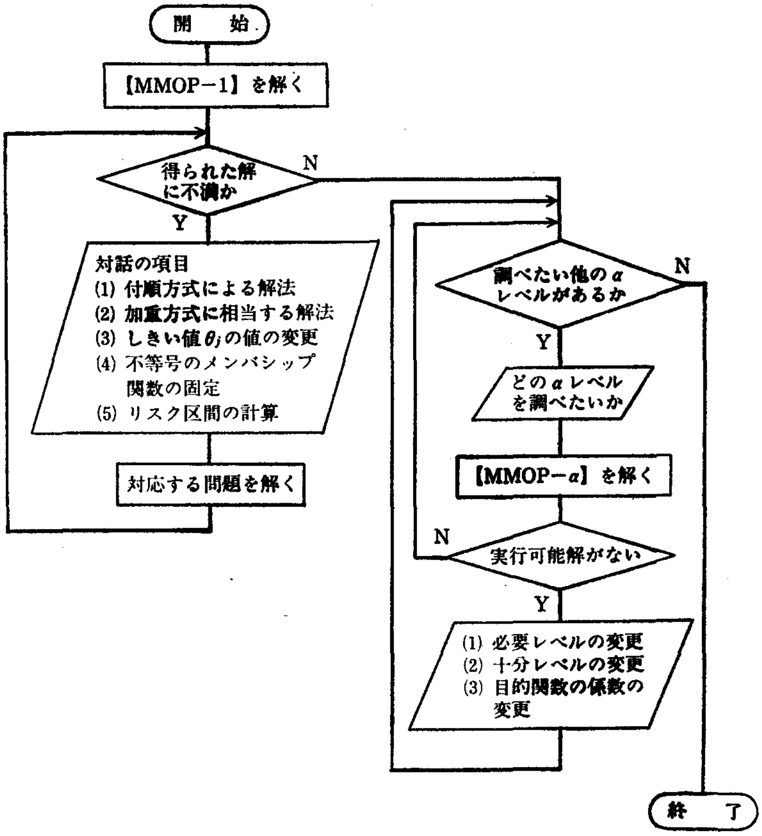

図 5　解法のフローチャート

$$(20,\ 20,\ 1,\ 1)_{LR} \otimes \tilde{X}_1 \oplus (10,\ 10,\ 1,\ 1)_{LR} \otimes \tilde{X}_2 \underset{\sim}{\leqq} \tilde{B}_4 \tag{70}$$

$$(5,\ 5,\ 0,\ 0)_{LR} \otimes \tilde{X}_1 \underset{\sim}{=} \tilde{B}_5 \tag{71}$$

ただし，ファジィ数の reference 関数 L, R は，

$$L(r) = R(r) = 1 - r \tag{72}$$

とする．また，

$P_1 = \{1,\ 2,\ 4,\ 5\}$, $P_2 = \{3\}$

とする．

(71)式は，次の 2 式に分けて考える．

$$(5,\ 5,\ 0,\ 0)_{LR} \otimes \tilde{X}_1 \underset{\sim}{\geqq} \tilde{B}_5^{-} \tag{73}$$

$$(5,\ 5,\ 0,\ 0)_{LR} \otimes \tilde{X}_1 \underset{\sim}{\leqq} \tilde{B}_5^{+} \tag{74}$$

このとき，意思決定者は，各要求水準を以下のように定めたとする．

$$\tilde{B}_1 = (1400,\ 1800,\ 100,\ 50)_{LR} \tag{75}$$

$$\tilde{B}_2 = (2500,\ 3000,\ 100,\ 50)_{LR} \tag{76}$$

$$\tilde{B}_3 = (300,\ 330,\ 5,\ 10)_{LR} \tag{77}$$

$$\tilde{B}_4 = (350,\ 380,\ 5,\ 5)_{LR} \tag{78}$$

$$\tilde{B}_5^{-} = (60,\ 70,\ 0,\ 0)_{LR} \tag{79}$$

$$\tilde{B}_5^{+} = (70,\ 80,\ 0,\ 0)_{LR} \tag{80}$$

$\theta_1=\theta_2=0$ として，【MMOP—1】を解くと以下の解と**表1**の結果が得られる．

$X_1^1=[12.56,\ 12.56]$, $X_2^1=[12.03,\ 12.03]$

ただし，(71)式の不等号のメンバシップ関数 $\mu_{E5}^{\alpha}(\boldsymbol{x})$ は，(73)，(74)式の不等号のメンバシップ関数をそれぞれ $\mu_{E6}^{\alpha}(\boldsymbol{x})$，$\mu_{E7}^{\alpha}(\boldsymbol{x})$ とすれば，

$$\mu_{E5}^{\alpha}(\boldsymbol{x})=\min(\mu_{E6}^{\alpha}(\boldsymbol{x}),\ \mu_{E7}^{\alpha}(\boldsymbol{x})) \tag{81}$$

として表わされる．

ここで，意思決定者は $\mu_{E2}^{\alpha}(\boldsymbol{x})$ をもう少し大きくしたいと考え，b_2^U を3300に引き上げた（**表2**）．

$X_1^1=[12.45,\ 12.45]$, $X_2^1=[12.43,\ 12.43]$

次に，$\mu_{E5}^{1}(\boldsymbol{x})$ をもう少し緩和してもいいと考えて，不等号のメンバシップ関数を徐々に減少させた（**表3**）．

$\mu_{E1}^{1}(\boldsymbol{x})$，$\mu_{E2}^{1}(\boldsymbol{x})$ のリスク区間の上限が0.7，0.4以上になるまで，$\mu_{E5}^{1}(\boldsymbol{x})$（$=0.210$）を緩和することにして，このときの

$X_1^1=[12.42,\ 12.42]$, $X_2^1=[12.48,\ 12.48]$

を満足解とした．

次に，他の α レベル集合に拡張することにする．$\theta_1=\theta_2=5$ とし，α レベルを0.1ずつ減少させると，**図6**，**図7**のようなファジィ解が得られる．

7. おわりに

本論文で提案した解法の特徴をまとめると以下のようになる．

① ファジィ係数によってファジィ解が得られる．ファジィ解から，以後の意思決定にとって有用な情報が得られる．

② θ_j の値を0にすることで，非ファジィ変数として扱うことができる．

③ 目標計画法で用いられている付順方式や加重方式に相当する問題を扱うことができる．

④ リスク区間を意思決定者に示すことで，現在の解を選択した場合のリスクを判断できる．

⑤ 目的関数の係数を非ファジィ数，決定変数も非ファジィ変数とし，要求水準のメンバシップ関数を区間型とすれば，この問題は，目標ベクトル法，およびフレキシブル計画法［1］と同一の問題となる．

⑥ 他の α レベル集合に拡張したとき，定義2を満たさない場合，要求水準，目的関数の係数をどれだけ変更すればよいのかを意思決定者に示すことができるので，以後の情報収集の手助けとなる．

表1 1回目の結果

目的関数	メンバシップ関数値	リスク区間	目的関数値
1	0.453	[0.202, 0.660]	[1480.86, 1663.96]
2	0.282	[0.159, 0.330]	[2579.49, 2664.76]
3	0.709	[0.709, 0.709]	[308.73, 308.73]
4	0.282	[0.282, 0.282]	[371.55, 371.55]
5	0.282	[0.282, 0.282]	[62.82, 62.82]

表2 2回目の結果

目的関数	メンバシップ関数値	リスク区間	目的関数値
1	0.476	[0.232, 0.698]	[1492.86, 1679.39]
2	0.339	[0.224, 0.398]	[2612.05, 2699.09]
3	0.633	[0.633, 0.633]	[311.02, 311.02]
4	0.224	[0.224, 0.224]	[373.27, 373.27]
5	0.224	[0.224, 0.224]	[62.24, 62.24]

表3 3回目以降の結果

	3回目		4回目		5回目		6回目	
目的関数	メンバシップ関数値	リスク区間	メンバシップ関数値	リスク区間	メンバシップ関数値	リスク区間	メンバシップ関数値	リスク区間
1	0.477	[0.232, 0.699]	0.477	[0.233, 0.700]	0.478	[0.234, 0.702]	0.479	[0.235, 0.703]
2	0.341	[0.226, 0.400]	0.343	[0.229, 0.403]	0.347	[0.233, 0.407]	0.350	[0.236, 0.411]
3	0.632	[0.632, 0.632]	0.631	[0.631, 0.631]	0.630	[0.630, 0.630]	0.628	[0.628, 0.628]
4	0.225	[0.225, 0.225]	0.228	[0.228, 0.228]	0.230	[0.230, 0.230]	0.232	[0.232, 0.232]
5	0.220	*[0.220, 0.220]	0.210	*[0.210, 0.210]	0.200	*[0.200, 0.200]	0.190	*[0.190, 0.190]

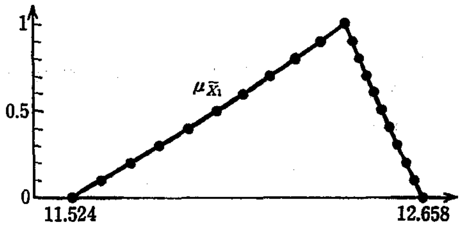

図 6　ファジィ解 $\tilde{x}_1$

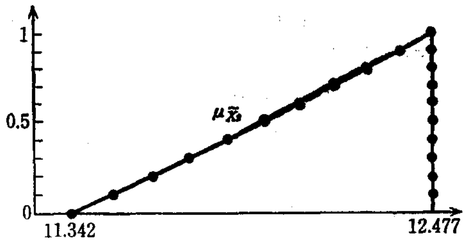

図 7　ファジィ解 $\tilde{x}_2$

⑦　α レベル集合によって作られる区間の上下限の両方を用いて，不等号のメンバシップ関数を作るので，係数の形状の違いが計算結果に反映される．

参考文献

[1] Inuiguchi, M., Ichihashi, H. and Tanaka, H.: "Fuzzy Programming: A Survey of Recent Development", Stochastic versus Fuzzy Approaches to Multiobjective Programming under Uncertainty (eds. R. Slowinski and J. Teghem), Kluwer Academic Publisher, pp. 45-68 (1990).

[2] 田中央夫，浅居喜代治："ファジィ関数による線形計画問題の定式化"，システムと制御，pp. 351-357, Vol. 25, No. 6 (1981).

[3] 坂和正敏，矢野　均："ファジィ変数とファジィパラメータを含む多目的線形計画問題に対する実行可能性とパレート最適性"，日本ファジィ学会誌，pp. 102-113, Vol. 2, No. 4 (1990).

[4] 伏見多美雄，福川忠昭，山口俊和：「経営の多目標計画」，森北出版（1987）.

[5] 石渕久夫，田中英夫："区間係数を持つ線形計画問題の定式化とその解析"，日本経営工学会誌，pp. 320-329, Vol. 40, No. 5 (1989).

[6] Bellman, R. E. and Zadeh, L. A.: "Decision Making in a Fuzzy Environment", Management Science, pp. B 141-B 164, Vol. 17, No. 4 (1970).

[7] 坂和正敏："多目的線形計画問題に対する対話型ファジィ意思決定手法とその応用"，電気通信学会論文誌，pp. 1182-1189, Vol. J 65-A, No. 11 (1982).

[8] 坂和正敏：「ファジィ理論の基礎と応用」，森北出版（1989）.

会合記録

9月17日	（木）	編集委員会	10名
9月24日	（木）	庶務幹事会	7名
〃		研究普及委員会	10名
9月28日	（月）	理事会	14名
10月3日	（土）	名簿刊行委員会	5名
10月16日	（金）	学会運営検討委員会	4名
10月19日	（月）	国際委員会	8名
10月20日	（火）	編集委員会	13名

第3回理事会議題（4－9－28）

1. 平成4年度第2回理事会議事録の件
2. 入退会の件
3. 第10回学生論文賞推薦の件
4. 国際会議の件
5. 平成4年度春季研究発表会収支決算報告の件
6. 第28回シンポジウム終了報告の件
7. 平成4年度秋季研究発表会終了報告の件
8. 経営工学研連シンポジウム終了・収支決算報告の件
9. 秋季支部長会議終了報告の件