ニューラルネットワークと予測

安達 雅春, 合原 一幸

1. はじめに

非線形システムにおける時系列データ，特にカオス［1］的な時系列データに関しては一般に長期予測は不可能である．しかし，短期の予測に限れば，観測で得られた時系列データを用いて，対象システムの同定を行なうことによってかなりの精度の予測が可能である．このような「決定論的非線形予測」の研究は最近大きく進展しているが［2］，本稿では，システム同定手法として，階層型人工ニューラルネットワークにバックプロパゲーション学習則［3］を適用したネットワークモデル（以下，BPニューラルネットワークと記述）を用いる手法［4］［5］について紹介する．

2. 予測手法および評価法

本章では標準的なBPニューラルネットワークを用いたカオス的時系列の短期予測について概説する．この手法は，既知の時系列データの1タイムステップごとの写像をBPニューラネルットワークに学習させることにより対象システムの非線形ダイナミックスを推定し，これをもとに時系列データの短期予測を行なうものである．

2.1 予測手法

一般に，N次元の力学系から観測できるデータの次元dは，$d<N$となることが多く，最悪の場合には$d=1$となる．このような場合，「Takens の埋め込み定理」［6］にもとづいて，適当な次元DとラグLの時間シフト座標軸を用いて，もとのN次元相空間上のアトラクタを位相的に保存したアトラクタを再構成する必要がある．

はじめに，時系列データ学習過程において，与えられた時系列データ $x(t)(t=0,1,2,\cdots,n-1)$ を次元D，ラグLの時間シフト空間に埋め込むと，$(n-(D-1)L)$ 個のベクトル

$$V(\tau)(\tau=0,1,2,\cdots,m\,;\,m=n-(D-1)L-1)$$

すなわち，

$$V(\tau)=[x(\tau),x(\tau+L),x(\tau+2L),\cdots,x(\tau+(D-1)L)]$$

で，この時系列データが表現される（時系列データの埋め込み）．この時系列データの学習に用いるニューラルネットワークは，3層構造で，各層のニューロン数は，入力層および出力層では時系列データの埋め込み次元に合わせてDとし，中間層については，数理モデルのデータに関してはそのモデルの写像の分析により決定し，実データに関しては時系列データ学習を何回か試行し，その収束状況に応じて決定する（図1）．時系列データ学習過程においては具体的には｛入力，出力｝の組として

$$\{V(\tau),V(\tau+1)\},\{V(\tau+1),V(\tau+2)\},\cdots$$

を順次BPネットワークに提示し，このベクトル間の写像を学習させる（図1）．

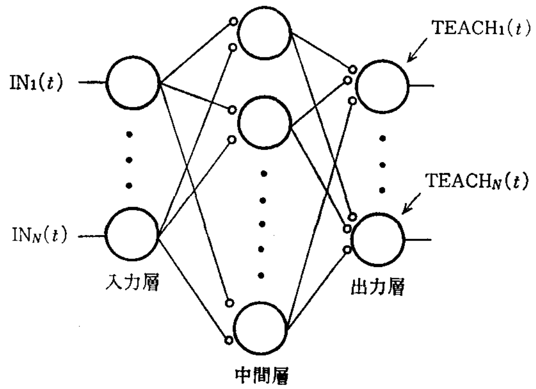

図1 アトラクタまたは時系列学習用のBPニューラルネットワーク

アトラクタ学習：

$$IN_i(t)=a_i(t),\quad TEACH_i(t)=a_i(t+1)\quad (i=1,\cdots,N)$$

時系列学習：

$$IN_i(\tau)=x(\tau+(i-1)L)\quad TEACH_i(\tau)=x(\tau+(i-1)L+1)\quad (i=1,\cdots,D)$$

あだち まさはる，あいはら かずゆき
東京電機大学 工学部 電子工学科
〒101 千代田区神田錦町2—2

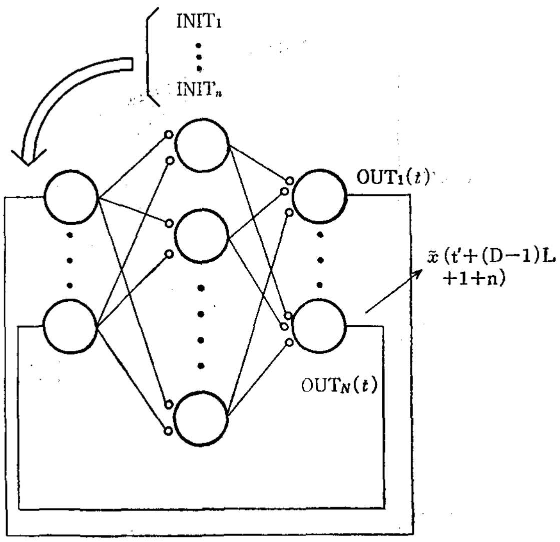

図 2 アトラクタ再生または時系列予測用ニューラルネットワーク

アトラクタ再生：

$INIT_i=0.1,\ OUT_i(t)=\tilde{a}_i(t)$

$(i=1,\cdots,N)$

時系列予測（イテレーション $n-1$ 回）：

$INIT_i(t')=x(t'+(i-1)L)\quad OUT_i(t'+n-1)=\tilde{x}(t'+(i-1)L+1+n)\quad (i=1,\cdots,D)$

次に，予測過程では，基本的には，時系列データ学習終了後のネットワークの出力を入力層にフィードバックした，リカレント型のネットワークを用いる．また，予測時間を次のように定義する．

予測時間 1：

フィードフォワード型ネットワークに $V(t')=[x(t'),x(t'+L),x(t'+2L),\cdots,x(t'+(D-1)L]$ を入力し，出力層のD番目のニューロンの出力値として予測値 $\tilde{x}(t'+(D-1)L+1)$ を得る（図 1）．

予測時間 2：

リカレント型ネットワークに $V(t')=[x(t'),x(t'+L),x(t'+2L),\cdots,x(t'+(D-1)L)]$ を初期値として入力し，イテレーション 1 回の後に予測値 $\tilde{x}(t'+(D-1)L+2)$ を得る（**図 2**）．

予測時間 n：

リカレント型ネットワークに $V(t')=[x(t'),x(t'+L),x(t'+2L),\cdots,x(t'+(D-1)L)]$ を初期値として入力し，イテレーション $n-1$ 回の後に予測値 $\tilde{x}(t'+(D-1)L+n)$ を得る（図 2）．

2.2 予測値の評価

2.1 で述べたようにして得られた予測値の評価には，次に示すような 3 種類の指標を用いる．

① 相　関

Nタイムステップ分の実際の時系列データおよびこれに対する予測値 $\tilde{x}(t')(t'=1,2,\cdots,N)$ の 2 つの系列間の相関係数 ρ：

$$\rho=\frac{\frac{1}{N}\sum_{t'}(\tilde{x}(t')-\bar{\tilde{x}})(x(t')-\bar{x})}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t'}(\tilde{x}(t')-\bar{\tilde{x}})^2}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t'}(x(t')-\bar{x})^2}}\times 100\ (\%) \quad (1)$$

ここで，$\bar{\tilde{x}}$ および $\bar{x}$ は，それぞれ $\tilde{x}(t')(t'=1,2,\cdots,N)$，$x(t')(t'=1,2,\cdots,N)$ の平均値である．

② RMSE (Root Mean Square Error)

$$RMSE=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t'}(\tilde{x}(t')-x(t'))^2} \quad (2)$$

③ RRMSE (Relative Root Mean Square Error)

$$RRMSE=\frac{RMSE}{\sigma_x} \quad (3)$$

ここで，σ_x は，予測対象の時系列データの標準偏差である．また，この RRMSE は，

$$RRMSE=0 \quad (4)$$

のとき完全な予測が行なわれたことを示し，

$$RRMSE=1 \quad (5)$$

のときは，単に平均値を予測した場合と等価であり，したがって平均と偏差が同じオーダーである多くのカオスの場合にはほとんど無意味であることを示す．

3. BPニューラルネットワークによるカオスアトラクタの学習・再生

本章では，**2.** で述べた時系列データの埋め込みによって再構成されたアトラクタの学習およびそれにもとづく短期予測の実例を示す前に，カオスアトラクタを生み出すような力学系の写像構造が，BPニューラルネットワークによって同定できることを実例で示す．

3層BPニューラルネットワークを用いて，n次元の離散時間力学系のアトラクタを以下のように学習・再生する．アトラクタ学習過程では学習対象アトラクタの各点を表わすN次元ベクトル $A(t)=[a_1(t),a_2(t),\cdots,a_N(t)]$ のベクトル間の遷移を望ましい入出力関係としてニューラルネットワークに提示する（図 1）．

アトラクタ再生過程では，学習終了後のネットワークにフィードバック結合を加え，初期値のみを与え，イテ

a
b
c

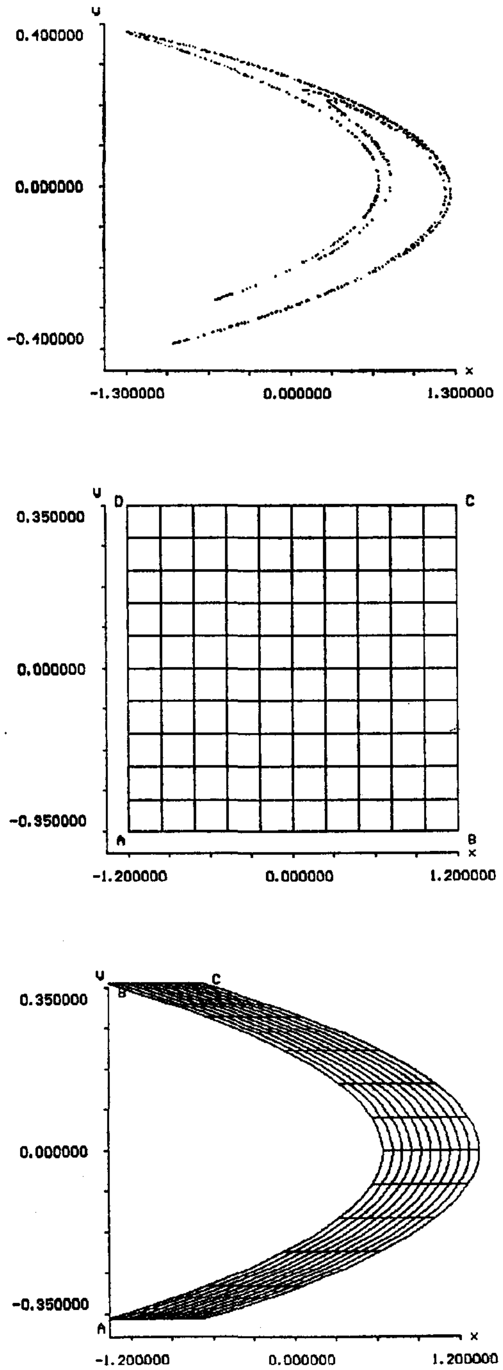

図 3 エノン写像アトラクタの一例およびそのグリッドイメージ特性
a）エノン写像のアトラクタの一例
b）写像構造を見るための入力格子
c）b）の格子を入力としたエノン写像の出力

a
b
c

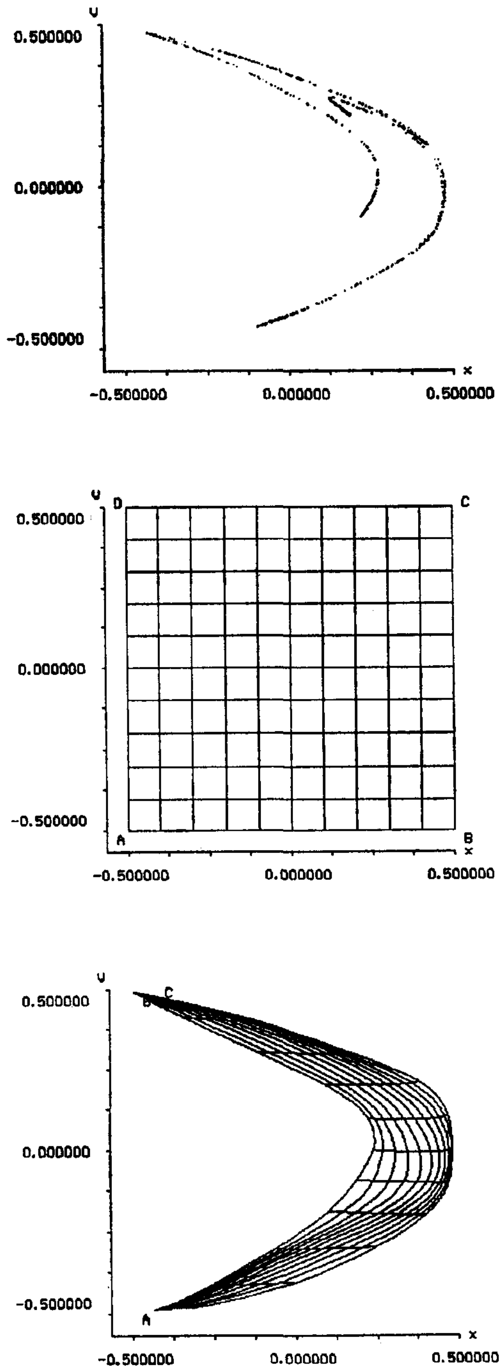

図 4 再生されたアトラクタおよびニューラルネットワークのグリッドイメージ特性
a）学習終了後のリカレントネットワークが描いたアトラクタの一例
b）写像構造を見るための入力格子
c）b）の格子を入力としたネットワークの出力

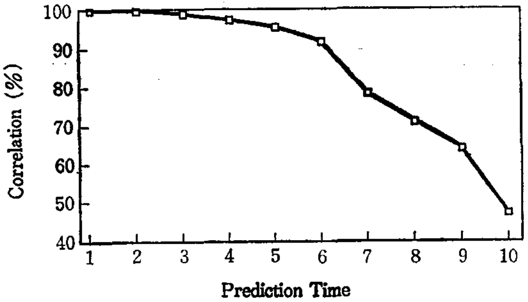

図 5 エノン写像のアトラクタに関する時系列短期予測結果

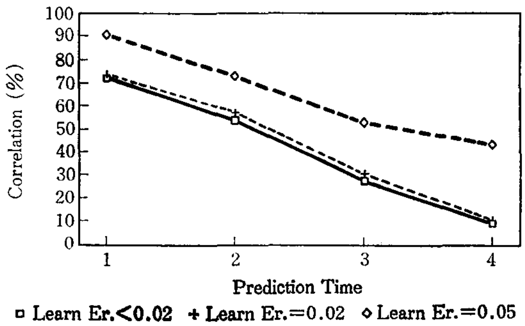

図 6 太陽黒点データに関する時系列短期予測結果

レーションを行なう（図2）.

代表的な2次元離散時間力学系であるエノン写像（式(6―7)）のストレンジアトラクターの一例およびそのグリッドイメージ特性［7］を**図3**に，このアトラクタを学習したBPニューラルネットワーク（各層のニューロン数：入力層2，中間層9，出力層2）が再生したアトラクタの一例およびそのグリッドイメージ特性を**図4**にそれぞれ示す．

$$x(t+1)=y(t)+1-1.4x^2(t) \quad (6)$$

$$y(t+1)=0.3x(t) \quad (7)$$

図3と図4を比較することにより，BPネットワークが対象となる2次元カオス写像のストレンジアトラクタの構造や変換特性をよく再現していることがわかる．

4. BPニューラルネットワークによるカオス時系列データの短期予測

本章では，数理モデル，実モデル双方に関して，**2.**で述べた手法による時系列の短期予測の実例を示す．

4.1 エノン写像の時系列の短期予測

3.の解析は，2次元の力学系から2次元の観測データが得られた場合に相当するが，ここでは，1次元の観測データしか得られない場合を想定して，式（6―7）におけるxの時系列データのみを用いて，BPニューラルネットワークに学習させ，短期予測を行なった結果を示す．

図5に埋み込み次元$D=2$，ラグ$L=1$，2入力層ニューロン，9中間層ニューロン，2出力層ニューロンのBPニューラルネットワークを用いた場合の予測時間に対する相関のグラフを示す．この図から予測時間が5，6程度までは，かなり高い精度の予測がなされているといえる．また，埋み込みが保証されるのは，埋め込み次元Dがもとの力学系の状態空間の次元の2倍＋1以上の場合［6］またはアトラクタのボックスカウント次元の2倍より大きい場合［8］であるが，実際にはこれ以下でも（この場合には$D=2$）高い精度の予測が場合によっては可能であることを示している．

4.2 太陽黒点データの短期予測

太陽黒点データの145ポイント分を学習し，その後の142ポイント分に関する予測時間1～4の短期予測を試みた．埋め込みは次元$D=3$，ラグ$L=1$で行ない，BPニューラルネットワークの各層のニューロン数は，入力層3，中間層20，出力層3とした．このときの予測時間に対する相関を**図6**に示す．

この場合は，学習精度が高いものの方が予測精度が低くなっており，学習データに対する近似がよすぎて未知データに対する成績が悪くなってしまうという，いわゆる「過学習」の状態を示しているものと考えられる．これは，中間層ニューロン数が多すぎることが1つの原因であると考えられる．

5. その他の手法

上述のような手法のほか，学習則としてはバックプロパゲーション則を用いているが，ネットワークの構造等を工夫したモデルを用いる手法が提案されている［9］［12］．そこで，本章では，これらの手法について概説する．

5.1 松葉らによるモデル［9］

本節では，松葉育雄らによって提案された時系列予測用ニューラルネットワーク（本稿では，松葉モデルと記述する）について概説する．このモデルは，**図7**に示すような構造を持ち，比較的長期の予測を行なうことができるようになっている．

このモデルは，基本的には階層構造であり，学習則も基本的にはBP則を用いている．このモデルと**2.**や**4.**で

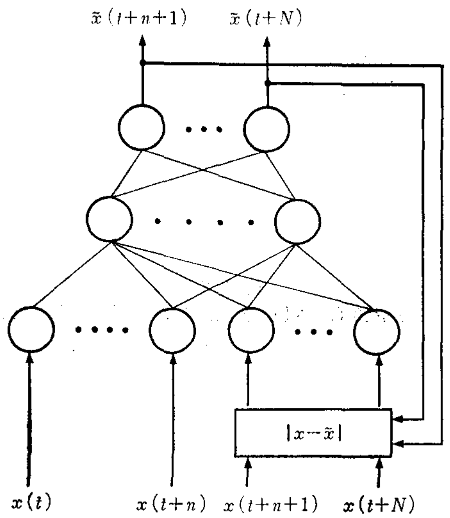

図 7 松葉モデルのアーキテクチャ（文献［9］）

述べたものとの大きな違いは，学習時に，予測値に対応するニューロンの出力値と実際の値との差の絶対値を入力層の一部に提示するようなフィードバックが付加されている点である．この構成では，予測時には，予測値と実際の値との差は0に近くなっているため（このようになっていなければ学習が不十分であることになる），事実上フィードバック結合は消滅するようになっている．つまり，学習時には，時系列間の時間相関を利用し，予測時には，これを必要としないような巧みなネットワーク構造が実現されたモデルといえる．

また，このモデルにおいては，ＡＩＣを用いた中間層ニューロンの最適数の決定法や，対象データのフラクタル次元にもとづく入出力ニューロン数の決定法［9］［10］が検討され，さらに，このフラクタル次元から予測の確信度の評価［11］も経験論的に行なわれており，この点では，比較的長期の予測モデルとしては，実用的なものであるといえる．

5.2 佐藤らによるモデル［12］［13］

本節では，佐藤雅昭らによって提案された連続時間力学系のストレンジアトラクタを学習するニューラルネットワーク（本稿では，佐藤モデルと記述する）について概説する．

このモデルは，ダイナミックユニット，シグモイドユニットと呼ばれる2種類のニューロンから構成され，図8に示すようなリカレント型のネットワークになっている．これらのユニットの動作は，次式（8—9）で定義される［12］［13］．

ダイナミックユニット

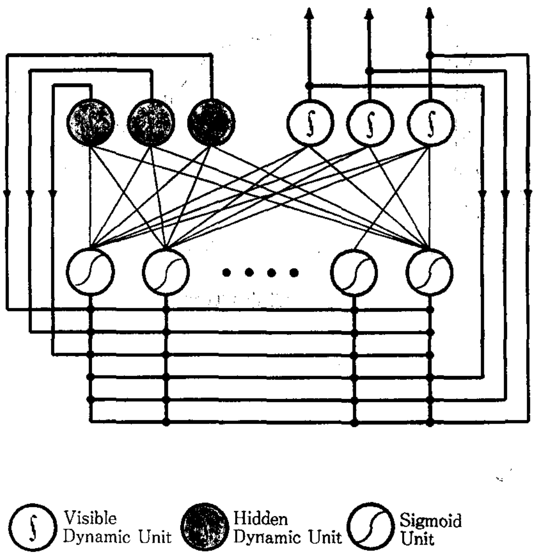

図 8 佐藤モデルのアーキテクチャ（文献［12］）

$$dX_i(t)/dt=\sum_{m=1}^{M} W_{im}Z_m(t) \quad (i=1,\cdots,N) \qquad (8)$$

シグモイドユニット

$$Z_m(t)=f\Bigl(\sum_{i=1}^{N} V_{mi}X_i(t)+\theta_m\Bigr)(m=1,\cdots,M) \qquad (9)$$

ここで，各変数は，

$X_i(t)$：i 番目のダイナミックユニットの出力
$Z_m(t)$：m番目のシグモイドユニットの出力
W_{im}：m番目のシグモイドユニットから i 番目のダイナミックユニットへの結合係数
V_{mi}：i 番目のダイナミックユニットからm番目のシグモイドユニットへの結合係数
θ_m：m番目のシグモイドユニットへのバイアス入力
f：シグモイド関数

を表わす．

このモデルを用いて，代表的な連続時間力学系であるロレンツ系の方程式（式（10—12））の解軌道を教師信号として，図8に示す Visible Dynamic Units に与え，その誤差が小さくなるように学習を行なうと，アトラクタが再構成できるのみならず，アトラクタ近傍ではロレンツ方程式自体をよく近似できたと報告されている［12］［13］．

ロレンツ方程式

$$dx/dt=10(y-x) \qquad (10)$$

$$dy/dt=-y+(28-z)x \qquad (11)$$

$$dz/dt=-(8/3)z+xy \qquad (12)$$

6. おわりに

本稿では，時系列予測にニューラルネットワークを用いるという手法，特に，対象データがカオス的な場合について述べた．このような問題は，BPニューラルネットワークの研究として重要な汎化能力を実用的な面から考察するための興味深い例題ともなっている．また，カオス的な時系列予測の予測値の評価法は，**2.2** で述べたような指標では十分とは言えず，埋め込み［6］の諸パラメータの最適化とともに，カオス自体の研究としても今後の重要な課題である．

なお，本稿の内容の一部は，東京電機大学総合研究所研究Q89－S64として行なった研究成果にもとづくものである．

参考文献

［1］ 合原一幸編：「カオス–カオス理論の基礎と応用」，サイエンス社（1990）．

［2］ 合原一幸：「カオス–応用を目指して」，数理科学，No.348（1992）．

［3］ D. E. Rumelhart, G. E. Hinton and R. J. Williams : Learning Representations by Back-Propagating Errors. *Nature* 323, pp.533–536（1986）．

［4］ A. S. Weigend, B. A. Huberman, D. E. Rumelhart : Predicting The Future : Aconnectionist Approach, *International Journal of Neural Systems*, Vol.1, No.3, pp.193–209（1990）．

［5］ 合原一幸，安達雅春：東京電機大学総合研究所年報，No.11（1992）．

［6］ F. Takens : Detecting Strange Attractores in turbulence, in *Dynamical Systems and Turbulence*. Lecture Note in Mathematics, 898, pp.366–381, Springer（1981）．

［7］ K. Judd, A. I. Mees, K. Aihara and M. Toyoda : "Grid Imaging for a Two-Dimensional Map". *International Journal of Bifurcation and Chaos*. Vol.1, No.1, 197（1991）．

［8］ T. Sauer, J. Yorke and M. Casdagli : *IUTAM Symposium on Interpretation of Time Series from Nonlinear Mechanical Systems*（1991）．

［9］ 松葉育雄：「バックプロパゲーションによる特徴抽出」，数理科学，No.338, pp.31–37（1991）．

［10］ 増井裕也，蛇島伸吾，松葉育雄：1992年電子情報通信学会春季大会講演論文集，D–59（1992）．

［11］ 蛇島伸吾，増井裕也，松葉育雄：1992年電子情報通信学会春季大会講演論文集，D–58（1992）．

［12］ 佐藤雅昭：「リカレントネットとカオスと情報処理」，数理科学，No.338, pp.63–68（1991）．

［13］ M. Sato, Y. Murakami and K. Joe : Learning Chaotic Dynamics by Recurrent Neural Networks, *Proceedings of the International Conference on Fuzzy Logic & Neural Networks*, pp.601–604（1990）．

会合記録

5月18日（月）	庶務幹事会	6名
5月19日（火）	研究普及委員会	9名
5月20日（水）	編集委員会	6名
5月21日（木）	理事会	15名

第1回理事会議題

4—5—21

1. 平成3年度評議員会議事録の件
2. 平成3年度第7回理事会議事録の件
3. 平成4年度通常総会議事録の件
4. 入退会の件
5. 各支部総会報告の件
6. 平成4年度委員会委員・幹事委嘱の件
7. 各委員会報告（含，今年度の運営方針）